2 축 가속도계 기반 지자기 센서 모듈의 교정 및 가속도계 오차에 의한 방위각 계산 오차 분석

Biaxial Accelerometer-based Magnetic Compass Module Calibration and Analysis of Azimuth Computational Errors Caused by Accelerometer Errors

조 성 윤*
(Seong Yun Cho^{1,*})

¹Department of Applied Robotics, Kyungil University

Abstract: A magnetic compass module must be calibrated accurately before use. Moreover, the calibration process must be performed taking into account any magnetic dip if the magnetic compass module has tilt angles. For this, a calibration method for a magnetic compass module is explained. Tilt error of the magnetic compass module is compensated using a biaxial accelerometer generally. The accelerometer error causes a tilt angle calculation error that gives rise to an azimuth calculation error. For error property analysis, error equations are derived and simulations are performed. In the simulation results, the accuracy of derived error equations is verified. If a biaxial magnetic compass module is used instead of a triaxial one, the magnetic dip and z-axis magnetic compass data must be estimated for tilt compensation. Lastly, estimation equations for the magnetic dip and z-axis magnetic compass data are derived, and the performance of the equations is verified based on a simulation.

Keywords: magnetic compass module calibration, biaxial accelerometer, tilt error, azimuth, error analysis

1. 서론

방위각(azimuth) 정보는 민/군 항법시스템, 게임, 멀티미디어, 로봇, 증강현실, 등의 분야에서 중요한 입력력 매개변수로 사용되고 있다. 특히 민/군용 스마트폰의 활성화에 따른 다양한 앱(app: application) 개발이 이루어지고 있으며 여기서 입력변수로 방위각 정보가 많이 사용되고 있다. 상대적인 방위각 정보 또는 회전각 계산을 위하여 자이로가 많이 사용되고 있으며, 절대적인 방위각 정보 계산을 위하여 지자기 센서(magnetic compass)가 주로 사용되고 있다[1,2]. 자이로 및 지자기 센서는 최근 스마트폰에 필수적으로 내장되어 있어서 방위각 정보를 쉽게 획득할 수 있다.

지자기 센서는 지구 자기장의 세기를 측정하여 자북(magnetic north)과 센서 방향 사이의 각인 절대 방위각 정보를 계산하는데 사용되며 주로 서로 직각으로 배치된 3축의 지자기 센서 모듈을 사용한다. 자남(magnetic south)에서 송출된 지구 자기장은 자남과 자북 근처를 제외하고는 지구 표면에 평행하게 지나 자북으로 들어간다. 따라서 수평으로 유지된 지자기 센서 모듈의 수평방향으로 배치된 두 센서를 사용하면 방위각 정보를 계산할 수 있다. 그러나 지자기 센서 모듈이 수평을 유지하지 못하는 경우 두 축의 센서만으로는 정확하게 방위각 정보를 계산할 수 없다. 이때 경사각 계산을 위해 2축 가속도계가 주로 사용되며 경사각 오차가 보상된

방위각 계산을 위해 3축의 지자기 센서 모듈이 사용된다. 이때 가속도계와 지자기 센서 모듈의 x축과 y축은 각각 평행하게 배치한다[3,4].

교정(calibration)이 안된 센서를 사용하는 경우 정확한 자기장 측정이 불가능 하므로 사용 전에 반드시 교정을 해야 한다[5,6]. 이때 중요하게 고려해야 하는 사항이 북각(magnetic dip)이다. 지구 자기장은 지구 표면에 평행하게 지나지만 지구 전역에 퍼져 있으므로 지구 자기장 벡터의 평형은 자북 방향에서 지구 중심 방향으로 회전한 각을 갖고 이루어져 있다. 이 각을 북각이라고 하며 주로 위도에 따라 달라진다. 지자기 센서 모듈의 경사각을 고려하는 경우 북각을 반드시 고려하여 교정해야 한다[4].

본 논문에서는 세 가지를 다룬다. 첫 번째는 북각을 고려한 지자기 센서 모듈 교정 기법으로 지자기 센서 모듈의 회전을 통해 교정하는 방법을 설명한다. 두 번째는 경사각을 측정하는 가속도계의 오차에 의해 발생하는 자세 계산 오차 및 방위각 계산 오차를 유도하고 그 특성을 시뮬레이션 기반으로 분석한다. 자세 및 방위각 계산식의 선형 섭동법(linear perturbation) 및 Taylor 급수 1차 전개[7]를 통해 계산식의 간략화된 선형 오차를 유도하고 가속도계 오차가 자세 및 방위각 계산에 미치는 영향을 분석한다. 그리고 세 번째는 2축 지자기 센서 모듈을 사용하여 경사각 오차를 보정하는 경우 북각 추정과 z축 지자기 센서 데이터를 추정하는 식을 유도하고 그 성능을 시뮬레이션 기반으로 분석한다. 이를 통해 2축 지자기 센서 모듈만으로도 3축 지자기 센서 모듈의 기능을 모두 수행할 수 있음을 보인다.

