Davydov의 활동이론에 기반한 초등학교 수학교과서의 내용 분석

An Analysis of Mathematics Textbook's Contents Based on Davydov's Activity Theory

한 인 기

ABSTRACT. In this paper we study activity theory and Davydov's learning activity theory. We analyze brief history of activity theory in Russia, structure of human activity, and Davydov's studies in activity theory. Especially we analyze Davydov's 1st grade mathematics textbook, and try to investigate embodiment of Davydov's learning activity theory in his mathematics textbook.

1. 서론

최근에 유럽에서는 교육학과 심리학 분야에서 활동이론에 대한 관심이 높아지고 있으며, 활동이론에 관련된 국제학술대회도 다양하게 개최되고 활동이론에 관련된 학술단체들이 조직되어 활발한 연구들을 진행하고 있다.

국내에서 활동이론에 대한 연구는 시작단계에 있다. 물론 활동이론에서 활발하게 논의되는 Vygotsky와 같은 학자들의 견해는 국내에서도 다양한 측면이 분석되어, 교육학의 연구에 폭넓게 활용되고 있다. 그러나 활동이론에서 활동이란 무엇인가? 활동이론이 어떻게 형성·발전되었고, 수학 교수-학습과 관련된 학습활동이란 무엇인가? 활동과 학습활동의 관계, 학습활동의 구조 등과 같은 교수학적 문제들에 대해서는 국내에서는 아직 연구되지 못하였다.

활동이론에 관련된 국내의 연구들을 살펴보면, 김종백과 조형정([3])은 영재 교

2012년 12월 26일 투고, 2013년 2월 22일 심사완료.

2000 Mathematics Subject Classification: 97U20

Key words: Davydov, activity theory, learning activity, mathematics textbook.

이 연구는 2011년도 경상대학교 학술진흥지원사업 연구비에 의하여 수행되었음(RPP-2011-009).

수-학습의 설계와 분석의 틀로써 활동이론의 활용 가능성을 모색하였고, 이순주([5])는 러시아의 활동이론을 소개하면서 수학적 활동과의 관련성을 연구하였으며, 연구 [4]에서는 영재학생들의 통찰적 사고행위 특징들을 고찰했다. 그리고 고정화([1])는 활동주의의 다양한 관점을 바탕으로 수개념의 구성을 분석했으며, 김수환([2])은 구성주의적 관점에서 활동이론을 정리하려고 시도하였다. 이 연구들은 활동이론에 대한 소개, 영재교육에서의 활용 가능성을 제시하였다는 측면에서 의미를 부여할 수 있을 것이다. 그러나 활동과 학습활동에 대한 의미있는 많은 연구 결과들이 러시아어로 출판되었기 때문에, 국내 연구자들이 이에 대한 활발한 연구를 진행하기에는 한계를 가질 수밖에 없었다.

본 연구에서는 활동이론과 Davydov의 학습활동이론에 관련된 러시아 문헌들, 학습활동이론에 근거한 Davydov의 초등학교 1학년 수학교과서, 교사용 지도서에 대한 문헌을 분석하여, 러시아에서 활동이론의 발생 및 발달 과정, 학습활동이론과 이론적 사고, 학습활동의 구성요소 등을 연구하고, Davydov의 학습활동이론이 수학교과서에 어떻게 실현되었는가를 분석할 것이다. 이를 통해, 러시아 활동이론의 핵심적인 개념들을 이해하고, 이를 수학 교수-학습과정에 활용하는 기초 자료로 제공하고자 한다.

2. 활동과 학습활동

(1) 심리학에서 활동이론

중세의 철학에서는 인간을 전능한 창조자의 피조물로 생각하여, 창조자 또는 주변 세계에 종속적인 존재로서 생각하는 경향이 강했다. 그러나 18세기 말, 19세기 초에 들어서면서 독일의 철학자들은 ‘활동’이라는 개념을 형성하였고, 이를 바탕으로 ‘능동성’, ‘주체’ 등의 개념을 가지고 인간을 이해하기 시작하였다.

Repkin([22], p.3)에 의하면, ‘Kant, Fichte, Shelling, Hegel은 수동적인 존재로서 인간을 이해하는 것이 아니라, 자신의 삶을 창조하고 세계를 창조하며 주변 세계에 능동적으로 대응하는 존재로서 이해하려고 노력했다. 이들은 인간의 바탕을 이루고 있는 도덕성, 인간 고유의 능동성, 인간의 이상과 갈망에 주의를 기울였다. 이를 통해 활동을 인간 삶의 원천, 인간 존재의 중요한 특징으로 삼으려는 시도가 한 발 앞으로 진척하게 되었다’고 하였다. 즉 Hegel을 포함한 독일의 철학자들은 능동적이며 창의적인 인간의 정체성을 활동 개념을 통해 형성하려고 시도하였음을 알 수 있다.

1900년대의 활동의 개념에 대한 심리학적, 교육학적 측면의 성과들은 러시아 심리학자인 Vygotsky와 그 제자들에 의해 얻어졌다. Vygotsky(1896-1934)는 ‘활

동' 개념 자체를 연구의 대상으로 삼지는 않았지만, Vygotsky 이론의 언어와 상징, 매개화, 내면화, 인간의 문화-역사적 발달, 사회적 상호작용 등과 같은 개념은 활동이론의 발전에 큰 영향을 주었다. 결국 이 개념들을 바탕으로 Vygotsky의 제자인 Leont'ev(1903-1979)는 활동이론을 체계화시키는데 중요한 역할을 하였다.

Davydov([11], p.25)에 의하면, 'Leont'ev와 그의 Har'kov대학교의 동료들은 실험연구를 통해, 활동, 동기, 목표, 문제의 조건들, 행위, 조작과 같은 개념들을 추출하였다. 그리고 이 개념들은 Leont'ev가 활동의 심리학적 이론을 만드는 바탕이 되었다'고 하였다. 실제로 Leont'ev는 1924년에 모스크바대학교를 졸업하고 1930년대에 Har'kov에서 심리학연구를 수행하고 1940년대에 모스크바로 돌아왔는데, Leont'ev([20])는 활동에 대한 자신의 이론이 Har'kov에서의 연구들을 바탕으로 형성되었음을 밝혔다.

한편, Vygotsky, Leont'ev 등과는 독립적으로 활동에 대한 심리학 연구를 진행한 학자로 Rubinstein(1889-1960)을 들 수 있다. Rubinstein은 인간의 의식과 활동의 통일성에 대해 연구하였으며, 활동의 심리학적 이론 정립에 큰 역할을 했다. 특히 Rubinstein의 제자들 중에서 Brushlinskii(1933-2002)는 사고, 소통, 주체와 같은 활동이론의 주요 개념들에 대한 연구를 수행하였다.

Leont'ev([20], p.183)에 의하면, '활동이란 실제에 대한 주체의 관계를 구현하는 과정들의 체계로써, 이것이 활동의 가장 추상화된 정의'라고 하였다. 즉 활동은 환경에 의존하는 인간의 수동적인 측면을 개념화한 것이 아니라, 실제에 대한 인간의 작용이나 관계를 구현하는 체계를 개념화한 것으로 능동적인 존재인 인간 주체를 의미하는 개념이다.

또한, Belikov([9], p.41)는 Rubinstein의 활동에 대한 연구들을 분석하여, '활동은 주변 실제에 대한 인간의 능동적 관계를 개념화한 것이며, 활동의 모든 유형들은 실제적인 측면과 이론적인 측면의 통합에 의한 것이며, 주변 실제에 대한 인간의 관계를 구현하는 과정은 환경에 대해 일방적인 작용을 가하는 것이 아니라 인간과 실제의 상호작용 과정'이라고 했다. 활동에 대한 Rubinstein의 관점은 주체의 능동성을 강조한 Leont'ev의 관점과 일치하며, 활동에서 주체와 대상(실제)사이의 상호작용을 강조했다라는 점을 주목할 만하다.

한편 Petrovskii et al.([21], p.99)는 '활동은 의식되어진 목표에 의해 조절되는 인간의 내적인(정신적인) 그리고 외적인(물리적인) 능동성'이라고 규정하였다. 즉 활동은 인간의 능동성으로, 다른 동물들과 구별되는 인간의 고유한 특징이라 할 수 있다. 특히 Petrovskii et al.([21], p.98)에 의하면, '짐승들의 행동이 직접적인 환경에 의해 결정된다면, 인간의 능동성은 아주 어렸을 때부터 인류의 경험과 사회적 요구에 의해 조절된다. 인간의 이러한 행동 유형은 구별되어질 수 있으며,

이것을 심리학에서는 특별한 용어로 활동이라고 부른다'고 하였다. 결국 인간 활동의 형태와 내용은 사회적인 조건들, 경험들, 요구들로부터 큰 영향을 받는다고 할 수 있다.

활동에 대한 Leont'ev, Rubinstein, El'konin, Davydov, Petrovskii et al.의 개념 규정을 바탕으로, 한인기([6])는 활동의 특징으로, 첫째 활동은 신체나 정신의 단순한 움직임과는 다른 개념이며, 둘째 활동은 인간에게 고유하며, 인류의 발달 과정의 바탕이 된 활동은 노동이며, 셋째 활동은 설정된 목표의 달성을 지향하는 것에 관련되며, 넷째 물질적인 또는 사회적인 실체의 본질적인 변환에 관련된다고 하였다.

