비닐하우스 아치구조의 모달계수 산정

Estimation of Modal Parameters for Plastic Film-Covered Greenhouse Arches

조순호¹⁾

Cho, Soon Ho

국문 요약 >> 비닐하우스 아치구조에 고정해머 및 이동가속도계 형식을 취한 충격진동실험을 수행하여 획득한 일련의 진동기록으로부터 고유진동수, 감쇠율 및 모드형태 등과 같은 모달계수를 추출하기 위하여 최신 고급 주파수영역 시스템판별법인 PolyMAX 및 FDD를 적용하였다. 전자는 입력-출력 데이터 모두를 사용하며, 후자는 출력 데이터 만 을 사용한다. 본 연구의 비닐하우스 강재 파이프 아치와 같이 매우 세장한 구조물에 진동계측 등과 같은 비파괴 실험기법을 적용하여 정적좌굴 하중을 결정할 수 있는 지 여부 및 손상을 감지할 수 있는지 등에 대하여 중점적으로 조사하였다. 대체로 추출한 모달계수는 유한요소해석으로부터 획득한 결과와 좋은 일치를 나타냈으며, 지속적으로 수행 할 후속연구에 가능성을 제시하였다.

주요어 아치, 입력-출력 모달해석, 유한요소해석, 모달계수, 주파수영역, 비닐하우스, 비파괴실험, 출력 모달해석, 강재파이프, 시스템판별

ABSTRACT >> To a series of vibration records obtained from experimental modal testing using a fixed hammer and roving accelerometers for greenhouse arch structures, modal parameters such as natural frequencies, damping ratios and mode shapes are extracted by applying the two most advanced system identification methods in the frequency-domain up to now, so-called PolyMAX and FDD. The former involves both input and output data, while the latter utilizes only the output data. The possibility of determining the static buckling load, detecting damages, etc., for very slender steel-pipe arches by means of a non-destructive testing method based on vibration measurements is primarily investigated. The extracted modal parameters generally correlated well with those obtained using finite element analysis, demonstrating promising results for further on-going research.

Key words Arches, Experimental modal analysis, Finite element analysis, Frequency-domain, Plastic film-covered greenhouses, Modal parameters, Non-destructive testing, Operational modal analysis, Steel pipe, System identification

1. 서 론

최근 들어 건축/토목분야에는 사회기반시설 등에 첨단센서를 부착하여 시간이력 진동기록을 계측하고, 또한 그 기록에 시스템 혹은 모달 판별기법을 적용하여 주요 구조정보를 추출하고자하는 고급기술에 대한 관심이 날로 증가하고 있다. 올바른 판별기법에 의하여 구조물의 동적성능 관련계수를 정확히 산정하는 일은 구조물의 동적거동을 이해하고, 구조물의 안전성을 확보하는데 있어 매우 중요하다.

본 연구에서는 비닐하우스 등과 같이 매우 세장한 구조물

에 대하여 충격진동실험을 수행하고, 이로부터 고유진동수, 모드형상 및 감쇠율 등과 같은 구조물의 동적성능을 추출하여 정적좌굴하중을 결정하고자 한다. 진동실험과 관련된 일반사항 및 고유진동수와 좌굴하중과의 관계 등은 이미 전편 논문¹⁾에서 충분히 기술하였으므로 여기서는 측정된 일련의 진동기록으로부터 동적성능을 추출하기 위한 다양한 시스템판별법의 적용 및 유한요소해석 결과와의 비교 내용을 위주로 기술한다.

모달해석은 입력-출력진동 기록을 모두 사용하느냐 혹은 출력기록 만을 사용하느냐에 따라 실험 모달해석(Experimental Modal Analysis, EMA)과 응답의존 모달해석(Operational, Output-Only Modal Analysis, OMA)으로 대별할 수 있으며, 전체 5단계의 과정을 포함하고 있다. (i) 측정을 위한 기기 Setup, ii) 기록획득, iii) 모달계수산정, iv) 판별된 모델검증, v) 시스템 혹은 모델향상 등이다. 이중 제 3

¹⁾ 정회원·광주대학교 건축학과, 교수
(교신저자: gaza@gwangju.ac.kr)

본 논문에 대한 토의를 2010년 6월 30일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다.