* Corresponding Author

Manuscript received November 20, 2013 / revised December 20, 2013 / accepted December 31, 2013

조성윤: 경일대학교 로봇응용학과(sycho@kju.kr)

II. 지자기 센서 모듈의 교정 및 경사각 오차 보정

1. 좌표계 정의 및 좌표변환

지자기 센서 모듈의 교정을 위해 각 좌표계를 그림 1과 같이 나타내며 다음과 같이 정의한다.

- 동체 좌표계 (body frame: b-frame): 직각으로 배치된 3축 지자기 센서의 자세에 의해 결정되는 좌표계로 각 축을 (x_b, y_b, z_b) 로 나타낸다. 항법 좌표계 대비 동체 좌표계는 오일러(Euler) 각인 자세각(롤(ϕ), 피치(θ))과 방위각(ψ)으로 표현할 수 있다.
- 수평 좌표계 (horizontal frame: h-frame): 동체 좌표계에서 자세각을 각각 0으로 하였을 때 결정되는 좌표계로 각 축을 (x_h, y_h, z_h) 로 나타낸다. 이때 x_h 와 y_h 는 수평을 이루고 z_h 는 수직 아래쪽을 향한다.
- 항법 좌표계 (navigation frame: n-frame): 동체 좌표계에서 자세각과 방위각을 모두 0으로 하였을 때 결정되는 좌표계로 각 축을 (x_n, y_n, z_n) 로 나타낸다. 이때 x_n 는 자북을 가리키며 진북과의 차이를 편각(magnetic declination)이라고 한다.
- 지자기 좌표계 (magnetic frame: m-frame): 지구자기장이 수평면과 이루는 각인 북각만큼 항법 좌표계가 기울어져 결정되는 좌표계로 각 축을 (x_m, y_m, z_m) 로 나타내며 교정된 지자기 센서의 각 축이 지자기 좌표계와 일치하는 경우 지자기 센서의 출력값은 $[1 \ 0 \ 0]^T$ 이 된다.

각 좌표계 사이의 변환은 그림 1과 같이 오일러 각과 북각으로 정의되며 오일러 각 설정을 다음과 같은 순서의 상대변환(relative transformation)으로 결정한다[8].

$$Rot_b(z, \psi) \rightarrow Rot_b(y, \theta) \rightarrow Rot_b(x, \phi) \quad (1)$$

여기서 $Rot_b(i, j)$ 는 동체 좌표계 i 축으로 동체 좌표계를 j 만큼 회전하는 것을 의미한다.

오일러 각을 (1)과 같이 결정한 이유는 동체 좌표계에서 항법 좌표계로의 변환을 나타내는 방향 코사인 행렬을 다음과 같이 롤/피치 각과 방위각을 구분하여 나타내기 위함이다.

$$C_b^n = C_h^n C_b^h \quad (2)$$

여기서 C_i^j 는 i 좌표계에서 j 좌표계로의 변환행렬을 나타낸 방향코사인 행렬이다. 그리고

$$C_b^h = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \phi \sin \theta & \cos \phi \sin \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$C_h^n = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

동체 좌표계에서 지자기 좌표계로의 변환은 다음과 같이 나타낼 수 있다[4].

그림 1. 좌표계 정의.

Fig. 1. Definition of coordinate frames.

$$C_b^m = C_n^m C_h^n C_b^h \quad (5)$$

여기서

$$C_n^m = \begin{bmatrix} \cos \lambda & 0 & \sin \lambda \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \lambda & 0 & \cos \lambda \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서 λ 는 북각을 의미한다.

(3), (4), (6)을 (5)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \\ z_m \end{bmatrix} &= C_b^m \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} \\ &= C_n^m C_h^n C_b^h \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \lambda & 0 & \sin \lambda \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \lambda & 0 & \cos \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &\quad \times \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \phi \sin \theta & \cos \phi \sin \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

이 식은 교정된 3축의 지자기 센서 데이터를 지자기 좌표계로 변환하면 $[1 \ 0 \ 0]^T$ 이 되는 정보를 사용하여 나타낸 것이다[4].