한편 Leont'ev([19], p.82)는 '활동은 반응이나 반응들의 집합이 아니라, 활동은 구조, 내적인 움직임, 전환, 발달을 가지는 체계'라고 했다. 즉 활동은 역동적인 내적 구조를 가지는 체계라고 할 수 있다. 그리고 Leont'ev([19], [20])는 활동을 구성하는 요소들로, 욕구, 동기, 목표, 조건들, 문제, 행위, 조작을 추출하고, 이들 사이의 관계를 규명하려 시도하였다. Aismontas([8], p.61)는 Leont'ev가 연구한 활동의 심리학적 구조를 [표 1]과 같이 정리하였다.

[표 1] 활동의 심리학적 구조

[Table 1] Psychological structure of activity

[표 1]에서 욕구는 필요의 내적인 상태로, 존재를 위한 구체적인 조건들에의 충족성을 나타내며, 동기는 욕구의 만족과 관련되는 활동에의 충동을 의미하며, 목표는 욕구의 만족으로, 활동의 구체적인 결과를 통해 실현된다.

Leont'ev([20], pp.188-189)는 활동, 행위, 목표, 동기, 조작의 관계에 대해, '활동은 동기가 되는 어떤 대상을 지향하며, 활동의 동기, 대상, 목표는 항상 일치하게 된다. 그리고 활동은 일정한 조건들 속에서 실행되는데, 이 일정한 조건들 속에서 목표는 활동의 문제가 된다. 반면에, 행위가 지향하는 목표(기대되는 결과)는 그 행위를 충동하는 동기와 일치하지 않는다. 행위의 목표는 활동의 문제에

포함되며, 활동의 목표는 행위의 동기가 된다. ...한편 조작은 행위의 조건들에 의해 결정되는 행위의 내용(일부)'라고 하였다. 이때 특정한 조건들에서 활동의 목표는 행위들의 수행에 의해 달성되며, 행위는 조작들로 구성되며 어떤 조작들이 행위를 구성하는가는 조건들에 의해 결정된다.

가령, 어떤 사람이 배가 고프다고 하자. 그는 음식물의 섭취라는 활동의 욕구가 발생한다. 그러면 활동의 대상은 음식물이며, 활동을 충동하는 것(동기)도 음식물, 목표도 음식물이다. 이때 주변에 사슴들이 뛰어놀고, 주변에 나무들이 있다고 하자(조건들). 이 사람에게 있어 활동의 문제는 조건들인 사슴과 나무를 이용하여 음식물을 섭취하는 것이다. 이를 위해, 나무를 이용하여 활을 만들고, 사슴을 잡아 음식물을 만들어야 할 것이다. 이들 각각은 활동의 목표를 달성하기 위한 행위가 될 것이다. 예를 들어, 나무를 이용하여 활을 만드는 것의 목표(기대되는 결과)는 활인데, 이것이 행위의 동기가 되지는 못한다. 활을 만드는 행위의 동기는 활동의 목표인 음식물이다. 한편 활을 만들기 위해 나무를 자르거나 매끈하게 다듬는 것은 조작이 된다.

살펴본 바와 같이, 활동은 인간의 정체성을 구성하며 목적지향적인 인간의 특성을 체계화하여 얻어진 개념이다. 그리고 활동은 전체성을 띤 체계로, 다양한 요소들로 구성되며, 구성요소들 사이에는 역동적인 관계가 내재한다.

(2) Davydov와 학습활동이론

Leont'ev의 연구 집단에는 Vygotsky의 제자인 El'konin, Davydov, Gal'perin, Zaporozets 등이 포함되어 있었다. Davydov(1930-1998)는 El'konin(1904-1984)과 Gal'perin(1902-1988)의 제자이다. Davydov는 El'konin과 함께 Leont'ev의 활동이론을 발전시켜 학습활동이론을 체계화시켰고, 이를 바탕으로 발달교육이론을 형성하고 발전시키는데 중요한 역할을 하였다(현재 러시아에서는 El'konin-Davydov의 발달교육이론에 관련된 연구가 활발하게 진행되고 있다).

Davydov의 주요 저술로는 '교육에서 일반화의 유형들', '발달교육의 문제들', '발달교육의 이론', '일반심리학 강의' 등이 있으며, 러시아의 대표적인 심리학 학술지인 'Voproc'ii psichologii'에 사고, 아동의 발달, 활동이론, 발달교육이론에 관련된 다양한 논문들을 발표하였다.

Davydov([13], p.145)에 의하면, '인간은 다양한 유형의 활동과정에서, 다른 사람들과의 소통과정에서 지식들과 능력들을 터득한다'고 하였다. 즉 인간의 생애에 걸친 학습은 활동과 소통을 통해서 이루어진다는 것이다.

연령에 따른 대표적인 활동 유형으로, 놀이활동, 학습활동, 노동활동을 구분할 수 있으며, 각 유형마다 고유의 특징들이 있다([21]). 활동의 한 유형인 학습활동은 다른 유형의 활동들과 어떻게 구별되는가?

El'konin([17], pp.268-269)은 '학습활동은 다른 유형의 활동과 아주 중요한 한 가지 특징이 차이가 난다. ...생산이나 노동활동에서 인간은 대상들에 일정한 변화를 야기시키며, 그 결과로 활동의 산출물이 얻어진다. 물론 그러한 활동 과정에서 인간 자체의 변화도 발생한다. 그러나 이 변화는 노동활동의 내용이 아니며, 노동활동의 내용은 정신적인 또는 물질적인 성격의 어떤 산출물을 만드는 것이다. 이때 생산자 자체에 변화가 발생하는지 그렇지 않은지는 그렇게 중요하지 않다. 얻어진 산출물과 그 질이 중요하다. 그러나 학습활동에서는 문제가 전혀 다르다. 학습활동에서 아동들은 교사의 지도 아래에 학술적인 개념들을 조작하고, 이들을 터득한다. 이때 학술적인 개념들의 체계 자체에는 어떤 변화도 생기지 않는다. 학술적인 개념들의 터득이 이루어지는 학습활동의 결과는 학생 자신의 변화이고, 학생의 발달'이라고 하였다. 즉 다른 유형의 활동들이 주변의 실체를 변환시키는 것을 지향한다면, 학습활동은 활동 주체 자신의 변환을 위한 것이다. 특히 El'konin([17], p.269)은 '학습활동은 자기변화의 활동이며, 학습활동의 산출물은 활동의 수행과정에서 주체 내부에서 발생하는 변화'라고 하였다. 이것이 노동활동과 학습활동의 본질적인 차이점이라 할 수 있다.

한편 놀이활동도 학습활동과 그 내용과 방법에서 구별될 수 있다. Repkin([22], p.17)에 의하면, '어린이들은 영리하게 되기 위해서 놀이활동을 하는 것이 아니다. ...놀이활동의 목표는 사람들 사이의 관계 체계의 재생산'이라고 하였다. 즉 놀이활동이 직접적으로 지향하는 것은 활동 주체의 변화가 아니라 다른(정신적인 또는 물질적인) 산출물의 생산에 있는 것이다.

그리고 Davydov([13], pp.146-147)에 의하면, '유치원에서는 어린이들의 직접적이고 목표지향적인 교육에 상대적으로 적은 시간이 할당되며, 어린이들은 지식과 능력들을 의도적으로 터득하지는 않는다. 그러므로 이러한 지식과 능력은 실용적이고 경험적인 성격을 가지며, 어린이들이 일상생활에서 활용하거나 길잡이가 될 수 있는 것들이다. ...반면에 학교에서는 학습활동이 중요한 역할을 하기 시작한다. 학습활동의 형성과정에서 학생들은 유치원에서와는 다른 방법으로 다른 유형의 지식들과 능력들을 터득하게 된다'고 하였다. 즉 유치원에서 어린이들은 놀이활동을 통해 경험적 성격이 강한 지식들을 터득하는 반면, 학습활동이 중심이 되는 학교에서는 유치원과 다른 성격의 지식을 터득하게 된다.

Davydov는 이론적 지식, 이론적 사고와 경험적 지식, 경험적 사고를 대응시켜, 이들의 본질을 규명하려 시도하였다. Davydov([12])는 경험적 사고는 오성에 바탕을 둔 사고이고, 이론적 사고는 이성에 바탕을 둔 사고라고 하였다. 결국 유치원에서 어린이들은 경험적 사고를 통해 경험적 지식들을 터득하게 된다.

경험적 사고는 대상들의 직접적이고 감각적인 징표들을 바탕으로 하며, 외형적으로 공통인 징표들을 추출하여 사물들을 분류한다([12]). 그리고 Zak([24], p.8)는

‘경험적 사고에서는 어떤 대상이 외적인 관계들과 특성들에 의해 인식된다. 이때 인식의 과정에서 대상의 존재에 대한 우연적인 조건들을 지향하며, 관찰이나 지각에 의해 직접적으로 얻어지는 내용을 지향하게 된다. 경험적인 사고의 결과는 실재에 대한 직접적인(매개화되지 않은) 지식들이다. 그러한 지식에는 대상들의 외적으로 유사한 특성들이 반영되며, 이 지식은 형식적으로 공통인 지식’이라고 하였다. 즉 경험적 사고를 통해 얻어지는 경험적 지식은 외형적인 유사성과 공통성이 반영된 지식이라 할 수 있다.