(논문접수일 : 2009. 12. 7 / 수정일 2010. 2. 18, 게재확정일 : 2010. 2. 18)

혹은 4단계에 해당하는 모달계수 산정 혹은 시스템판별은 시간기록 자체를 직접 사용하는 시간영역기반 판별법(Time-Domain Based)과 시간기록에 DFT(Discrete Fourier Transform)를 적용하여 Periodogram 혹은 Correlogram 등을 먼저 산정하고 이로부터 다시 FRF(Frequency Response Function)를 산정하여 기본데이터로 사용하는 주파수영역기반(Frequency-Domain Based) 판별법으로 구분한다. 이외에도 SDOF vs. MODF(Single 혹은 Multi-Degree of Freedom) 방법, 국부 vs. 전체계수 산정모델, Single vs. Multiple 입력 모델, 모달 vs. 직접모델, Low order complete vs. High order incomplete 모델, Real vs. Complex mode shapes 등과 같이 다양한 방법으로 분류할 수 있다.^{(2),(3)}

본 연구에서는 주파수영역기반 판별법으로서 가장 최근에 개발된 EMA의 PolyMAX(Polyreference Least-Squares Complex Frequency Domain)^{(4),(5)} 및 OMA의 FDD(Frequency Domain Decomposition)^{(6),(7)}를 사용하여 모달계수를 산정하였으며, 또한 이를 유한요소해석 결과와 비교하여 실험 및 해석절차의 타당성을 조사, 검토 하였다. 건축/토목 구조물은 기계구조와는 달리 저주파 특성을 나타내며, 잡음(Noise)이 심하고, 모달 Density가 높기 때문에 시스템 판별 시 특별한 주의가 요구된다.

2. 배경이론

모달판별이란 입력-출력 기록 데이터로부터 구조시스템의 모달계수를 산정하는 것을 의미하는데, 현재 사용되는 대부분의 판별법은 측정된 응답함수(FRF) 혹은 이를 Fourier 변환을 사용하여 시간영역으로 전환한 충격응답함수(Impulse Response Function, IRF)를 기본데이터로 하고 있다. 모달계수는 복소수 주파수(Complex-Valued, λ_r), 모달벡터(ϕ_r) 및 모달 스케일링(a) 등을 포함하며, 판별논리에 따라 추가적으로 모달 참여계수(L_r) 및 잉여벡터(Residue, A_r)를 산정한다. 모달 참여계수는 다지점 측정(Multiple References)에 근거한 판별논리에 의하여 산정이 가능하며, 측정된 위치에서 해당모드가 얼마나 잘 흔들렸는지를 나타낸다. 또한, 주어진 모드에서 모달 참여계수와 모달벡터의 곱은 해당모드의 잉여행렬이다. 일반적으로 모달계수는 시스템의 전체성능을 나타내며, 대다수 판별법에서 고유주파수 혹은 진동수 및 감쇠율은 전체성능 의미에서 산정하나, 모달벡터를 전체성능 의미에서 산정하는 경우는 드물다.

모달판별을 위한 현재의 접근방법은 측정된 FRF를 수치 해석기법을 사용하여 개개 모드 FRF의 합으로 분할 표시하

는 데서 출발한다.

$$[H(\omega)]_{N_o \times N_i} = \sum_{r=1}^N \left[\frac{[A_r]_{N_o \times N_i}}{j\omega - \lambda_r} + \frac{[A_r]_{N_o \times N_i}^*}{j\omega - \lambda_r^*} \right] \quad (1)$$

여기서 N_i = 입력 개수, N_o = 출력 개수이다. 식 (1)은 언뜻 보기엔 미지 모달계수에 대한 비선형 방정식으로 생각할 수 있으나, 일단 고유주파수(λ_r)가 결정되면 나머지 변수(A_r)에 대하여 선형관계를 나타낸다. 이와 같은 이유로 대다수의 판별논리는 2단계 혹은 그 이상의 선형단계를 포함하는데, 대개 1단계에서는 모달주파수 및 참여계수를 산정하고, 2단계에서는 잉여치, 모달벡터 및 모달 스케일링을 결정한다.

개념적으로 모달판별의 측정공간은 입력, 출력 등의 공간 정보, 시간 혹은 주파수 등의 시간변화정보를 3개의 축으로 하는 3차원 공간으로 간주할 수 있다. 따라서 한 축에 평행한 정보는 그 축에 의하여 정의된 특성의 중첩을 나타내며, 다른 2축은 중첩을 위한 해당항의 스케일링을 결정한다.⁽⁸⁾

어떤 실험이라도 모든 가능한 데이터를 다 수집할 수는 없으므로 모달계수 산정논리는 부분데이터를 사용하거나 혹은 더욱 제한된 데이터를 사용하게 된다. 하지만, 부분적 데이터 일지라도 3개의 축에 대한 정보를 모두 포함하는 경우에는 이를 이용하여 전체공간의 특성을 정의할 수 있다. 어떤 특정한 데이터를 사용하는지 및 데이터 내에 가중치를 어떻게 부가하는지 등이 현재까지 개발된 다양한 판별논리의 주요 차이점이다.