2. 교정 기법

3축의 지자기 센서 모듈을 교정하는 방법은 다음과 같다. 지자기 센서 모듈을 수평상태가 되도록 테이블에 올려놓은 다음 수평상태를 유지하며 지자기 센서 모듈을 한 바퀴 회전한다. 이때 x 축 지자기 센서 데이터가 최대가 되며 y 축 지

자기 센서 데이터가 0이 되는 자세에서 x 축이 가리키는 곳이 자북이 된다. 이 경우 교정된 x 축 지자기 센서 출력값은 $\cos \lambda$ 가 된다. 그러나 아직 지자기 센서가 교정되기 전이므로 이 값을 사용하여 북각을 계산할 수 없으며 또한 지자기 센서도 교정할 수 없다.

지자기 센서 모듈의 x 축을 자북에 맞춘 다음 지자기 센서 모듈을 $-y$ 축으로 천천히 회전하면서 x 축 값이 최대가 나오는 순간 $-y$ 축의 회전 각도가 북각이 된다. 그러나 이 각도를 정확하게 측정하는 것은 어려우므로 측정된 x 축 지자기 센서의 최대값을 저장한다. 그리고 y 축으로 천천히 회전하면서 x 축 지자기 센서의 최소값을 저장한다. 이 과정에서 z 축 지자기 센서의 최대값과 최소값을 같이 저장한다. 지자기 센서 모듈의 y 축을 자북에 맞춘 다음 지자기 센서 모듈을 x 축으로 천천히 회전하면서 y 축 지자기 센서의 최대값과 최소값을 저장한다. 이렇게 저장된 각 축의 최대/최소값을 사용하여 다음과 같이 교정한다[4].

$$\bar{i}_b = \left(i_b - \frac{i_{\max} + i_{\min}}{2} \right) \frac{2}{i_{\max} - i_{\min}}, \quad i \in \{x, y, z\} \quad (8)$$

여기서 i_b 와 $\bar{i}_b$ 는 각각 교정 전/후의 i 축 지자기 센서 데이터이며, $i_{\max}$ 와 $i_{\min}$ 은 각각 i 축 지자기 센서 데이터의 최대/최소값이다.

3. 경사각 오차 보정

지자기 센서 모듈이 항상 수평상태를 유지하는 경우 2축 지자기 센서만으로 북각의 정보 없이 방위각을 계산할 수 있다. 그러나 지자기 센서 모듈이 수평상태가 아닌 경우 경사각 오차를 보정해야만 정확한 방위각을 계산할 수 있다. 이를 위해 경사각을 계산하기 위한 2축 가속도계가 함께 사용되며 가속도계와 지자기 센서의 x 축과 y 축을 평행하게 정렬한다.

먼저 (7)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(C_h^n)^T (C_n^m)^T \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \\ z_m \end{bmatrix} = C_b^h \begin{bmatrix} \bar{x}_b \\ \bar{y}_b \\ \bar{z}_b \end{bmatrix} \quad (9)$$

(9)의 좌변과 우변을 각각 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(C_h^n)^T (C_n^m)^T \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \\ z_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \lambda & 0 & -\sin \lambda \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \lambda & 0 & \cos \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \lambda \\ -\sin \psi \cos \lambda \\ \sin \lambda \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$C_b^h \begin{bmatrix} \bar{x}_b \\ \bar{y}_b \\ \bar{z}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \phi \sin \theta & \cos \phi \sin \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_b \\ \bar{y}_b \\ \bar{z}_b \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \bar{x}_b \cos \theta + \bar{y}_b \sin \phi \sin \theta + \bar{z}_b \cos \phi \sin \theta \\ \bar{y}_b \cos \phi - \bar{z}_b \sin \phi \\ -\bar{x}_b \sin \theta + \bar{y}_b \sin \phi \cos \theta + \bar{z}_b \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (11)$$

따라서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_b \cos \theta + \bar{y}_b \sin \phi \sin \theta + \bar{z}_b \cos \phi \sin \theta \\ \bar{y}_b \cos \phi - \bar{z}_b \sin \phi \\ -\bar{x}_b \sin \theta + \bar{y}_b \sin \phi \cos \theta + \bar{z}_b \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \lambda \\ -\sin \psi \cos \lambda \\ \sin \lambda \end{bmatrix} \quad (12)$$

(12)의 첫 번째와 두 번째 요소를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{-\sin \psi \cos \lambda}{\cos \psi \cos \lambda} = \frac{-\sin \psi}{\cos \psi} \\ = \frac{\bar{y}_b \cos \phi - \bar{z}_b \sin \phi}{\bar{x}_b \cos \theta + \bar{y}_b \sin \phi \sin \theta + \bar{z}_b \cos \phi \sin \theta} \quad (13)$$

