뿔-좌굴을 고려한 공간 트러스의 최적구조설계에 관한 연구

Optimum Structural Design of Space truss with consideration in Snap-through buckling

손 수 덕*
Shon, Su-Deok

이 승 재**
Lee, Seung-Jae

최 재 현***
Choi, Jae-Hyun

요 약

본 연구는 공간 트러스의 전체 좌굴을 고려한 최적구조설계에 대해 연구를 하였으며, 구조물의 최소중량을 구하는 것이 목적이다. 응력제약에 의한 부재 최적화를 위해서 수리 계획법이 사용되었으며, 뿔-좌굴을 고려하기 위해 동적 계획법을 적용하였다. 트러스 부재의 최적설계를 위한 수리 모형은 전체중량 목적함수와 인장 또는 압축 허용응력 및 세장비 제약식으로 구성하였다. 평형경로상의 임계점 즉 좌굴하중을 구하기 위해서 점선강성행렬의 행렬식 변화를 조사하였으며, 설계하중에 대한 좌굴하중 비율이 동적계획법의 반복계산과정에서 공간 트러스의 강성을 조절하기위해 반영되었다. 제안된 최적설계 프로세서의 검증 위해서 스타 돔 구조물 예제를 통해 조사하였으며, 수치 결과는 잘 수렴하고 모든 제약을 만족하였다. 제시된 최적설계 프로세서는 전체좌굴을 고려한 최적설계를 수행하기 위한 비교적 간단 방법이고, 실무 구조설계를 반영하는데 가능하다.

Abstract

This study investigates the optimum structural design of space truss considering global buckling, and is to obtain the minimal weight of the structure. The mathematical programming method is used for optimization of each member by member force. Besides, dynamic programming method is adapted for consideration in snap-through buckling. The mathematical modeling for optimum design of truss members consists of objective function of total weight and constrain equations of allowable tensile (or compressive) stress and slenderness. The tangential stiffness matrix is examined to find the critical point on equilibrium path, and a ratio of the buckling load to design load is reflected in iteration procedures of dynamic programming method to adjust the stiffness of space truss. The star dome is examined to verify the proposed optimum design processor. The numerical results of the model are conversed well and satisfied all constrains. This processor is a relatively simple method to carry out optimum design with consideration in global buckling, and is viable in practice with respect to structural design.

키워드 : 스페이스 트러스, 스타 돔, 뿔-좌굴, 최적구조설계, 수리계획법, 동적계획법

Keywords : Space truss, Star dome, Snap-through, Optimum structural design, Mathematical programming method, dynamic programming method

1. 서 론

경량구조물의 범주에 속하는 공간 트러스 시스템은 상대적으로 작은 자중을 가지는 장점과 면내력

으로 하중을 전달하는 형태저항형상으로 장스팬을 가능하게 한다. 이러한 공간 트러스는 힘의 흐름이 연속체 쉘과 유사하여 많은 역학적인 장점들을 갖고 있을뿐더러, 아름답다. 그러나 대부분의 쉘형 시스템에서 나타나는 비선형성과 구조불안정 문제 또한 함께 가지고 있으므로 설계에 있어서 선형해석에 따른 부재응력에 대한 제약의 만족만으로 최적설계를 시도하기에는 부족한 면이 많으며, 불안정에

* 정회원, 한국기술교육대학교 연구교수, 공학박사
** 정회원, 한국기술교육대학교 건축공학부 교수, 공학박사
*** 교신저자, 한국기술교육대학교 건축공학부 조교수, 공학박사
Tel: 041-560-1336 Fax:041-560-1224
E-mail: jay.choi@kut.ac.kr