식 (1)을 직접적으로 사용하기 보다는 아래와 같이 행렬 고차모델로 FRF를 표시하고, 다시 이를 시간영역으로 표시하면 유한차분식에 근거한 ARMA(Autoregressive Moving Average)모델⁽⁹⁾을 유도할 수 있다.

$$H_{pq}(\omega) = \frac{X_p(\omega)}{F_q(\omega)} = \sum_{k=0}^n \beta_k (j\omega)^k / \sum_{k=0}^m \alpha_k (j\omega)^k \quad (2)$$

$$\sum_{k=0}^m [\alpha_k] (j\omega)^k [H(\omega)] = \sum_{k=0}^n [\beta_k] (j\omega)^k \quad (3)$$

$$\sum_{k=0}^m [\alpha_k] [h(t_{i+k})] = [\beta_k] \quad (4)$$

여기서 α_k, β_k = 입력 및 출력에 관련된 다항식 계수이다. 식 (3) 및 (4)에 대하여 역행렬을 구하고 재조정하면 선형행렬식을 유도할 수 있으며, 충분한 Overdetermination 계수가 달성될 때 까지 수많은 주파수 혹은 시간이동(Time Shift) 값에 대하여 동일 식을 반복하면 추가 식을 유도할

수 있다.

자유진동 혹은 충격응답에 대하여 주파수(s-변환) 및 시간영역(z-변환) 데이터의 경우에 해당하는 특이행렬고차식을 유도하면 각각 아래와 같다.

$$[\alpha_m]s^m + [\alpha_{m-1}]s^{m-1} + [\alpha_{m-2}]s^{m-2} + \dots + [\alpha_0] = 0 \quad (5)$$

$$[\alpha_m]z^m + [\alpha_{m-1}]z^{m-1} + [\alpha_{m-2}]z^{m-2} + \dots + [\alpha_0] = 0 \quad (6)$$

이론적으로 상기 식으로 부터 산정할 수 있는 고유진동수 등의 특성치 수(N)는 모델에 포함된 행렬계수의 크기 및 고차항의 계(Ordere)에 의하여 결정된다. 따라서 식 (5) 혹은 (6)은 m 계이므로 이로부터 산정할 수 있는 특이치의 수는 $m \times [\alpha_k]$ 의 크기(일반적으로 N_0 혹은 N_i)이다. z-영역의 시간데이터를 주파수 영역으로 변환하면 식 (7)과 같다. 여기서 $\Delta t = \text{Sampling}$ 시간이다.

$$z_r = e^{\lambda_r \Delta t}, \lambda_r = \sigma_r + j\omega_r, \quad (7)$$

$$\sigma_r = \text{Re}[\ln z_r / \Delta t], \omega_r = \text{Im}[\ln z_r / \Delta t]$$

오랫동안 모달계수 산정논리는 올바른 모델의 계를 결정하는데 보다 많은 노력을 집중하여 왔다. 대부분 산정논리에서 행렬계수($[\alpha_k]$)의 크기는 정해지므로 모델의 계는 관심 주파수의 수에 직접적으로 관련된다.

식 (1)을 또 다른 방식으로 표현하고, 역FFT(Fast FT)에 의하여 충격응답함수를 산정하면 각각 아래와 같다.

$$[H(\omega)]_{N_0 \times N_i} = [\phi]_{N_0 \times 2N} \left[\frac{1}{j\omega - \lambda_r} \right]_{2N \times 2N} [L]_{2N \times N_i}^T \quad (8)$$

$$[h(t)]_{N_0 \times N_i} = [\phi]_{N_0 \times 2N} [e^{\lambda_r t}]_{2N \times 2N} [L]_{2N \times N_i}^T \quad (9)$$

여러 모달판별 산정논리의 차이는 실험으로부터 측정된 잉여정보를 어떻게 사용하느냐에 따라 발생한다. 실제 산정하고자 하는 모달계수의 수는 측정량에 비하여 상당히 작기 때문에 서로 다른 수치해석법의 사용은 최종결과에 큰 영향을 미친다.

잉여 데이터량을 감소시키기 위하여 Filtering, Sieving 및 Decimating 등을 적용하며, 또한 고유치(Eigenvalue Decomposition) 혹은 특이치 분해법(Singular Value Decomposition, SVD)을 사용하여, 계수행렬 $[\alpha_k]$ 의 크기를 결정하는 N_0 와 같은 물리적 좌표 수를 감소시킨다. 한편 방정식의 수를 감소시키기 위하여 Least-Squares, Transformation, Coherent Averaging 기법을 적용한다.

한편, 모달검증 혹은 적절한 모델의 계를 결정하기 위하여 측정치와 산정치의 비교(Measurement Synthesis), Error Chart 작성, 안정화도(Stability Diagram) 작성, 다양한 Modal Indication Function(Multivariate, Complex Mode, Rank 등)의 산정 등의 절차를 취한다.