따라서 방위각은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\psi = \tan^{-1} \frac{-\bar{y}_b \cos \phi + \bar{z}_b \sin \phi}{\bar{x}_b \cos \theta + \bar{y}_b \sin \phi \sin \theta + \bar{z}_b \cos \phi \sin \theta} \quad (14)$$

여기서 물과 피치각은 각각 2축 가속도계 출력을 사용하여 계산할 수 있다. 먼저 다음과 같이 가속도계의 동체 좌표계와 수평 좌표계 사이의 관계를 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} x_h \\ y_h \\ z_h \end{bmatrix} = C_b^h \begin{bmatrix} x_{acc} \\ y_{acc} \\ z_{acc} \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \phi \sin \theta & \cos \phi \sin \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{acc} \\ y_{acc} \\ z_{acc} \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서 $i_{acc}, i \in \{x, y, z\}$ 는 i 축 가속도계 출력을 나타낸 것이다.

(15)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(C_b^h)^T \begin{bmatrix} x_h \\ y_h \\ z_h \end{bmatrix} = (C_b^h)^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \sin \theta & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} g \sin \theta \\ -g \sin \phi \cos \theta \\ -g \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} x_{acc} \\ y_{acc} \\ z_{acc} \end{bmatrix} \quad (16)$$

(16)의 두 번째와 세 번째 요소를 나누어 다음과 같이 물 각을 계산할 수 있다.

$$\phi = \tan^{-1} \frac{y_{acc}}{z_{acc}} \quad (17)$$

(16)의 두 번째와 세 번째 요소를 각각 제곱하여 더한 후 제

급근을 취하면 다음과 같다.

$$\sqrt{g^2 \sin^2 \phi \cos^2 \theta + g^2 \cos^2 \phi \cos^2 \theta} = g \cos \theta$$

$$= \sqrt{y_{acc}^2 + z_{acc}^2} \quad (18)$$

(16)의 첫 번째 요소와 (18)을 사용하여 피치 각을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\theta = \tan^{-1} \frac{x_{acc}}{\sqrt{y_{acc}^2 + z_{acc}^2}} \quad (19)$$

4. 2축 지자기 센서 모듈을 사용하는 경우

지자기 센서 모듈이 수평상태를 이루는 경우 방위각은 (14)를 통해 다음과 같이 계산할 수 있다[9].

$$\psi = \tan^{-1} \frac{-\bar{y}_b}{\bar{x}_b} \quad (20)$$

그러나 경사각이 존재하는 경우 (14)를 사용하여야 하며 2축 지자기 센서 모듈을 사용하는 경우 (14)에서 $\bar{z}_b$ 를 획득할 수 없으므로 정확한 방위각 계산이 어렵게 된다. 그러나 교정된 지자기 센서의 출력은 다음과 같은 특성을 갖는다.

$$\bar{x}_b^2 + \bar{y}_b^2 + \bar{z}_b^2 = 1 \quad (21)$$

따라서 $\bar{z}_b$ 는 다음과 같이 추정할 수 있다[9].

$$\hat{\bar{z}}_b = \pm \sqrt{1 - \bar{x}_b^2 - \bar{y}_b^2} \quad (22)$$

또는 (12) 세 번째 요소를 사용하여 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$\hat{\bar{z}}_b = \sec \phi \sec \theta \sin \lambda + \bar{x}_b \sec \phi \tan \theta - \bar{y}_b \tan \phi \quad (23)$$

(22)는 교정된 센서 모듈의 특성이므로 정확한 값을 갖지만 부호를 알 수 없다. 따라서 (22)와 (23)을 사용하여 $\bar{z}_b$ 를 다음과 같이 계산한다.

$$\hat{\bar{z}}_b = (-1)^k \sqrt{1 - \bar{x}_b^2 - \bar{y}_b^2} \quad (24)$$

여기서 k 는 (23)의 계산 결과의 부호가 음수이면 1, 양수이면 2로 결정한다.

(23)에서 복각은 지자기 센서 모듈을 수평상태로 유지한 다음 (12)의 첫 번째와 두 번째 요소를 각각 제공하여 더하면 두 축의 지자기 센서 출력값을 사용하여 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$\hat{\lambda} = \cos^{-1} \sqrt{\bar{x}_b^2 + \bar{y}_b^2} \quad (25)$$

III. 오차 분석

지자기 센서 기반 방위각 계산에서 발생하는 오차는 다양한 오차 요인에 기인하며 자세를 계산하는데 사용하는 가속도계 오차, 주위 자장에 의한 지자기 센서 측정 오차, 등이 그 오차 요인에 해당된다. 본 논문에서는 가속도계 오차에 의한 자세 계산오차 및 이로 인해 발생하는 방위각 계산 오차를 분석한다.