학습활동은 이론적 사고에 바탕을 둔 이론적 지식의 터득과 관련된다([13], [14], [24]). Davydov([14], p.306)에 의하면, ‘이론적 사고의 내용은 매개화된, 반영적인, 본질적인 존재이다. 이러한 사고는 활동의 본질적인 측면의 이상화이며, 사물들의 공통된 형식, 척도, 규칙성들의 재생산’이다. 그리고 그는([13], p.147) ‘학습활동의 내용은 이론적 지식들이며, 학습활동을 통한 이러한 지식들의 터득은 학생들에게 이론적 의식, 이론적 사고의 바탕을 발달시켜, 창의적인 수준에서 다양한 유형의 실제적 활동을 수행하도록 한다’고 하였다. 즉 학습활동은 경험적인 지식보다는 이론적 지식의 터득과 관련된다.

(3) 이론적 사고와 학습활동의 구성 요소

Davydov는 학습활동, 학습활동의 구성요소들, 이론적 사고와 학습활동, 발달학습이론 등에 대한 폭넓은 연구를 수행하였다. 특히 수학, 과학, 국어 등과 같은 교과와 학습활동은 이론적 사고에 근거하여 이루어져야 한다고 주장하였다. 본 연구에서는 이론적 사고의 특징, 학습활동의 구성요소인 문제와 행위에 대한 Davydov의 연구를 자세히 분석할 것이다. 우선 이론적 사고에 대해 살펴보자.

Davydov와 Zinchenko([15], p.19)에 의하면, ‘이론적 사고는 다양한 사고 행위의 실행을 통해 이루어진다. 이 과정에서 분석과 일반화가 중요한 역할을 한다. 분석을 통해, 어떤 전체성을 띤 체계의 근원관계를 추출하며, 이 근원관계의 특수성은 체계의 재구성 과정에서 지속적으로 보존된다. 처음에 이 근원관계는 단지 하나의 특수한 관계로써 등장한다. 그러나 일반화의 과정에서 이 관계와 개별적인 현상들의 필연적인 연결성이 구축되면서, 근원관계는 전체공통인 성격을 드러내게 된다. 즉 근원관계가 전체성을 띤 체계의 내적인 통일성의 바탕이 된다’고 하였다. 즉 분석과 일반화는 이론적 사고의 중요한 구성 요소가 된다. Davydov는 이론적 사고와 관련된 분석과 일반화를 내용있는 분석, 내용있는 일반화라고 부르며, 경험적 사고에서의 분석, 일반화와 구별하였다.

그리고 Davydov와 Zinchenko([15], p.20)는 ‘내용있는 분석과 일반화는 이론적 개념의 틀 안에서 자신을 드러내며, 이론적 개념은 전체공통의 바탕으로부터 특수한 현상, 유일한 현상을 도출하는 방법이 된다. 그러므로 전체성을 띤 체계의

발달 과정이 이론적 개념의 내용이 된다. 결국 어떤 대상에 대한 개념을 가진다는 것은 그 대상을 재구성하는 일반적인 방법을 가진다는 것을 의미한다'고 하였다. 결국 어떤 대상에 대해 이론적 개념을 가진다는 것은 속성들의 단편적인 존재 유무를 확인하는 것을 의미하는 것이 아니라, 그 대상을 전체성을 띤 하나의 체계로서 재구성할 수 있어야 한다는 것을 의미한다.

이제 대상의 이론적 재구성의 구체적인 방향을 살펴보자. 분석을 통해 전체 체계를 구축할 수 있는 근원관계를 추출하고, 추출된 근원관계를 포함하는 구체적인 현상들과 이 근원관계의 연결성을 확인하면서 일반화가 진행된다. 이를 통해 전체성을 띤 체계가 구성되는데, 체계의 구성 요소들은 근원관계를 통해 서로 유기적으로 연결된다. 이와 같은 체계의 구성 방식을 변증법에서는 '추상에서 구체로의 상승'이라고 부른다.

Davydov와 Zinchenko([15], p.27)에 의하면, '학술적 지식의 연구가 구체적이며 부분적인 종개념들의 다양성에 대한 고찰로부터 시작된다면, 연구 결과의 기술은 방향을 바꾸어 발견된 전체공통의 바탕으로부터 이것의 부분적인 발현들의 재구성의 방향으로 진행하며, 이때 이들의 내적인 통일성(구체성)이 보존된다. 학생들의 학습활동은 학술적 지식의 기술 방법에 상응하여, 추상으로부터 구체로의 상승의 방법에 따라 구성된다. 학습활동의 과정에서 학생들의 사고는 내용있는 추상화와 일반화, 이론적 개념들(추상으로부터 구체로의 상승 과정에서 작용하는)을 이용하여 자신의 연구 결과들을 기술하는 학자들의 사고와 어떤 공통점이 있다'고 하였다.

학생들의 학습활동에 대한 Davydov의 이러한 접근은 학생들의 지식 획득의 방향성을 정립하는데 시사점을 제시한다. 예를 들어, 수학 역사-발생적 방법에서는 학생들이 인류의 수학적 지식의 획득과정을, 그 경로를 재현하면서 학습하기를 주장하지만, 어떤 지식의 첫 발명자의 모든 세세한 오류나 오해를 반복하면서 역사적 전과정을 완전히 재생하려는 시도는 바람직하지 않다고 주장한다([7]). 이러한 수학 역사-발생적 방법의 구현 과정에서 발생하는 문제점이 '학생들이 수학적 지식의 획득과정을 재현하지만, 어떻게 첫 발명자의 세세한 오류를 반복하지 않을 수 있는가'이다.

Davydov의 관점에서 학생들이 지식의 획득과정에서 지식의 발명자와 같은 능동성을 가지면서 지식을 재구성할 것을 요구하지만, 이때 학생들의 학습활동은 자신의 발명을 추상으로부터 구체로 나가면서 기술하는 학자들의 작업과 유사한 것으로 보았다.

결국 학생들은 학습활동을 통해 단편적인 사실들의 묶음을 자신의 기억에 저장하는 것이 아니라, 학자들의 작업과 유사하게 특정 지식영역에서의 탐구 방법, 행동 방법을 터득하게 된다. 이러한 관점은 El'konin([17], p.269)이 주장한 '학습

활동은 학술적인 개념들의 영역에서 행위의 일반화된 방법들을 획득하는 것을 내용으로 삼는 활동'이라는 것과도 일맥상통한다고 할 수 있다.

학습활동에서 추상으로부터 구체로의 상승의 구체적인 모습을 Davydov와 Zinchenko([15], pp.28-29)는 다음과 같이 기술하였다: '어떤 교과내용의 터득을 위해, 학생들은 교사의 도움과 지시를 통해 학습 자료를 분석하고, 학습 자료에서 공통인 관계를 추출하며, 이 관계가 다른 많은 관계들 속에 나타난다는 것을 알아낸다. 그런 다음, 학생들은 공통인 근원관계를 상징적인 체계로 고정시키는 데, 이것은 학생들에게 학습내용의 내용있는 추상화를 제공한다. 학습 자료의 분석을 계속 수행하면서, 학생들은 추출된 근원관계와 이 관계의 다양한 발현들 사이의 규칙적인 연결성을 밝혀내고, 이로부터 학습내용의 내용있는 일반화가 이루어진다. 그런 다음, 학생들은 더 부분적인 추상들을 끌어내어 이들을 전체성(구체성)을 띤 학습내용으로 결합시키기 위해 내용있는 추상화와 일반화를 사용한다'.

Davydov의 주장을 중심으로 학습활동에서 추상으로부터 구체로의 상승을 단계별로 정리하면, 첫째 학습자료를 분석하여 공통인 근원관계를 추출하기(내용있는 분석), 둘째 추출된 근원관계를 상징체계를 이용하여 나타내기, 셋째 근원관계와 이 관계의 다양한 발현들 사이의 연결성 밝히기(내용있는 일반화), 넷째 내용있는 일반화와 추상화를 바탕으로 부분적인 추상들을 결합시켜 전체성을 띤 학습내용 구성하기로 나눌 수 있다.

이제, 학습활동의 구성요소인 문제와 행위에 대해서 살펴보자. Dusavitskii et al.([16])은 '학습이론을 활동적이라고 부를 수 있는 것은 학습이론이 행위와 문제의 개념에 기반했을 경우뿐'이라고 주장하면서, 교육에 대한 활동이론적 접근에서 문제와 행위의 중요성을 강조했다.

활동이론에서 문제는 일정한 조건들과 결합된 목표를 의미한다. El'konin([17], p.270)에 의하면, '학습활동 구조의 중요한 요소의 하나가 학습문제이다. 학습문제는 학생들이 수업시간에 또는 집에서 수행하는 단순한 과제가 아니다. 무엇보다도, 학습문제는 하나의 과제가 아니라 전체성을 띤 체계이다. 과제들의 체계를 해결한 결과로, 주어진 학문분야의 넓은 영역의 문제들에 대한 일반적인 해결 방법들이 밝혀지며 터득된다'고 하였다. 즉 학습문제는 일정한 조건들과 이에 관련된 하나의 물음이 주어지는 일반적인 형태(수학교과서에 제시되는)의 과제를 의미하지는 않는다. 학습문제는 활동의 목표를 달성하기 위한 과제들의 체계를 의미한다.