상기 기본사항 들은 실험 모달판별을 기준으로 설명하였으나, 약간의 수정으로 응답의존 판별에도 동일하게 적용할 수 있다. 보다 자세한 내용은 참고문헌[5]를 참조하라.

3. PolyMAX(Polyreference Least-Squares Complex Frequency Domain)

PolyMAX법은 LSCF(Least-Squares Complex Frequency Domain)의 향상된 버전이다. LSCF는 소위 Common-Denominator 모델에 근거하며, 본래 Iterative Maximum Likelihood법의 초기 값을 결정하기 위하여 소개되었다.⁽¹⁰⁾ 이러한 초기 값은 적은 노력으로 매우 정확한 모달계수를 제공하였는데, 기존의 산정법과 비교하여 우수한 점은 매우 선명한 안정화도를 제공한다는 점이다. 판별된 Common-Denominator 모델은 측정한 FRF 데이터를 매우 정확히 Fit하고 있음을 알 수 있다. 하지만 이러한 모델을 SVD에 의해 Residues를 Rank 1 행렬로 축소하여 식 (3)으로 전환할 경우, Fitting 질이 심각하게 저하되는 경향이 있다. Common-Denominator 모델의 또 다른 특징은 안정화도를 산정할 시 고유진동수 및 감쇠율 등의 Pole 정보만을 사용한다는 점이다. 따라서 참여계수나 모드형태에 대한 정보를 제공하지 않는다. 이러한 2가지 단점 때문에 매우 근접하게 위치하는 Pole 들이 Single Pole로 나타날 수 있는데, 이를 보완한 것이 소위 PolyMAX이다.

FDPI(Frequency-Domain Direct Parameter Identification) 법과 마찬가지로 PolyMAX는 FRF를 초기 데이터로 사용하며, 또한 소위 Right-Matrix Fraction 모델이라 불리는 아래 식으로 FRF를 표현한다.

$$[H(\omega)] = \sum_{r=0}^N z^r [\beta_r] \left[\sum_{r=0}^N z^r [\alpha_r] \right]^{-1} \quad (10)$$

여기서 $[H(\omega)] \in C^{N_0 \times N_i} = N_i$ 입력과 모든 N_0 출력간의 FRF를 포함하는 행렬, $[\beta_r] \in C^{N_0 \times N_i}$ 는 분모행렬 다항식 계수, $[\alpha_r] \in C^{N_i \times N_i}$ 는 분자행렬 다항식 계수, N =모델차수이다. 또한, z-영역모델($z = e^{j\omega \Delta t}$)이 식 (10)과 같이 사용된다.

식 (10)은 관심주파수의 모든 ω 에 대하여 적용되며, 기본

적으로 모델의 미지수 $[\alpha_r]$ 및 $[\beta_r]$ 은 관련식의 선형화 이후 Least-Squares법에 의하여 산정한다.

일단 분모계수 $[\alpha_r]$ 이 결정되면, Poles 및 모달 참여계수는 이들의 Companion 행렬의 고유치 및 고유벡터로부터 추출할 수 있다. 이러한 절차는 시간영역의 PLSCE(Polyreference Least-Squares Complex Exponential)법과 유사하며 모델차수를 증가시켜가면서 고유진동수, 감쇠율 및 모달 참여계수에 대한 안정기준을 사용하여 안정화도를 작성할 수 있게 한다.

이론적으로 모드형태는 모달계수 $[\alpha_r]$ 및 $[\beta_r]$ 로부터 유도할 수 있으나, 아래의 Pole-Residue 관계식을 사용한다.

$$[H(\omega)] = \sum_{r=1}^N \left[\frac{\phi_r < L_r^T >}{j\omega - \lambda_r} + \frac{\phi_r^* < L_r^T >}{j\omega - \lambda_r^*} \right] - \frac{[LR]}{\omega^2} + [UR] \quad (11)$$

여기서 N =모드수, $\phi_r \in C^{N_o}$ = 모드형태이며, 첨자 *, T, H = 각각 행렬의 Complex conjugate, transpose 및 Complex conjugate transpose, $< L_r^T > \in C^{N_i}$ = 모달 참여계수 및 λ_r = Pole이다. 이러한 값은 Complex conjugate 짝으로 나타나며 아래 식에 의하여 고유진동수 및 감쇠율과 관계한다.

$$\lambda_i, \lambda_i^* = \sigma_r \pm j\omega_r = -\xi_r \Omega_r \pm j\sqrt{1 - \xi_r^2} \Omega_r \quad (12)$$

식 (11)의 $[LR]$ 및 $[UR] \in R^{N_o \times N_i}$ 은 각각 관심주파수 영역 밖의 주파수의 영향을 고려하기 위한 Lower 및 Upper Residues 이다. 안정화도로부터 한 Set의 λ_r 및 이에 해당하는 $< L_r^T >$ 를 획득한다. 단지 모드형태 $< \phi_r >$, $[LR]$ 및 $[UR]$ 만이 미지수이기 때문에, 이들 값은 선형 Least-Squares 의미에서 식 (11)에 의하여 산정할 수 있다.