1. 자세 계산 오차

2축 가속도계를 사용하여 자세를 계산하는 경우 가속도계 오차에 의해 자세 계산 오차가 발생한다. 물 각의 오차는 (17)을 기반으로 유도된다. 먼저 (17)을 선형 섭동법에 의해 다음과 같이 나타낸다.

$$\tan(\phi + \delta\phi) = \frac{y_{acc} + \delta y_{acc}}{z_{acc} + \delta z_{acc}} \quad (26)$$

Taylor 급수 1차 전개를 통해 다음과 같이 근사화할 수 있다.

$$\tan(\phi + \delta\phi) \cong \tan \phi + \sec^2 \phi \cdot \delta\phi = \frac{y_{acc} + \delta y_{acc}}{z_{acc} + \delta z_{acc}} \quad (27)$$

따라서 다음과 같이 가속도계 오차에 의해 발생하는 물 각 오차를 유도할 수 있다.

$$\delta\phi = \frac{\cos^2 \phi}{z_{acc}} \delta y_{acc} - \frac{\sin \phi \cos \phi}{z_{acc}} \delta z_{acc} \quad (28)$$

피치 각 오차는 (19)를 기반으로 유도된다. 먼저 (19)를 선형 섭동법에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tan(\theta + \delta\theta) = \frac{x_{acc} + \delta x_{acc}}{\sqrt{(y_{acc} + \delta y_{acc})^2 + (z_{acc} + \delta z_{acc})^2}} \quad (29)$$

(29)의 좌변과 우변을 각각 Taylor 급수 1차 전개를 통해 다음과 같이 근사화할 수 있다.

$$\tan(\theta + \delta\theta) \cong \tan \theta + \sec^2 \theta \cdot \delta\theta$$

$$\frac{x_{acc} + \delta x_{acc}}{\sqrt{(y_{acc} + \delta y_{acc})^2 + (z_{acc} + \delta z_{acc})^2}}$$

$$\cong \frac{x_{acc} + \delta x_{acc}}{\sqrt{y_{acc}^2 + z_{acc}^2} + \frac{y_{acc}}{\sqrt{y_{acc}^2 + z_{acc}^2}} \delta y_{acc} + \frac{z_{acc}}{\sqrt{y_{acc}^2 + z_{acc}^2}} \delta z_{acc}} \quad (31)$$

(30)=(31)을 통해 다음과 같이 가속도계 오차에 의해 발생하는 피치 각 오차를 유도할 수 있다.

$$\delta\theta = \frac{\cos^2 \theta}{\sqrt{y_{acc}^2 + z_{acc}^2}} \delta x_{acc} - \frac{y_{acc} \sin \theta \cos \theta}{y_{acc}^2 + z_{acc}^2} \delta y_{acc} - \frac{z_{acc} \sin \theta \cos \theta}{y_{acc}^2 + z_{acc}^2} \delta z_{acc} \quad (32)$$

2. 방위각 계산 오차

가속도계 오차에 의해 발생하는 자세 계산 오차로 인해 방위각 계산에 오차를 발생시킨다. 방위각 계산 오차는 (14)를 기반으로 유도된다. 먼저 (14)를 선형 섭동법에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tan(\psi + \delta\psi) = \frac{-\bar{y}_b \cos(\phi + \delta\phi) + \bar{z}_b \sin(\phi + \delta\phi)}{\text{den}_1} \quad (33)$$

여기서

$$\text{den}_1 = \bar{x}_b \cos(\theta + \delta\theta) + \bar{y}_b \sin(\phi + \delta\phi) \sin(\theta + \delta\theta) + \bar{z}_b \cos(\phi + \delta\phi) \sin(\theta + \delta\theta) \quad (34)$$

(33)의 좌변과 우변을 각각 Taylor 급수 1차 전개를 통해 다음과 같이 근사화할 수 있다.

$$\tan(\psi + \delta\psi) \cong \tan\psi + \sec^2\psi \cdot \delta\psi \quad (35)$$

$$\frac{-\bar{y}_b \cos(\phi + \delta\phi) + \bar{z}_b \sin(\phi + \delta\phi)}{\text{den}_1} \quad (36)$$

$$\cong \frac{-\bar{y}_b (\cos\phi - \sin\phi \cdot \delta\phi) + \bar{z}_b (\sin\phi + \cos\phi \cdot \delta\phi)}{\text{den}_2}$$

여기서

$$\begin{aligned} \text{den}_2 &= \bar{x}_b (\cos\theta - \sin\theta \cdot \delta\theta) \\ &+ \bar{y}_b (\sin\phi \sin\theta + \sin\phi \cos\theta \cdot \delta\theta + \cos\phi \sin\theta \cdot \delta\phi) \\ &+ \bar{z}_b (\cos\phi \sin\theta + \cos\phi \cos\theta \cdot \delta\theta - \sin\phi \sin\theta \cdot \delta\phi) \end{aligned} \quad (37)$$