특히 학습문제는 전체성을 띤 과제들의 체계로써, 일정한 범위의 문제들에 대한 일반적인 해결방법의 규명과 관련된다는 것을 알 수 있다. 결국 학습문제를 해결한다는 것은 일정한 방향성을 가진 체계화된 과제들을 해결하는 것으로, 이러한 문제해결을 통해 문제해결의 일반적인 방법을 터득하게 된다.

Davydov도 학습문제에 대한 El'konin의 견해에 동의하면서, 학습문제의 특징들을 구체적으로 제시하였다. Davydov([13], pp.157-158)에 의하면, ‘학습문제는 학생들에게 1) 내용있는 추상화와 일반화를 구축하기 위해 조건들을 분석하고, 2) 내용있는 일반화와 추상화에 근거하여 부분적인 관계들을 추출하고 이들을 전체성을 띤 대상으로 결합하며(종합), 즉 한 분자를 만들어 구체적인 대상을 구성하며, 3) 분석-종합적인 과정에서 학습 대상을 구성하는 일반적인 방법의 터득을 요구한다’고 하였다.

결국 학습문제의 해결 과정에서 학생들은 대상을 재구성하기 위한 분자(씨알)를 만들며, 추상으로부터 구체로의 상승에 의해 전체성을 띤 대상을 구성하게 된다. 그리고 학습문제의 해결은 수학적 대상을 사고 속에서 재구성하는 방법의 터득을 요구하며, 이를 지향하게 된다. El'konin([17])은 이러한 방법들의 터득을 통해 학생들의 내적인 변화가 이루어진다고 주장했다.

특히 Repkin([22], p.26)은 ‘학습문제가 다른 문제들과 구별되는 특징은 학습문제의 결과는 대상의 변화가 아니라, 주체인 학생들 자신의 변화이며, 이러한 변화는 행위의 일정한 방법들의 획득을 통해서’라고 했다. 즉 학습문제의 해결은 문제의 정답이나 식의 단순한 변형을 지향하는 것이 아니라, 문제해결의 방법을 획득하는 것을 지향해야 한다. 이를 통해 학습자가 변화되며, 학습활동이 이루어지게 된다.

학습문제는 문제해결을 위한 일정한 행위들로 구성된다. Davydov([13])는 이들 행위를 학습행위라 부르며, 학습행위들은 첫째 교사로부터 또는 독립적으로 학습문제를 설정하거나 수용하기, 둘째 학습 대상의 전체공통인 관계를 밝히기 위해 문제의 조건들을 변환하기, 셋째 추출된 관계를 구체물로, 그래프로, 문자로 모델링하기, 넷째 관계의 특징들을 순수한 형태로 연구하기 위해 모델을 변환하기, 다섯째 공통의 방법으로 해결되는 부분적인 문제들의 체계를 구성하기, 여섯째 앞의 행위들의 수행을 통제하기, 일곱째 학습문제의 해결 결과인 일반화된 방법의 터득을 평가하기로 구성된다고 하였다. 그리고 이 행위들은 조작들로 구성되며, 학습행위를 수행하기 위해 어떤 조작들이 어떻게 연결될 것인지는 학습문제와 그 해결을 위한 조건들에 의해 결정된다.

기술한 학습행위들은 학습문제 수용, 전체공통인 관계를 밝히기, 전체공통인 관계의 모델링, 전체공통인 관계와 부분문제들의 관계성 밝히기, 학습행위들의 통제, 평가로 요약될 수 있다. 이것은 앞에서 기술한 추상으로부터 구체로의 상승을 구성하는 각 단계를 학습문제의 해결과정으로 구체화시킨 것이다. 결국 이러한 학습행위를 통해 전체성을 띤 학습 대상을 사고 속에서 재구성하기 위한 분자를 생성할 수 있다.

특히 Davydov([13], p.162)는 ‘기술한 학습행위들은 이들의 수행 과정에서 터득

되는 개념의 발생 조건들(왜 그리고 어떻게 그러한 내용이 추출되며, 왜 그리고 어떻게 그 내용이 정착되며, 어떤 부분적인 상황에서 그것이 드러나며 등)을 밝히도록 학생들의 방향을 설정한다'고 했다. 즉 학습행위들을 통해 어떤 개념의 발생, 발달을 학생들이 경험해야 하며, 그렇게 되도록 학습행위들이 조직되어야 한다는 것이다.

3. Davydov의 초등학교 1학년 수학교과서 분석

Davydov는 동료인 Gorbov, Mikulina, Savel'eva와 함께 자신의 학습활동이론에 근거한 초등학교 수학교과서를 집필했다. 본 연구에서는 이 초등학교 수학교과서들 중에서 1학년 교과서를 학습활동이론의 관점에서 분석할 것이다. 수학교과서는 학생들을 위해 기술된 것이므로, 저자들의 교수학적 의도가 잘 드러나지 않는 경우가 많다. 이러한 문제점을 보완하기 위해, 본 연구에서는 수학교과서의 저자들 중의 한 사람인 Gorbov가 기술한 교사용 참고도서도 함께 분석할 것이다.

(1) 수학교과서와 교사용 지도서의 내용

Davydov et al.([10])의 수학교과서는 우리나라의 교과서처럼 큰 단원 중심으로 구성된 것이 아니라, 46개의 작은 주제들로 구성되어 있는 반면, Gorbov([18])의 교사용 지도서는 우리나라의 교과서와 같이 10개의 큰 단원 중심으로 구성되어 있다. 이해를 쉽게 하기 위해, Gorbov의 교사용 지도서에 제시된 단원 및 소단원명과 Davydov et al.의 수학교과서에 제시된 주제들을 함께 정리할 것이다.

Davydov et al.의 수학교과서는 다양한 양들을 도입하고, 양들의 특징을 고찰하는 것으로 시작되는데, [표 2]가 이들 내용에 해당된다.

Gorbov 지도서의 단원명	Davydov et al. 교과서의 주제
1. 사물들의 징표들	
1.1. 색깔, 형태	색깔, 형태, 치수
1.2. 색깔, 형태, 치수	왼쪽에-오른쪽에, 사이에, 위에-아래에
1.3. 왼쪽에-오른쪽에, 위에-아래에, 사이에	불지 않은, 원이 아닌
1.4. 불지 않은, 원이 아닌	치수, 크다, 작다
1.5. 치수, 크다? 작다?	
2. 양들	직선들과 곡선들, 점들, 선분들

2.1. 직선들과 곡선들, 점들, 선분들	길이
2.2. 길이	꺾인선, 닫힌 선들과 닫히지 않은 선들
2.3. 닫힌 선들과 닫히지 않은 선들	내부, 외부, 형태의 경계선
2.4. 형태의 경계선들	넓이
2.5. 넓이	부피
2.6. 부피	무게
2.7. 무게	같다, 크다, 작다.
2.8. 관계 ‘같음’과 ‘같지않음’의 그래픽 모델링	개수
2.9. 개수	

[표 2] Gorbov의 지도서 1단원, 2단원과 이에 관련된 Davydov et al. 교과서 내용
[Table 2] Gorbov's teaching materials and Davydov et al.'s textbook of units 1, 2

한편 양들을 직접적으로 비교하고 이를 문자를 이용하여 나타내는 학습 자료들이 Davydov et al.의 수학교과서에 [표 3]과 같이 제시되어 있다.

Gorbov 지도서의 단원명	Davydov et al. 교과서의 주제
3. 양들에 대한 행위들	양들의 변화
3.1. 양들의 변화	문자에 의한 양의 표시
3.2. 문자에 의한 양의 표시	비교 결과의 기록
3.3. 비교 결과의 기록	양들의 열
3.4. 양들의 열	

[표 3] Gorbov의 지도서 3단원과 이에 관련된 Davydov et al. 교과서 내용
[Table 3] Gorbov's teaching materials and Davydov et al.'s textbook of unit 3

한편 양들의 직접적인 비교가 불가능한 상황이 제시되고, 학생들은 척도와 표식들(수들)을 이용한 간접적인 비교 방법을 발견해야 하고, 이를 통해 측정의 도구로써 수가 도입된다. 이러한 도입과 관련하여, Gorbov([18], p.54)는 ‘이와 같은 방법으로 수의 조작적 의미가 밝혀진다: 수는 하나의 양으로부터 다른 양들을 얻도록 하는 도구로써 등장한다. ...결국 수가 양의 측정 결과를 나타나는 수량으로써의 새로운 의미가 드러난다’고 하였다. 이에 관련된 학습 내용들이 Davydov et al.의 수학교과서에 [표 4]와 같이 제시되어 있다.