이러한 2차 단계를 소위 LSCF법이라 하며, 모드형태 산정법은 시간영역 PLSCE법에도 동일하게 적용할 수 있다.

4. FDD(Frequency Domain Decomposition)

미지입력 $x(t)$ 및 응답 $y(t)$ 의 관계는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$G_{yy}(j\omega) = H^*(j\omega) G_{xx}(j\omega) H(j\omega)^T \quad (13)$$

$G_{xx}(j\omega) \in C^{N_i \times N_i}$ = 입력파에 대한 파워 스펙트럴 밀도 (Power Spectral Density)행렬, N_i = 입력갯수, $G_{yy}(j\omega) \in$

$C^{N_o \times N_o}$ = 응답에 대한 PSD, N_o = 응답갯수, $H(j\omega) \in C^{N_o \times N_i}$ = FRF 행렬이다.

FRF를 Pole(λ_r) / Residue(R_r) 형태의 부분분수로 나타내면,

$$H(j\omega) = \sum_{r=1}^n \left[\frac{R_r}{j\omega - \lambda_r} + \frac{R_r^*}{j\omega - \lambda_r^*} \right] \quad (14)$$

여기서 $R_r = \phi_r L_r^T$, n =모드수, ϕ_r =모드벡터, L_r^T =모달 참여계수이다. 만약 입력파가 백색잡음(White noise)이라고 가정하면 $G_{xx}(j\omega) = C$ 이며, 식 (14)는 Heaviside 부분함수 정리에 따라 다음과 정리할 수 있다.

$$G_{yy}(j\omega) = \sum_{r=1}^n \left[\frac{A_r}{j\omega - \lambda_r} + \frac{A_r^*}{j\omega - \lambda_r^*} + \frac{B_r}{-j\omega - \lambda_r} + \frac{B_r^*}{-j\omega - \lambda_r^*} \right] \quad (15)$$

$$A_r = R_r C \left[\sum_{s=1}^n \left[\frac{R_s^T}{-\lambda_r - \lambda_s} + \frac{R_s^{*T}}{-\lambda_r - \lambda_s^*} \right] \right] \quad (16)$$

따라서 식 (15)에서 $r=1$ 일 때 $A_r = R_r C R_r^{*T} / 2(-\sigma_r)$ 이며, $-\sigma_r$ = Pole($\lambda_r = \sigma_r + j\omega_r$)에서 실수부분의 -값이다. 감쇠율이 작은 경우 또 다시 Residue A_r 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$A_r \propto R_r C R_r^* = \phi_r L_r^T C L_r \phi_r^T = d_r \phi_r L_r \phi_r^T \quad (17)$$

여기서 d_r = 상수계수이며, 임의의 주파수 ω 에서는 단지 제한된 개수의 모드(Sub(ω))만이 기여하게 된다. 따라서 감쇠가 작은 구조물의 경우 응답 스펙트럴밀도는

$$G_{yy}(j\omega) = \sum_{r \in \text{Sub}(\omega)} \left[\frac{d_r \phi_r \phi_r^T}{j\omega - \lambda_r} + \frac{d_r^* \phi_r^* \phi_r^{*T}}{j\omega - \lambda_r^*} \right] \quad (18)$$

FDD의 절차는 우선 PSD를 산정하고 임의의 주파수 $\omega = \omega_i$ 에서 특이치 SVD를 사용하여 분해하는 것이다.

$$\hat{G}_{yy}(j\omega_i) = U_i S_i U_i^T \quad (19)$$

여기서 Unitary 행렬 $U_i = [u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{im}]$ 는 특이벡터 u_{ij} 를 포함하고 있으며, 대각행렬 S_i 는 특이치를 포함하고 있다. 스펙트럼의 r 번째 모드에 해당하는 정점(Peak)은 r 번째 모드 및 인접모드가 지배한다. 만약, r 번째 모드만이 지

배적이라면 식 (17)은 오직 하나의 항만으로 표현할 수 있다. 이러한 경우 첫 번째 특이치 벡터 u_{i1} 은 모드형태가 되며 ($\phi = u_{i1}$), 이에 일치하는 특이치는 해당 단자유도계의 자체 (Auto) PSD 함수이다. 이러한 PSD 함수는 산정치 $\hat{\phi}$ 를 정점부근의 주파수선(Spectral Line)에 대한 특이벡터와 비교하여 판별한다. 따라서 특이벡터가 $\hat{\phi}_i$ 에 대하여 높은 MAC (Modal Assurance Criterion)값을 나타낸다면, 이에 해당하는 특이치는 SDOF(Single Degree of Freedom)의 스펙트럼 밀도 함수가 된다.