(35)-(36)을 통해 다음과 같이 자세 오차에 의해 발생하는 방위각 오차를 유도할 수 있다.

$$\delta\psi = a \cdot \delta\phi + b \cdot \delta\theta \quad (38)$$

여기서

$$a = \frac{\bar{y}_b (\sin\phi - \cos\phi \sin\theta \tan\psi) + \bar{z}_b (\cos\phi + \sin\phi \sin\theta \tan\psi)}{(\bar{x}_b \cos\theta + \bar{y}_b \sin\phi \sin\theta + \bar{z}_b \cos\phi \sin\theta) \sec^2\psi} \quad (39)$$

$$b = \frac{(\bar{x}_b \sin\theta - \bar{y}_b \sin\phi \cos\theta - \bar{z}_b \cos\phi \cos\theta) \sin\psi \cos\psi}{\bar{x}_b \cos\theta + \bar{y}_b \sin\phi \sin\theta + \bar{z}_b \cos\phi \sin\theta} \quad (40)$$

자세 오차는 가속도계 오차에 의해 발생하는 오차이므로 (28)과 (32)를 (38)에 대입하여 가속도계 오차에 의해 발생하는 방위각 오차를 분석할 수 있다.

3. 2축 지자기 센서 모듈을 사용하는 경우

2축 지자기 센서 모듈을 사용할 때 필요한 복각과 $\bar{z}_b$ 는 각각 (25)와 (24)를 통해 추정되며 이를 통해 가속도계 오차에 의한 영향은 받지 않는 것을 알 수 있다. 그러나 (23)을 사용하여 $\bar{z}_b$ 의 부호를 결정하는 경우 부호가 반전되는 경계의 일부 영역에서 부호가 반대로 계산되는 문제가 발생할 수 있다.

4. 시뮬레이션 분석

본 장에서 분석한 오차 특성을 검증하기 위해 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 변수 설정은 다음과 같다.

- 복각: 50°
- 가속도계 오차 (랜덤 상수 [m/s^2]): $N(0.0, (1.0)^2)$
- 가속도계 백색잡음 ($[m/s^2]$): $N(0.0, (0.001)^2)$
- 지자기 센서 백색잡음: $N(0.0, (0.001)^2)$
- 시뮬레이션 횟수: 100회
- 자세 변화: $-50^\circ \sim 50^\circ$ (간격 0.1°)
- 방위각: 45° (case I), -135° (case II)

가속도계 오차를 랜덤으로 생성하여 총 100번의 시뮬레이션을 수행한 결과를 사용하여 분석하였다. 각 결과의 그림은 4장의 그림으로 구성된 두 개의 그림으로 나타난다. 첫 번째 그림의 왼쪽 그림은 각각 계산된 자세/방위각과 자세/방위각 오차를 나타낸 것으로 총 100번의 시뮬레이션 중 하나를 나타낸 것이다. 그리고 오른쪽 그림은 각각 계산된 자세/방위각과 자세/방위각 오차의 표준편차를 100번의 시뮬레이션 결과를 통해 계산한 것이다. 두 번째 그림의 왼쪽 위의 그림은 계산된 자세/방위각 오차를 나타낸 것으로 총 100번의 시뮬

그림 2. 가속도계 오차에 의한 롤 각 계산 오차 (각 축 단위: [deg]).

Fig. 2. Roll angle computational error according to accelerometer error (unit of each axis: [deg]).

레이션 중 하나를 나타낸 것이다. 이 값은 앞에서 유도한 자세/방위각 계산 오차 식을 통해 획득된 것이다. 그리고 표준편차를 오른쪽에 나타내었다. 두 번째 그림의 아래 그림은 자세/방위각 계산 오차 식의 정확도를 평균과 표준편차로 나타낸 것이다. 즉 이 그림을 통해 앞에서 유도한 계산 오차 식의 정확성을 판단할 수 있다.

먼저 그림 2는 가속도계 오차에 의한 롤 각 계산 오차를 나타낸 것이다. 롤 각과 피치 각이 각각 $-50^\circ \sim 50^\circ$ 로 변화되는 동안 계산된 롤 각의 표준편차는 최대 9.3696° 가 발생하는 것을 볼 수 있다. 이 오차는 그대로 롤 각 오차의 표준편차와 동일하게 나타난다.