Gorbov 지도서의 단원명	Davydov et al. 교과서의 주제
4. 수의 도입	매개자
4.1. 매개자를 이용한 양들의 비교	측정, 척도, 표식

4.2. 측정. 척도. 표식 4.3. 단어-표식 4.4. 셈세기 높이는 어떠해야 하는가 4.5. 합성척도 4.6. 수 1 4.7. 척도가 몇 개인가?	단어-표식 합성척도 수 1
--	----------------------

[표 4] Gorbov의 지도서 4단원과 이에 관련된 Davydov et al. 교과서 내용

[Table 4] Gorbov's teaching materials and Davydov et al.'s textbook of unit 4

이제 양들의 측정과정을 시각적으로 나타내기 위해 수직선이 도입된다. 이와 관련하여, Gorbov([18], p.54)는 ‘처음에 수들은 직선의 점의 형태로 표현되는데, 이를 통해 수의 순서와 관련된 측면이 드러난다. 그런 다음, 수들이 직선에서 선분의 형태로 표현되는데, 이것은 수의 수량적인 측면을 드러낼 수 있다’고 하였다. 그리고 수직선을 이용하여 수들을 비교하게 되는데, 이에 관련된 학습 내용들이 Davydov et al.의 수학교과서에 [표 5]와 같이 제시되어 있다.

Gorbov 지도서의 단원명	Davydov et al. 교과서의 주제
5. 수직선 5.1. 수직선의 도입 5.2. 수직선에 양들의 표현	수직선
6. 수들의 비교 6.1. 수직선에서 수들의 비교 6.2. 수직선을 이용한 양들의 비교 6.3. 같은 척도로 측정할 때 양들과 수들 사이의 관계 6.4. 척도의 선택에 따른 측정 결과의 관계 6.5. 자 6.6. 측정의 표준 단위들. 길이의 단위들 6.7. 세기의 단위들	수들의 비교 양들의 비교 자 길이의 단위 수세기의 단위

[표 5] Gorbov의 지도서 5단원, 6단원과 이에 관련된 Davydov et al. 교과서 내용

[Table 5] Gorbov's teaching materials and Davydov et al.'s textbook of units 5, 6

이제, 양들의 차이 정도를 나타내는 개념으로 양들의 ‘차’가 도입되고, 이를 이용하여 수들의 덧셈, 뺄셈, 수 0이 다루어진다. 그리고 전체와 부분의 관계를 이용하여 연산 및 연산의 성질이 다루어진다. 이에 관련된 학습 내용들이 Davydov et al.의 수학교과서에 [표 6]과 같이 제시되어 있다.

Gorbov 지도서의 단원명	Davydov et al. 교과서의 주제
7. 양의 차 비교, 수들의 덧셈과 뺄셈 7.1. 수들의 차 7.2. 양들의 차 7.3. 무게의 단위 7.4. 다른 양의 값과 차에 따른 양의 값 구하기 7.5. 수들의 덧셈과 뺄셈 7.6. $a \pm 1$, $a \pm 2$, $a \pm 3$ 의 경우 7.7. 문자에 의한 수들의 표현. 문자식 7.8. 수 0	수들의 차 양들의 차 무게의 단위들 수들의 덧셈과 뺄셈 문자와 식에 의한 수들의 표현 수 0
8. 전체와 부분 8.1. 사물에서 전체와 부분 8.2. 전체의 값 결정하기 8.3. 수들의 덧셈 순서 8.4. 전체의 부분들의 의미 8.5. 부분의 의미 탐색	전체와 부분 전체를 계산하기 수들의 덧셈 순서 전체를 부분들로 나누기 부분들의 계산

[표 6] Gorbov의 지도서 7단원, 8단원과 이에 관련된 Davydov et al. 교과서 내용
 [Table 6] Gorbov's teaching materials and Davydov et al.'s textbook of units 7, 8

한편 앞에서 배운 전체와 부분의 관계를 바탕으로, 그림을 이용하여 문장제를 해결하게 된다. Gorbov([18], p.112)에 의하면, ‘그림은 구하는 것을 전체 또는 부분과 쉽게 관련시키며 상응하는 연산을 쉽게 선택하도록 하여, 문제를 풀도록 도와준다’고 주장했다. 그리고 20까지의 수들에 대한 연산, 다양한 연습문제들, 자신의 능력을 확인하는 문제들이 제시되어 있다. 이에 관련된 학습 내용들이 Davydov et al.의 수학교과서에 [표 7]과 같다.

Gorbov 지도서의 단원명	Davydov et al. 교과서의 주제
9. 문장제 9.1. 그림을 이용한 문장제 분석 9.2. 문제들의 구성 9.3. 부피의 단위들	그림을 이용하여 문제를 해결하기 문제들의 구성 부피의 단위-리터
10. 수 11에서 20까지 10.1. 수 11-20의 구성 10.2. 16 ± 1 인 경우들 10.3. 16 ± 2 , 16 ± 3 인 경우들	수 11-20 $16=10+6$

10.4. $10+a$ 의 변형, 두 자리 수의 구성	
	수행하기와 기억하기
	자신의 지식들과 능력들을 확인하기

[표 7] Gorbov의 지도서 9단원, 10단원과 이에 관련된 Davydov et al. 교과서 내용

[Table 7] Gorbov's teaching materials and Davydov et al.'s textbook of units 9, 10

(2) Davydov et al.의 수학교과서에서 학습문제와 학습행위들

Davydov et al.의 수학교과서와 Gorbov의 교사용 지도서에는 학습문제가 무엇인지, 어떤 문제가 어떤 학습행위에 관련되는지 명시되어 있지 않다. Davydov et al.의 수학교과서에는 문제들이 나열되어 있고, Gorbov의 교사용 지도서에는 각 단원의 특징들, 교수-학습의 구체적인 방법들이 기술되어 있다.

본 연구에서는 Davydov et al.의 초등학교 1학년 수학교과서와 이 교과서에 대한 Gorbov의 교사용 지도서를 분석하여, 초등학교 1학년 수학 과정에 포함된 학습문제를 제시하고, 이와 관련된 학습행위들을 문제를 통해 고찰할 것이다.

우선 학습문제와 관련하여, Davydov는 학습문제의 해결 과정에서 학생들이 공통관계를 추출하여 일반적인 문제해결 방법을 터득할 것을 주장하였다. 즉 학습문제를 밝히려면, 초등학교 수학에서 다루는 공통관계가 무엇인지를 알아야 한다.

공통관계와 관련하여, El'konin([17], pp.272-273)은 '초등학교에 학생들이 다루는 관계들은 그리 많지는 않지만, 이들은 가장 기본적이고 공통적인 것들이다. 그러한 관계들로는 무엇보다도, 두 양 또는 두 집합의 같음과 같지않음(크다, 작다, 같다), 부분과 전체, 이들의 유일성(부분들은 유일하게 전체를 결정하고, 전체와 부분은 유일하게 다른 부분을 결정한다)이다'라고 하였다. 실제로 이 관계들은 초등학교 1학년 수학교과서에서 중요한 역할을 한다.

특히 Davydov([13], p.165)는 초등학교 수학교과의 학습문제와 관련하여 '수학교과의 주된 목표는 중등학교를 마치면서 학생들에게 실수개념이 충분히 형성시키는 것이며, 실수 개념은 양의 개념에 근거한다. 그러므로 우리의 과정은 '같다', '크다', '작다'의 관계들에 의해 규정되는 양 개념을 도입하는 것으로 시작된다'고 하였다.

이와 같은 Davydov의 관점은 El'konin과도 일맥상통한 것으로, Davydov et al.의 초등학교 1학년 수학교과서에서는 공통관계인 '크다', '작다', '같다'를 바탕으로 자연수 개념을 형성하고 관련된 연산들의 성질을 탐구하는 것이 학습문제가 됨을 알 수 있다.

이제 이 학습문제의 해결을 위한 학습행위들의 특징들과 이들이 수학교과서에 어떻게 수학문제를 통해 구현되는가를 분석하자.

학습행위 1. 학습문제를 설정(수용)하기

이 행위에서는 교사에 의해 제시되는 학습문제를 수용하거나 독립적으로 학습문제를 설정하게 된다. Dusavitskii et al.([16])은 학습문제를 설정(수용)하는 수업은 첫째, 학습-실제적 문제를 제시하고, 둘째 이 문제를 학습-탐구적 문제로 변형시키고, 셋째 기존의 행위방법으로는 해결되지 않는 문제상황에 직면하기의 단계로 구성되어야 한다고 하였다.

학습-실제적 문제를 해결하면서, 학생들은 기존의 행위 방법들을 이용하여 성공적으로 문제상황을 해결하면서 학습하려는 대상을 추출하고 분석한다. 그 후에 학습-실제적 문제에 적당한 개념들을 도입하여, 주어진 문제를 학습-탐구적 문제로 변형시키게 된다. Dusavitskii et al.([16], p.23)에 의하면, ‘학습-탐구적 문제의 해결 과정에서 학생들은 이론적 개념들의 발생 조건들을 분석하고 관련된 일반적인 행위 방법들을 터득한다. 이때 문제는 일련의 부분문제들로 분해되며 부분 문제들의 해결은 처음 문제의 결과뿐만 아니라 일반화된 행위 방법의 터득을 보장해야 한다’고 하였다.

학습-실제적 문제와 학습-탐구적 문제에서 학생들은 터득한 방법들을 성공적으로 사용할 수 있었지만, 이제 외형적으로는 이전의 문제들과 유사하지만 이전의 방법들로는 해결되지 않는 상황에 직면하게 된다. Dusavitskii et al.([16], p.23)에 의하면, ‘이때 <무슨 일이 일어난 것이지? 왜? 무엇이 변화된 거야?> 등과 같은 질문에 대한 대답을 찾게 되고, 이러한 질문들이 문제 설정의 한 걸음 한 걸음에 해당한다’고 하였다.