PSD의 정점 부근에서 획득한 SDOF 밀도함수로부터 고유진동수 및 감쇠율을 직접 산정 할 수 있으나, 본 논문에서는 역FFT를 사용하여 SDOF PSD를 시간영역으로 전환한 뒤 교차시간(Crossing Time) 및 대수감쇠(Logarithmic Decrement)로부터 각각의 값을 결정한다. FDD는 유도과정에서 보는 바와 같이 입력파가 백색잡음이며, 감쇠가 낮은 구조물의 경우 및 근접한 모드형태가 기하학적으로 직교할 경우를 전제로 하고 있다. 하지만, 이러한 가정이 위배될 때 SDOF 분해는 근사적 방법이 되지만, 그럼에도 불구하고 결과는 Peak-Picking 등과 같은 고전 주파수영역법 보다 훨씬 더 정확하므로 널리 사용되고 있다.

5. 모달계수 추출 및 토의

전편 논문에서 설명한 비닐하우스 아치구조의 입력-출력 진동기록에 대하여 주파수 영역기법인 PolyMAX 및 FDD를 적용하여 고유진동수(f), 감쇠율(ξ) 등과 같은 모달계수를 추출한 결과는 표 1과 같다.

LMS사의 TestLab⁽¹¹⁾ 및 SVS사의 ARTeMIS⁽¹²⁾는 상기에 설명한 PolyMAX 및 FDD를 대표적인 판별법으로 각각 제공하고 있다. 본 연구는 이들 및 MATLAB⁽¹³⁾ 기반으로

개발된 In-house 프로그램 등을 사용하여 모달계수를 산정하였다.

FDD와 같은 OMA를 적용하기 위하여서는 모드형태의 Scaling을 위하여 실험 시 각 Setup에 공통하는 기준센서가 있어야 하는데, 이를 위하여 실험 시 타격점에 위치하는 Channel 1 및 2 가속도계를 의도적으로 모든 Setup에 포함하였다. 따라서 PolyMAX 등의 EMA를 적용할 경우에는 모든 Setup에 포함되는 Channel 1 및 2의 평균값을 사용하고, FDD 등 OMA를 적용할 경우에는 입력기록이 필요 없으므로 햄머에 대한 모든 기록을 배제하였다.

한편 판별결과의 정확도를 검증하기 위하여 ANSYS⁽¹⁴⁾ 해석으로부터 획득한 모드형태(ϕ)와 PolyMAX로부터 추출한 실험결과의 비교는 그림 1과 같다. 적어도 5~6차 모드까지는 두 방법 모두 유한요소해석결과와 대체로 잘 일치하고 있으며, PolyMAX에 의한 모드형태의 질이 다소 우수한 것으로 나타났다. 대표적인 Setup에 대하여 PolyMAX에 의하여 작성된 안정화도는 그림 2와 같으며, 모델차수($n=100$)를 점차 증가시켜 가면서 동일한 Pole이 연속적으로 나타나는지 여부에 따라 거짓인지를 판단한다. 여기에 사용된 허용치는 고유진동수 = 1%, 감쇠율 = 5%, 모드형태 = 2%이며, 비교를 위하여 PSD, CMIF(Complex Mode Indication Function)도 함께 표시하였다.

FDD에 의하여 산정한 SV(Singular Value) 분포 및 MC (Modal Coherence) 함수는 그림 3과 같다. SV의 정점은 지배모드를 표시하며 MC 함수는 실제모드와 잡음, 서로 다른 모드를 판별하는데 사용된다. 여기서는 기준치 0.95를 사용하였다.

또한, PolyMAX로부터 산정된 모달계수를 인공적으로 조합하여 생성한(Mode Synthesis) FRF와 시험결과로부터 측정된 FRF의 비교는 그림 4와 같으며, 대체로 10~15% 정

〈표 1〉 PolyMAX와 FDD에 의하여 추출한 모달계수의 비교

Modes	No Preaxial Load							Preaxial Load (P=5×150N)						
	FE Analyzed	Extracted by PolyMAX			Extracted by FDD			FE Analyzed	Extracted by PolyMAX			Extracted by FDD		
	f (Hz)	f (Hz)	ξ (%)	Test / Analyzed	f (Hz)	ξ (%)	Test / Analyzed	f (Hz)	f (Hz)	ξ (%)	Test / Analyzed	f (Hz)	ξ (%)	Test / Analyzed
1	2.848	2.916	2.71	1.024	2.924	1.4	1.027	2.624	2.774	-	1.057	2.945	1.4	1.122
2	5.171	5.169	2.05	1.000	5.259	0.8	1.017	4.940	4.888	-	0.990	-	-	-
3	10.091	10.001	1.14	0.991	13.360	0.3	1.324	9.806	10.446	1.27	1.065	13.250	0.3	1.351
4	16.072	18.807	0.27	1.170	20.600	0.2	1.282	15.729	17.927	0.42	1.140	20.400	0.1	1.297
5	24.851	24.607	1.0	0.990	26.630	0.2	1.072	24.472	24.572	0.9	1.004	26.550	0.2	1.085
6	35.048	33.852	0.26	0.966	35.470	0.3	1.012	34.661	33.075	0.99	0.954	33.430	0.6	0.964
Average				1.023			1.122	Average				1.035		1.164