계산된 롤 각 오차는 (28)를 통해 획득된 값으로 실제로 발생하는 롤 각 오차와 유사하게 발생하며 계산 오차는 최대 평균값은 0.0651° , 최대 표준편차는 1.5147° 가 발생하는 것을 볼 수 있다. 여기서 나타낸 계산 오차는 오차 계산 시 Taylor 급수의 고차항을 무시하기 때문에 발생하며 작은 오차 범위 내에서 계산되므로 (28)에서 롤 각 오차를 잘 유도하였음을 알 수 있다.

그림 3은 가속도계 오차에 의한 피치 각 계산 오차를 나타낸 것이다. 계산된 피치 각의 표준편차는 최대 6.1836° 가 발생하며 이 오차는 그대로 피치 각 오차의 표준편차로 나타난

그림 3. 가속도계 오차에 의한 피치 각 계산 오차 (각 축 단위: [deg]).

Fig. 3. Pitch angle computational error according to accelerometer error (unit of each axis: [deg]).

다. (32)을 사용하여 계산된 피치 각 오차는 가속도계 오차에 의해 발생하는 실 피치 각 오차와 유사하게 나타나며 계산된 피치 각 오차의 계산 오차는 0.3589° 의 최대 평균값과 0.8115° 의 최대 표준편차를 가지므로 (32)에서 제시한 피치 각 오차 식이 잘 유도되었음을 확인할 수 있다.

그림 4와 5는 각각 방위각이 45° 인 case I과 -135° 인 case II에 대한 결과이다. 가속도계 오차에 의해 발생하는 자세 오차에 의해 발생된 방위각 오차로 (37)에서 유도된 방위각 오차의 정확성을 확인할 수 있다.

그림 4와 5에서 확인할 수 있듯이 자세가 변하는 동안 발생하는 방위각 오차와 (37)에서 유도된 계산된 방위각 오차는 동일한 패턴을 갖는 것을 확인할 수 있으며 case I의 경우 계산 오차는 0.3351° 의 최대 평균값과 1.5948° 의 최대 표준편차를 가지며, case II의 경우 계산 오차는 0.3797° 의 최대 평균값과 1.3485° 의 최대 표준편차를 갖는 것을 볼 수 있다. 즉 (37)에서 유도된 자세 오차에 의한 방위각 오차 식의 정확성이 검증된다.

가속도계 오차가 $N(0.0m/s^2, (1.0m/s^2)^2)$ 의 정규분포를 갖고 발생하는 경우 총 100번의 시뮬레이션에서 case I의 경우 최대 방위각 계산 오차가 30.8672° , case II의 경우 최대

그림 4. 가속도계 오차에 의한 방위각 계산 오차 - case I (각 축 단위: [deg]).

Fig. 4. Azimuth computational error according to accelerometer error - case I (unit of each axis: [deg]).

방위각 계산 오차가 31.4528° 발생했다. 이를 통해 일반적으로 가속도계를 사용하여 지자기 센서의 경사각 오차를 보정하는 지자기 센서 모듈에서 가속도계의 보정이 중요한 요소를 확인할 수 있다. 즉 주위 자장의 영향이 없더라도 저급 MEMS형 가속도계를 사용하는 지자기 센서 모듈에서 가속도계 오차에 의해 큰 방위각 오차가 발생할 수 있다는 것을 본 논문에서 보였으며 반드시 정확하게 보정된 가속도계를 사용하여 지자기 센서의 경사각 오차를 보정해야 함을 확인할 수 있다.

그림 6은 (25)와 (23)을 사용하여 복각과 z축 지자기 센서 데이터를 각각 추정된 결과를 나타낸 것이다. 지자기 센서 모듈을 수평상태로 유지하면서 방위각을 360° 회전하면서 추정된 복각의 평균값은 49.9966° 이며 표준편차는 0.0572° 가 나왔다. 즉, 1° 이내의 정확도를 갖고 복각이 추정됨을 알 수 있다. 추정된 z축 지자기 센서 데이터의 오차 또한 평균 0.0022 , 표준편차 0.0726 로 정확하게 추정되는 것을 확인할 수 있다. 즉 2축 지자기 센서를 사용하여 경사각 오차가 보상된 방위각을 계산하기 위해 필요한 복각 및 z축 지자기 센서 데이터가 가속도계 오차와 상관없이 정확하게 추정 가능함을 검증하였다.

그림 5. 가속도계 오차에 의한 방위각 계산 오차 - case II (각 축 단위: [deg]).

Fig. 5. Azimuth computational error according to accelerometer error - case II (unit of each axis: [deg]).