결국 교사가 몇몇 문제를 학습지를 통해 제시하고 학생들은 이를 읽는 것이 학습문제의 설정을 의미하지는 않는다. 학생들은 기존의 행위 방법들을 바탕으로 성공적으로 해결할 수 있는 문제상황에서 다양한 개념들과 접하게 되고, 이 개념들을 탐구한다. 그러나 기존의 행위 방법들이 작용하지 않는 문제상황에 직면하고, 그러한 문제상황의 발생, 원인 등에 대해 궁리하게 되는데, 이것이 바로 학습문제를 설정하는 단계에 해당한다.

Davydov et al.의 1학년 수학교과서에서는 [표 2], [표 3]의 사물의 징표들, 양들, 양들에 대한 행위들의 내용이 학습문제의 설정에 해당한다. Davydov et al.의 수학교과서에 의한 수학 학습에서는 다음을 학습-실제적 문제로 하여 시작할 것을 Gorbov([18], p.7)은 권고하고 있다.

칠판에 종이로 된 아직 완성되지 않은 건물이 있고, 색깔과 형태가 서로 다른 기둥들의 모임이 제시되어 있다. 완성되지 않은 건물에 부족한 기둥을 주어진 기둥들 중에서 골라라.

Gorbov([18])는 이 문제에 대해 학생들이 바로 정답을 선택할 수 있지만, 적당하지 않은 기둥들에 대해서도 색깔이나 형태의 관점에서 학생들과 토론할 것을 권고하였다. 즉 주어진 실제적인 문제를 해결하면서, 색깔이나 형태의 개념과 관련하여 다양한 토론을 학생들과 교사가 수행할 것을 권고하고 있다. 이 문제를 Dusavitskii et al.이 주장한 학습문제의 설정에서 첫 번째의 학습-실제적 문제에 해당한다고 할 수 있을 것이다.

학습문제의 설정 단계에서 Davydov et al.의 수학교과서에 사용된 개념들로는, 치수, 왼쪽에-오른쪽에, 위에-아래에, 사이에, 같다, 크다, 작다, ~이 아닌, 직선, 곡선, 점, 선분, 길이, 꺾인선, 닫힌선, 내부, 외부, 경계선, 넓이, 부피, 무게이다. 특히 이 개념들에 관련된 문제들은 학생들이 이미 가지고 있는 행위 방법들을 바탕으로 해결할 수 있는 것들이다. 예를 들어, ‘무게’와 관련하여 Davydov et al.([10], p.18)의 수학교과서에는 다음 문제가 제시되어 있다.

1. 두 개의 같은 항아리에, 하나에는 꿀이 담겨있고 나머지는 비어있다. 빈 항아리는 어느 것인가?

2. 어떤 물체들이 무게가 서로 같은가? 띠를 이용하여 대답하여라. 그리고 함정에 조심하여라.

문제 1과 2에서 학생들은 저울을 보고 쉽게 어느 쪽이 더 무거운지를 알 수 있다. 이 문제들을 해결하기 위해, 새로운 행위 방법이 필요하지는 않다. 한편 문제 2에서 네 번째 그림에 있는 물고기들의 무게는 비교할 수 없으며, 이것이 문제에서 언급한 함정에 해당하는 내용이다. 문제 2에서 한 가지 주목할 것은 문제 1과는 달리 비교의 결과를 띠를 이용하여 나타내도록 하였다. 이것은 비교의 결과를 그래프를 이용하여 모델링하는 것에 관련시켜 생각할 수 있다. 이것은 세 번째 학습행위인 ‘추출된 관계를 모델링하기’의 예비적인 문제로 생각할 수 있다.

비교 결과의 다양한 모델링은 Davydov et al.의 수학교과서 전반에 걸쳐서 찾아볼 수 있다. 그래프를 이용한 모델링의 한 예를 살펴보자([10], p.26).

그래프에 따라 그릇들에 들어갈 물의 수위를 변화시켜라.

한편, 비교의 결과를 문자를 이용하여 모델링을 한 예를 살펴보면, 다음과 같다([10], p.32).

무게를 비교한 결과를 적어라. 그래프를 이용하여 확인하여라.

살펴본 문제들은 Dusavitskii et al.([16])이 주장한 학습문제 설정의 두 번째 단계인 학습-탐구적 문제로의 변형에 해당된다고 할 수 있을 것이다. 한편, 세 번째 단계인 ‘기존의 방법으로는 해결되지 않는 문제상황에 직면하기’는 다음 문제에 해당된다([10], p.35).

종이 띠를 이용하여 길이들을 비교하여라.

길이를 비교하는 이 문제는 앞의 비교 문제들과 다르다. 앞의 비교 문제들에서는 원하는 양들을 곧바로 비교할 수 있었지만, 이 문제에서는 ‘매개자’인 종이 띠를 이용하는 새로운 비교 방법이 필요하다.

학습행위 2. 전체공통인 관계를 밝히기 위해 문제의 조건들을 변환하기

전체공통인 관계를 밝히기 위해 문제의 조건들을 변환시키는 것은 결국은 문제해결을 의미한다. 그리고 Davydov([13], p.158)는 ‘학습문제의 해결은 실제 행위의 일반화된 방법의 터득을 지향한다’고 주장하였다. 같은 맥락에서 Dusavitskii et al.([16], p.24)은 ‘학습문제를 해결하는 것은 주어진 유형의 많은 부분적인 문제들에 대한 접근 원리, 공통의 방법을 밝히는 것이다. 이 단계에서 중요한 것은 문제에 포함된 상황을 변환시키고, 대상의 본질적인 관계를 밝히기 위해 대상에 대한 행위들을 분석하는 것’이라고 하였다. 조건들을 변환시켜 전체공통인 관계를 밝히는 것은 문제상황에서 변환을 수행하고 이것을 분석하는 것을 의미한다. 특히 초등학교 1학년 수준에서 문제의 조건들의 변환은 대상들의

직접적인 변환에 밀접하게 관련된다.

매개자인 척도를 이용한 측정 문제의 대표적인 예를 하나 살펴보자([10], p.37).

물을 채운 그릇을 준비하자. 척도 H를 이용하여 물의 부피를 측정하여라. 그리고 결과를 적어라.

학생들은 이 문제를 해결하면서, 주어진 양 K를 척도 H를 이용하여 측정하게 된다. 이를 통해, 척도를 이용하여 양을 측정하는 새로운 행위방법을 터득하게 된다. 이러한 새로운 측정 방법은 양들의 비교, 수들의 비교를 위한 중요한 도구가 된다.

한편 위의 문제에서는 척도를 이용한 측정뿐만 측정 결과의 기록도 요구하고 있다. 표식을 이용한 측정 결과의 기록은 세 번째 학습 행위인 모델링하기와 직접적으로 연관된다. Davydov et al.은 측정의 결과를 나타내는 표식으로 처음에는 선을 사용했다. 예를 들어, 위의 문제에서 작은 컵 H를 네 번 이용하여 그릇 K의 물을 모두 측정했다면, 다음과 같이 나타낸다.

한편 측정의 결과를 나타내는 표식으로 선 대신에, 썸세기 놀이(단어들을 배열시켜 측정 결과를 나타내는 방법), 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9도 사용하였다. 예를 들어, Davydov et al.의 수학교과서에 측정의 결과를 나타내기 위해 썸세기 놀이 황제-황제의 아들-왕-왕의 아들-..... 등이 사용되었다. 척도를 세 번 사용하여 어떤 사물을 측정하면, 이 사물을 ‘왕’으로 기록하였다. 그리고 측정 결과의 기록을 위해 숫자들도 사용되었는데, 이 숫자들은 개념으로써가 아니라, 썸세기 놀이와 유사한 방법으로 사용되었다.

그 후에 수가 개념으로써 사용된다. 다음은 Davydov et al.([10], p.46)의 수학교과서에서 수를 개념으로 사용하는 것에 관련된 문제이다.

학습행위 3. 추출된 관계를 구체물로, 그래프로, 문자로 모델링하기

Davydov의 학습활동이론에서 이론적 지식의 터득 과정에서 모델링은 중요한 역할을 한다. Davydov([13], p.161)에 의하면, ‘학습 모델은 이론적 지식과 일반화된 행위 방법의 터득 과정에서 중요한 연결고리를 형성한다. 이때 학습 모델은 전체성을 띤 대상의 전체공통인 관계를 고정하며, 그 대상에 대한 후속적인 분석을 보장할 수 있어야 한다’고 하였다. 이로부터 학습 모델은 대상의 분석 결과인 전체공통인 관계를 정착시킬 뿐만 아니라, 대상에 대한 추가적인 분석의 도구가 될 수 있어야 한다는 것을 알 수 있다.