〈그림 1〉 실험 및 해석으로부터 획득한 모드형태의 비교(P=0)

〈그림 2〉 PolyMAX의 안정화도(P=0)

〈그림 3〉 FDD의 SV 분포 및 MC 함수(P=0)

〈그림 4〉 측정된 FRF와 PolyMAX에 의하여 생성한 FRF의 비교(P=0)

도의 오차를 나타내고 있다. 그림 5는 FDD에서 IFFT에 의하여 Correlation 함수를 산정 한 뒤 Crossing time 및 Log-

arithm decrement 등을 적용하여 고유진동수 및 감쇠율을 결정하는 일련의 절차를 나타낸다.

〈그림 5〉 FDD의 고유진동수 및 감쇠율 산정

PolyMAX는 거짓 Pole에 대하여 부방향(-) 감쇠율을 나타내므로 Pole을 판별하기가 훨씬 용이하며, 저 감쇠율인 구조물의 경우에도 일반 주파수영역 판별법과는 달리 그 성능이 우수한 것으로 인식되고 있다. 그 외에도 일반 주파수영역 판별법은 주파수축에 대한 데이터의 Powers를 포함하는 역행렬산정이 요구되는데 이로 인하여 수치학적 불안정 문제가 종종 발생한다. 이를 위하여 종전에는 Orthogonal Polynomial법⁽¹⁵⁾이 개발되기도 하였으나, 이는 상당한 계산 시간과 노력이 요구 된다. 하지만, PolyMAX는 연속시간 모델보다는 이산시간모델에 근거한 z-변환을 채택하고 있으므로, z-변수 Powers의 산정이 요구될지라도 복소수 평면에 회전변환으로 표시되어, 관련 값의 범위를 확장시키지 않는다. 그 결과, 수치학적 불안정문제를 배제할 수 있어 넓은 주파수 범위에서 안정적으로 계산을 수행한다.

FDD는 모드가 근접하게 위치하거나 혹은 반복되는 경우에 기존의 주파수영역법으로는 판별이 어려운 점을 해결하기 위하여 출발하였으나, 현재는 SDOF 밀도함수를 시간영역으로 변환하여 감쇠율을 신뢰성 있게 산정하고 있으며, 더욱이 확률밀도함수를 사용하여 Harmonic 신호를 발채 해내고 있다. 시간영역판별법에 비하여 주파수영역에 근거한 판별법은 연산속도가 빠르며, 사용이 간편하고, 또한 PSD 함수로부터 전체시스템의 구조특성을 시각적으로 감지할 수 있다는 장점이 있으나, 실제모드를 선택하는데 있어서는

아직도 사용자의 주관적 판단이 존재한다. 이러한 점에서 PolyMAX는 안정화도를 사용하고 있으므로 FDD 보다는 훨씬 덜 주관적이다. 하지만, 최근에 들어 상기 2방법은 완전 자동으로 모드를 선택하는 논리개발에 더욱 노력을 집중하고 있다.

6. 결론

충격해머 및 가속도계를 사용하여 비닐하우스 아치구조의 진동기록을 측정하고 이에 최신 주파수영역기반 시스템 판별법(PolyMAX 및 FDD)을 적용하여 모달계수를 추출한 결과 아래와 같은 결론을 유도할 수 있었다.

1. 현재의 경우와 같이 인접부재의 영향을 배제할 수 없는 구조물의 경우 Peak 만 가지고 대상아치의 실제모드를 결정하기는 상당히 어려우므로, 반드시 모드형태를 반복적으로 도식화하거나, 혹은 완전히 독립된 이상화된 아치에 대하여 측정을 수행하거나, 혹은 인접부재를 포함하는 보다 많은 점의 측정을 수행하여 3D 모드형상을 발채하는 작업이 필요할 것으로 판단된다. 하지만, 후자의 두 조건은 센서 수 증가 및 충격 해머를 사용하는 경우 가진 문제 등에 현실적인 어려움이 존재한다.
2. 예상대로 EMA의 PolyMAX로부터 보다 신뢰성 있는

모달계수를 추출할 수 있었다. PolyMAX는 최근에 개발된 주파수영역기반 판별법으로서 시간영역기반인 PLSCE와 유사한 논리를 채택하고 있으나, 초기데이터로 FRF를 취하는 점이 다르다. 하지만, 이러한 작은 차이점은 예상외로 PLSCE를 능가하는 보다 많은 Pole 수 및 깨끗한 안정화도를 제공하고 있다.