IV. 결론

2축 가속도계 기반 3축 지자기 센서 모듈의 교정 기법을 설명하고 가속도계 오차에 의한 방위각 계산 오차를 분석하였다. 먼저 지자기 센서를 사용하기 위해 필요한 다양한 좌표계를 정의하고 각 좌표계 사이의 관계식을 정립하였다. 지자기 센서 모듈을 교정하기 위해 복각을 고려해야 하며 센서 모듈의 회전을 통해 복각을 고려한 센서 모듈 교정 기법을 설명하였다. 지자기 센서 모듈 교정 후 이를 이용한 방위각 계산 과정에서 발생하는 경사각 오차를 보정하는 기법을 설명하였다. 이때 경사각 계산에 사용되는 가속도계의 오차에 의해 발생하는 경사각 계산 오차 및 방위각 계산 오차를 식으로 유도하고 오차 특성을 시뮬레이션 기반으로 분석하였다. 그 결과 가속도계 오차가 $N(0.0m/s^2, (1.0m/s^2)^2)$ 의 정규분포를 갖고 발생하는 경우 최대 방위각 계산 오차가 31.4528° 발생하는 것을 보였다. 이를 통해 지자기 센서 교정뿐 아니라 가속도계도 정확한 교정을 한 후 사용해야 함을 확인할 수 있다.

마지막으로 2축 지자기 센서 모듈을 사용하여 경사각 오차가 보정된 방위각을 계산하는 방법을 설명하고 이때 필요한 복각과 z축 지자기 센서 데이터를 자세정보 없이 추정하는 식을 유도하였다. 그리고 그 성능을 시뮬레이션 기반으로

그림 6. 추정된 복각과 z축 지자기 센서 데이터.

Fig. 6. Estimated magnetic dip and z-axis magnetic compass data.

분석하였다. 그 결과 교정된 2축 지자기 센서 데이터만을 사용하여 정확하게 복각과 z축 지자기 센서 데이터를 추정할 수 있음을 확인하였다. 또한 이를 기반으로 2축 가속도계와 결합한 2축 지자기 센서 모듈을 사용하여 경사각 오차가 보정된 방위각 정보를 계산할 수 있음을 확인하였다.

REFERENCES

- [1] J. Y. Kim, and S. Y. Lee, "Estimation of the user's location/posture for mobile augmented reality," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 18, no. 11, pp. 1011-1017, Nov. 2012.
- [2] S. H. Shin, H. W. Kim, C. G. Park, and S. O. Choi, "Map-matching algorithm for MEMS-based pedestrian dead reckoning system in the mobile device," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 14, no. 11, pp. 1189-1195, Nov. 2008.
- [3] M. J. Caruso, "Applications of magnetoresistive sensors in navigation system," *Sensors and Actuators, SAE(Society of Automotive Engineers) SP(Special Publication)-1220*, pp. 15-21, 1997.
- [4] S. Y. Cho, and C. G. Park, "A calibration technique for a two-axis magnetic compass in telematics devices," *ETRI Journal*, vol. 27, no. 3, pp. 280-288, Jun. 2005.
- [5] E. L. Renk, W. Collins, M. Rizzo, and D. S. Bernstein, "Calibrating a triaxial accelerometer-magnetometer," *IEEE*

Trans. Control Systems Magazine, vol. 25, no. 6, pp. 86-95, Dec. 2005.

- [6] T. Y. Kim, C. J. So, and J. Lyou, "On-line magnetic distortion calibration method for a magnetometer," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 18, no. 9, pp. 819-822, Sep. 2012.
- [7] P. S. Maybeck, *Stochastic Models, Estimation, and Control Volume 1*, Academic Press, Inc., 1979.
- [8] G. M. Siouris, *Aerospace Avionics Systems*, Academic Press, Inc., 1993.
- [9] S. Y. Cho, "Enhanced tilt compensation method for biaxial magnetic compass," *Electronics Letters*, vol. 41, no. 24, pp. 1323-1325, Nov. 2005.

조 성 윤

1998년 광운대학교 제어계측공학과 졸업. 2000년 동 대학원 졸업(공학석사). 2004년 동대학원 졸업(공학박사). 2003년 3월~2004년 2월 서울대학교 자동화 시스템공동연구소 보조연구원. 2004년 3월~2004년 9월 서울대학교 기계항공공

학부 BK21 박사후연구원. 2004년 9월~2013년 8월 한국전자통신연구원(ETRI) 선임연구원. 2008년 3월~2013년 2월 과학기술연합대학원대학교 겸임교수. 2013년 9월~현재 경일대학교 로봇응용학과 조교수. 관심분야는 항법기술(다중센서 융합항법기술, WSN 및 무선위치추정기술), MEMS 센서 응용기술, 선형/비선형 필터링 기술, LBS 및 Telematics 기술.