Davydov et al.의 수학교과서에서 측정 결과를 화살표와 표식을 이용하여 표현하는 방법을 살펴보았다. Davydov et al.은 선분에 표식을 기입하는 것을 수직선으로 발전시켜 측정활동의 모델링을 시도하였다. 즉 Davydov et al.([10], p.51)은 ‘직선에 수들로 척도-걸음이 표시하여, 이 직선을 수직선으로 부른다’고 기술하였다. 수직선의 도입과 관련하여, Davydov et al.([10], p.50)에 다음과 같은 문제가 제시되어 있다.

폴라는 그릇에 물을 부었다. 폴라의 작업을 그림으로 나타내어라. 직선에 시작점을 나타내기 위해 깃발을 꽂았는데, 이 점으로부터 주어진 선분-걸음을 표시하여라.

한편 Davydov et al.([10], p.52)는 수직선을 이용하여 측정활동의 결과를 모델링하는 것과 관련하여, 다음 문제를 제시하였다. 이 문제는 측정활동의 결과를 구체물의 형태로, 그래프의 형태로 모델링하는 것에 관련된다.

살펴본 두 문제에서는 측정 결과를 수직선에 선분들(척도-걸음)을 원점으로부터 올려놓는 것으로 모델링하였다. 이와 관련하여, Gorbov([18], p.67)는 ‘처음에 수들을 직선의 점들로 표현하였는데, 이를 통해 수들의 순서적인 측면을 나타낼 수 있다. 이제 수들을 선분의 형태로 표현하는데, 이를 통해 수들의 개수적인 의미를 나타낼 수 있다’고 하였다. 즉 측정의 결과를 수직선을 이용하여 모델링하여, 점과 선분을 이용하여 수의 순서적인 성질, 개수적인 성질을 나타낼 수 있다.

Davydov et al.의 수학교과서에서 수직선을 이용한 측정의 모델링은 수식을 이용한 표현과 직접적으로 연결된다. 예를 들어, 수직선을 도입한 후에 다음과 같은 문제가 제시되어 있다([10], p.55).

부피 C, B, T를 그림에 나타내라. 그리고 표기를 완성하여라.

학습행위 4. 관계를 순수한 형태로 연구하기 위해 모델을 변환하기

Davydov([13], p.162)에 의하면, ‘문제상황에서 이 관계는 많은 부분적인 징표들에 의해 가려져 있어, 이 관계만을 특별히 고찰하는 것이 어렵다. 모델에서는 관계가 순수한 형태로 드러난다. 그러므로 학습모델을 변형시키거나 재구성하면서 학생들은 전체공통인 관계를 다양한 상황에 의한 애매모호함 없이 학습할 수 있는 가능성을 가진다’고 했다. 즉 이 행위에서는 앞의 학습행위에서 만들어진 수직선 모델을 이용하여 수들의 다양한 성질을 탐구하게 된다.

Davydov et al.의 수학교과서에서는 수직선 모델을 이용하여 수들과 양들의 비교, 수들의 차 개념의 도입, 수들의 덧셈과 뺄셈, 수를 문자와 식으로 나타내기, 전체와 부분, 덧셈의 순서 등을 학습하게 된다.

Davydov et al.([10], p.61)의 수학교과서에서는 수직선 모델을 이용하여 양들을 비교하는 것에 관련된 문제를 살펴보자.

수직선을 이용하여 측정의 결과를 나타내고, 양들을 비교하여라.

한편 Davydov et al.([10], pp.70-71)의 수학교과서에서 수들과 양들의 차 개념을 수직선을 이용하여 도입하였다. 수들의 차에 관련된 문제를 살펴보자.

수직선을 이용하여 한 수가 다른 수보다 몇 단위만큼 작은지를 알아보자. 이 차를 빈 칸에 적어라.

수직선을 이용하여 표기에 들어갈 적당한 수를 찾아라.

위의 문제들에서 러시아어인 ‘на’는 만큼을 의미한다. Davydov et al.([10], p.85)의 수학교과서에서 수직선을 이용하여 ‘수를 문자와 식으로 나타내기’를 설명하였다. 이를 자세히 살펴보자.

문자들에 의해 표현된 수들을 비교하여라.

수직선에서 연산을 수행하여라.

$$\begin{array}{ll} a - 2 = \square & e - 1 = \square \\ a + 1 = \square & e + 2 = \square \end{array}$$

다음과 같을 때 다른 문자들의 값을 구하여라.

$a = 3$	$c = \square$	$e = \square$	$n = \square$
$a = 5$	$c = \square$	$e = \square$	$n = \square$
$e = 5$	$c = \square$	$a = \square$	$n = \square$

이제 Davydov et al.([10], p.95)의 수학교과서에 제시된 덧셈의 순서에 관련된 내용을 살펴보자.

다음에서 등식들을 만들어라.

수들을 임의의 순서로 더할 수 있다: $a + c = c + a$.

학습행위 5. 공통방법으로 해결되는 부분문제들의 체계를 구성하기

Davydov([13], p.162)에 의하면, ‘이 학습행위를 통해 학생들은 학습문제를 구체화시키며, 학습문제를 서로 다른 부분문제들로 바꾸게 된다. 이때 부분문제들은 이전 학습행위의 수행에서 획득된 공통방법에 의해 해결되는 것들이다’라고 했다. 이 학습행위는 내용있는 일반화와 관련되며, 이전의 학습행위들에서 분석한 공통관계, 공통방법을 구체화하는, 즉 추상에서 구체로의 상승을 교수-학습 과정에서 구현하는 한 방법이라 할 수 있다.

이 행위는 Davydov의 학습활동이론에서 특징적인 것이다. 문제해결에 관련된 다양한 교수-학습이론들은 주어진 문제의 해결에 초점을 맞추어 이해, 계획수립, 실행, 반성의 단계를 거치도록 요구하는 반면, Davydov의 학습활동이론에서 행위들의 체계는 문제해결을 통해 공통관계, 공통방법을 분석하고(내용있는 분석),

이를 구체화시키는 내용있는 일반화를 시도하도록 요구한다.

Davydov et al.의 수학교과서에서는 공통방법으로 해결되는 부분문제들의 체계를 구성하기와 관련하여, 그림(공통관계의 모델)을 이용하여 문제풀기, 문제만들기를 찾아볼 수 있다.

모델을 이용하여 문제풀기의 한 예로, 다음 문제들을 교과서에서 볼 수 있다 ([10], p.103).

문제에 맞는 그림을 골라라. 풀이를 써라. 계산기를 이용하여 답을 구하여라.

식당에 사과 14kg과 바나나 18kg을 들여왔다. 식당에는 과일이 모두 몇 킬로그램이 들어왔는가?

주어진 그림에 맞는 식들의 값을 구하여라.

$$\begin{aligned} 7 + 21 \\ 28 - 7 \\ 7 + 28 \\ 28 - 21 \end{aligned}$$

한편 문제 만들기와 관련해서는, Davydov et al.([10], pp.108-109)의 수학교과서에 다음과 같은 유형의 문제들이 다양하게 제시되어 있다.

이야기에 따라 그림을 다시 그렸다. 그림들은 세 개의 문제에 대한 것이다. 각 그림에서 전체를 구하는 것은 무엇이며, 부분을 구하는 것은 무엇인지를 말하여라.

다음에 문제의 일부가 주어졌다. 그림에 따라 문장을 완성하여라. 문제를 풀고, 풀이들을 비교하여라.

- (1) 낮에 차고에 차가 몇 대 서 있다...
- (2) 밤에 차고에 차가 13대 서 있다...

학습행위 6. 행위들의 수행을 통제하기

행위들의 수행을 통제하기는 Schoenfeld([23])가 주장한 수학 문제해결 과정의 통제하기(control)나 초인지와 관련될 수 있다. 일반적으로 초인지는 자신의 인지 과정에 대한 인지로서, 자신의 사고 과정을 점검하고 조절·통제하는 것에 관련된다.

한편, Davydov([13], p.162)에 의하면, ‘통제하기는 학습문제의 요구들과 학습행위들의 일치성을 규정하는 것’이라고 하였다. 즉 이 학습행위는 문제에서 요구되는 것들과 학습행위가 일치하는지를 확인하여, 일치하지 않으면 학습행위의 구성요소들을 변화시켜 문제의 조건들, 구하는 것들과 연결성을 설정하는 것이다. 특히 통제하기는 모든 학습행위들과 관련되며, 이 학습행위들이 효과적으로 작동할 수 있도록 한다.

결국 자신의 행위의 수행을 통제하는 것은 자신의 인지 과정을 점검하며, 자신의 지식 및 능력을 스스로 확인하며, 주어진 문제에 대한 자신의 행위가 문제의 조건들, 요구들과 일치하는가를 점검하며, 이를 바탕으로 행위를 조절하는 것을 의미한다.

Davydov et al.의 수학교과서에서는 통제하기와 관련하여, 교과서의 뒷부분에 ‘자신의 지식과 능력을 확인하기’라는 제목 아래 다양한 문제들을 제공하고 있다. 다음은 그러한 문제들의 일부이다([10], p.147).

다음의 각 경우에 어떤 척도로 측정을 했는지를 찾아라.

다음 수들을 비교하여라.

학습행위 7. 일반화된 방법의 터득을 평가하기

Davydov([13], p.163)에 의하면, ‘평가하기 행위를 통해, 학습 문제의 일반적인 해결 방법을 터득했는지 아닌지를 규정하며, 학습행위의 결과들이 최종적인 목표와 일치하는지 아닌지를 결정한다. ...결국 평가는 학생들이 주어진 학습문제가 해결되었는지 아닌지를 아는 것’이라고 하였다.