3. OMA로서 FDD는 PolyMAX와 대체로 유사한 결과를 나타내고 있으나, 축력이 작용하는 경우($P=5 \times 150N$) 경우 2차 모드를 제대로 발채하지 못하고 있다. 반면에 PolyMAX는 1차, 2차 모드에서 감쇠율을 합리적으로 산정하지 못하고 있다. 이에 대한 구체적 이유는 아직 밝혀지지 않았으나, 판별 해석법상의 논리 보다는 실험상의 문제 - 인접부재의 영향, Mass loading 효과, 햄머의 주파수 범위 등 - 때문인 것으로 예측된다.
4. 그럼에도 불구하고 PolyMAX 및 FDD는 공학적 의미에서 충분히 허용할 정도의 모달계수를 추출하고 있으므로, 본 연구에서 추구하고자하는 진동계측에 의한 세장한 아치구조의 정적 좌굴하중 결정 및 손상감지 등에 유용하게 사용할 수 있을 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 국토해양부 지역기술혁신사업의 연구비 지원(과제번호#08지역기술혁신 B01-02)에 의하여 수행되었으며, 전 실험에 참여한 학부생 이승행, 이재호군에게 특별히 감사를 드린다.

참고 문헌

1. 조순호, “비닐하우스 아치구조의 모달실험,” 지진공학회 논문집, 14(12), 57-65, 2010.
2. Heylen, W., Lammens, S., and Sas, P., *Modal Analysis: Theory and Testing*, Dept. of Mech. Engrg., Katholieke Univ. Leuven, Heverlee, Belgium, 1995.
3. Maia, N., and Silva, J., *Theoretical and Experimental Modal analysis*, Research Studies Press, Taunton, 1997.
4. Peeters, B., Van Der Auweraer, H., Guillaume, P., and Leuridan J., “The PolyMAX Frequency-Domain Method: a New Standard for Modal Parameter Estimation,” *Shock and Vib.*, Special Issue dedicated to Prof. Bruno Piombo, 11, 395-409, 2004.
5. Cauberghe, B., “Applied Frequency-Domain System Identification in the Field of Experimental and Operational Modal Analysis,” PhD thesis, Dept. of Mech. Engrg., Vrije Universiteit Brussel, Brussels, Belgium, 2004.
6. Brinker, R., Zhang, L., and Anderson, P., “Modal Identification from Ambient Responses Using Frequency Domain Decomposition,” *Proc.*, 18th Int. Modal Analysis Conf., San Antonio, Texas, USA, 2000.
7. Brinker, R., and Anderson, P., “A Way of Getting Scaled Mode Shapes in Output Only Modal Testing,” *Proc.*, 21st Int. Modal Analysis Conf., Kissimmee, Florida, USA, 2003.
8. Allemang, J. G., and Brown, D. L., “A Unified Matrix Polynomial Approach to Modal Identification,” *J. of Sound and Vib.*, 211(3), 301-322, 1998.
9. Ljung, L., *System Identification: Theory for the User*, 2nd ed. Upper Saddle River, NJ, USA, Prentice-Hall, 1999.
10. Guillaume, P., Verboven, P. and Vanlanduit, S., “Frequency-Domain Maximum Likelihood Identification of Modal Parameters with Confidence Intervals,” *Proc. of ISMA 23, Int. Conf. on Noise and Vib. Engrg.*, Leuven, Belgium, 1998.
11. LMS, “TestXpress Version 3A and TestLab Version 9A, Experimental notes and Manuals,” Belgium, 2008.
12. Structural Vibration Solutions, “ARTEMIS Extractor: Ambient Response Testing and Modal Identification Software, User’s Manual,” Demark, 2001.
13. The Mathworks, “Using MATLAB, Version 7.0.4,” Natick, MA, USA, 2005.
14. ANSYS, “Robust Simulation and Analysis Software, <http://www.ansys.com/>,” Rel. 11.0, ANSYS Incorporated, USA, 2007.
15. Brinker, R., Zhang, L., and Anderson, P., “Modal Identification from Ambient Responses Using Frequency Domain Decomposition,” *Proc.*, 18th Int. Modal Analysis Conf., San Antonio, Texas, USA, 2000.
16. Richardson, M., and Formenti, D. L., “Parameter estimation from frequency response measurements using rational fraction polynomials,” *Proc.*, 1st Int. Modal Analysis Conf., Orlando, Florida, USA, 1982.