평가하기는 학습행위의 마지막 단계로써, 학습행위들의 결과가 목표와 일치하는지 아닌지를 확인하는 것을 의미한다. 평가하기는 학습문제의 최종적인 해결 여부를 판단하는 것뿐만 아니라, 부분문제들, 각 학습행위가 원하는 목표에 도달했는지를 확인하는 것이 포함될 수 있다.

예를 들어, Davydov et al.([10], p.50)에서 모델링과 관련하여, 다음과 같은 평가하기 문제가 제시되어 있다.

폴라는 척도 C를 이용하여 물을 긷고, 컵에 표식을 하였다. 폴라가 한 일을 선택분에 나타내어라.

판야(Таня)와 빼썬(Петя)가 다음과 같이 하였다. 이들의 결과를 평가하여라.

4. 결론

최근에 교육학과 심리학 분야에서 활동이론에 대한 관심이 높아지고 있다. 그러나 국내의 활동이론에 대한 연구는 시작단계에 머물러 있다. 본 연구에서는 활동이론과 Davydov의 학습활동이론에 관련된 러시아 문헌들, 학습활동이론에 근거한 Davydov의 초등학교 1학년 수학교과서, 교사용 지도서에 대한 문헌을 분석하여, 러시아에서 활동이론의 발생 및 발달 과정, 학습활동이론과 이론적 사고, 학습활동의 구성요소 등을 연구하고, Davydov의 학습활동이론이 수학교과서에 어떻게 실현되었는가를 분석하였다.

‘활동’ 개념은 독일의 철학자 Kant, Fichte, Shelling, Hegel 등이 인간을 능동적이며 창의적인 존재로서 개념화하는 과정에서 얻어졌다. 그 후에 Vygotsky, Leont’ev, Rubinstein 등의 러시아 심리학자들이 활동이론의 심리학적 기초를 마련하였고, Brushlinskii, El’konin, Davydov, Gal’perin, Zaporozets 등이 체계적으로 연구를 수행하였다. 특히 El’konin과 Davydov는 활동이론을 발전시켜 학습활동이론, 발달교육이론으로 구체화하였다.

본 연구에서는 러시아의 심리학 연구 결과들을 바탕으로, 활동, 활동의 구조, 활동의 유형, 다양한 활동들 사이의 관계, 학습활동의 특징, 학습활동에서 이론적 지식의 구성, 추상에서 구체로의 상승, 학습행위, 학습조작 등의 개념들을 구체적으로 설명하였다. 특히 학습활동을 구성하는 학습문제, 학습행위들의 특징들을 El’konin, Davydov의 연구를 중심으로 상세하게 고찰하였다.

한편 본 연구에서는 Davydov, Gorbov, Mikulina, Savel’eva가 저술한 초등학교 1학년 수학교과서의 내용 구성의 특징, 수개념 및 연산 도입의 특징들을 분석하였다. 이를 통해 Davydov et al.의 수학교과서는 전체가 하나의 학습문제를 해결하는 과정으로 유기적으로 전체성을 띠며 구성되었다는 것을 발견하였고, 이 학습문제가 ‘상등과 대소관계를 바탕으로 자연수 개념을 형성하고 관련된 연산들의 성질을 탐구하는 것’이라는 것을 밝혔다.

그리고 이 학습문제의 해결을 위한 학습행위들의 특징들과 이들이 수학교과서에 어떻게 수학문제를 통해 구현되는가를 분석하였다. 이를 위해, 학습문제를 해

결하기 위해 Davydov가 제시한 7가지의 학습행위인 (1) 학습문제를 설정(수용)하기, (2) 전체공통인 관계를 밝히기 위해 문제의 조건들을 변환하기, (3) 추출된 관계를 구체물로, 그래프로, 문자로 모델링하기, (4) 관계를 순수한 형태로 연구하기 위해 모델을 변환하기, (5) 공통방법으로 해결되는 부분문제들의 체계를 구성하기, (6) 행위들의 수행을 통제하기, (7) 일반화된 방법의 터득을 평가하기의 각 행위에 대해 그 특징을 문헌연구를 통해 분석하였다. 그리고 Davydov et al.의 초등학교 1학년 수학교과서를 분석하여, 이 행위들이 수학교과서에서 어떻게 구현되었는지를 밝히고, 이에 해당하는 수학문제의 예들을 제시하였다.

본 연구를 통해 얻어진 결과들은 러시아 활동이론의 핵심적인 개념들을 이해하고, 이를 수학 교수-학습과정에 활용하는 기초자료가 될 것으로 기대된다.

참고문헌

- [1] 고정화, 학령 초의 활동주의적 수 개념 구성에 관한 연구, 수학교육학연구 **17(3)**, 309-331(2007).
Ko J. W., *A Study on Activistic Construction of Number Concept in the Children at the Beginning of School Age*, Journal of Educational Research in Mathematics **17(3)**, 309-331(2007).
- [2] 김수환, 수학교육에서의 활동 이론에 대한 구성주의자 관점에서의 분석, 과학과 수학교육논문집 **20**, 89-111(1999).
Kim S. W., *A Constructivist's Analysis for Activity Theory in Mathematics Education*, Journal of Science and Mathematics Education **20**, 89-111(1999).
- [3] 김종백, 조형정, 영재를 위한 교수-학습과정 설계와 분석 틀로써의 활동이론, 영재와 영재교육 **6(2)**, 129-148(2007).
Kim J. B, Cho H. J., *Activity theory as a framework for analyzing and designing teaching-learning for the gifted and talented*, The Journal of the Korean Society for the Gifted and Talented **6(2)**, 129-148(2007).
- [4] 이순주, 각 분야 영재들의 통찰적 사고 행위의 특성-러시아 활동주의 이론을 바탕으로, 영재교육연구 **15(2)**, 35-57(2005).
Lee S. J., *The characteristic of insightful act of gifted students in each field-Based on the Russian Activities-Oriented Theory*, Journal of Gifted/Talented Education **15(2)**, 35-57(2005).
- [5] 이순주, 제3의 학습전략에 의한 수학 학습 활동의 실제-러시아의 활동이론을 중심으로, 수학교육학술지 **5**, 49-73(2000).

- Lee S. J., *Mathematics Learning Activity in the 3rd Educational Strategy-Focused on Russian Activity Theory*, Studies in Mathematical Education **5**, 49-73(2000).
- [6] 한인기, 창의력 증진교육과 교사의 역할, 중등학습지도 및 학력증진 맞춤형 직무연수, 울산교육연수원(2011).
- Han I., *Enhancement Education of Creativity and Teacher's Role, Teacher Training for Secondary Instruction of Learning and Academic Achievement*, Ulsan Education Training Institute(2011).
- [7] 한인기, 교사를 위한 수학사, 교우사(2005).
- Han I., *Mathematics History for Teachers*, Kyowoosa(2005).
- [8] Aismontas B. B., *Obshaya psihologiya*, Vlados press(2002).
- [9] Belikov V. A., *Obrazovanie, deyatelnocti, lichnosti*, Izdatelstvo Akademiy Estestvoznaniya(2010).
- [10] Davydov V. V. et al., *Matematika: uchebnik dlya 1 klassa nachaloi shkoly*, Vita press(2008).
- [11] Davydov V. V., *Ponyatie deyatelnocti kak osnovanie issledovaniia nauchnoi shkoly L.S.Vygotsky*, Voprosy psihologii No.(5), 20-30(1996).
- [12] Davydov V. V., *Problemy razvivayushego obucheniya*, Asademiya(2004).
- [13] Davydov V. V., *Teoriya razvivayushego obucheniya*, Intor(1996).
- [14] Davydov V. V., *Vidy Obobsheniya v Obuchenii*, Pedagogicheskoe Obshestvo Rossii(2000).
- [15] Davydov V. V., Zinchenko V.P., *Predmetnaya deyatelnocti i ontogenez poznaniya*, Voprosy psihologii No.(5), 12-30(1998).
- [16] Dusavitskii A. K. et al., *Urok v nachalnoi shkole*, Vita press(2011).
- [17] El'konin D. B., *Psichicheskoe razvitie v detskih vozrastah*, Voronez(2001).
- [18] Gorbov S. F., *Obuchenie matematike 1 klass*, Vita press(2008).
- [19] Leont'ev A. N., *Deyatelnocti, soznanie, lichnosti*, Politicheskay literatura (1975).
- [20] Leont'ev A. N., *Filosofiya psihologii*, Izdatelstvo Moskovskogo Universiteta (1994).
- [21] Petrovskii et al., *Obshaya psihologiya*, Prosveshenie(1986).
- [22] Repkin V. V., *Razvivayushee obuchenie i uchebnaya deyatelnocti*, Riga (1997).
- [23] Scheonfeld A. H., *Mathematical problem solving*, Orlando: Academic Press (1985).

- [24] Zak A. Z., *Razvitie teoreticheskogo myshleniya u mladshih shkolikov*, Pedagogika (1984).

Han Inki

Department of Mathematics Education

Gyeongsang National University

Jinju, 660-701, Korea

E-mail address: inkiski@gnu.ac.kr