대한 영역을 확보하는 것이 필요하다.^{1,2)}

지금까지의 구조물들에 적용되어진 구조최적화의 기법과 방법론들의 연구는 현시대에 일반적으로 많이 이용될 뿐더러 구조설계문제에 잘 적용되기도 한다. 그러나 많은 연구자들이 이산화 시스템에서부터 연속체의 범주에서 다양한 제약을 받는 최적구조설계에 대해서 연구를 수행했지만, 실제 설계에 필요한 설계기준이나 실용적인 최적화 문제의 연구는 그리 많지 않다. 이와 같은 설계기준을 이용한 알고리즘의 적용에 있어서 구조 최적화 문제의 연구는 두 가지의 접근 방법으로 나타나고 있는데 그 첫 번째는 수리 계획법(mathematical programming method)에 의한 접근이 있으며, 두 번째로는 최적 기준법(optimality criteria method)에 의한 접근 방법으로 설명할 수 있다. 최적기준법은 구조물의 거동에 관련된 범주를 만족하는 집합을 찾는 간접법(indirect method)인 것에 비해 직접법(direct method)에 해당하는 수리계획법은 목적함수와 제약함수 및 그들의 미분의 계산을 통해서 해를 찾는 방법으로서 계산시간이 설계변수에 비례하므로 비교적 적은 설계변수로 구성된 문제에 효율적이다. 또한 최적문제의 형성을 효율적으로 구성함으로써 다양한 최적구조설계의 문제에서도 목적함수 및 제약함수의 형성과 해를 쉽게 얻을 수 있다. 이러한 접근 방법은 주로 응력이나 변위 등의 제약에 대해서 선형, 비선형 제약함수가 사용된 최적화 문제에서 동적 계획법(dynamic programming method)을 함께 적용하여 최적단면적을 얻을 수 있다.³⁻⁵⁾ 동적 계획법의 경우 하위문제(subproblems)를 형성하여 최적화 모델의 설계변수를 비교적 단순하게 구성할 수 있으며, 각 하위문제에 대한 수리 계획법을 통한 최적해의 탐색은 효율적이다. 이 외에도 형상 및 위상에 대한 최적 또한 이와 같은 방법론을 이용해서 최적설계를 수행할 수 있다.⁶⁻⁸⁾

두 번째 접근방법인 최적 기준법에 대한 것으로서 수리 계획법에 비해 어렵고 까다로운 까닭에 많이 이용되지는 않으며, 설계변수의 회귀관계를 이용해서 개발되어 진다. 이러한 접근 방법은 선형이나 비선형 최적설계에 모두 이용되어질 수 있다.⁹⁻¹⁴⁾ Saka¹²⁾의 경우는 강재 트러스 구조물의 최적설계에

있어서 설계 기준들에 따른 최적에 대해서 결과를 얻었다. 일반적으로 비교적 쉬운 수리적 모형을 구성하여 최적설계를 수행하려 하였고, 좌굴문제에 있어서도 공간 구조물의 국부좌굴이나 부재좌굴에 대해서 제약조건이 구성되었다. 그러나 많은 연구들이 주로 구조물의 비선형성을 고려한 부가된 응력에 대한 최적방법이나 압축재의 좌굴을 고려한 제약이 많으며, 전체좌굴에 대한 고려방법은 연구가 그리 많지 않다.

동형 공간 구조물들에서는 셸 구조의 구조 원리와 유사하므로 긴 경간을 얇게 만들 면 뿔-좌굴(snap-through) 및 분기좌굴(bifurcation) 등과 같은 비선형성에 기인한 불안정한 거동이 나타난다.¹⁵⁾ 따라서 최적설계를 위해서는 우선 전체좌굴에 대한 임계점의 판별과 이를 이용한 구조적 판단을 설계에 적용하여야할 필요성이 있다.

동형 트러스 구조물의 임계점은 구조물의 평형경로 상에서 존재하는 분기점의 발생과 분기거동은 불완전성에 기인한 파라메타의 조합된 영향으로 나타나며, Huseyin¹⁶⁾은 이러한 다변수 안정문제(multi-parameter stability problem)를 풀기위해 확장된 섭동기법을 연구하였다. 좌굴점의 판별이나 분기해석의 방법은 Choong과 Hangai¹⁷⁾가 발표한 문헌에서 기존의 해석방법에 대한 특성을 자세히 설명하고 있으며, 분기점의 해석기법에서 직, 간접적인 분기에측 및 일반역행렬을 이용한 방법 등을 다루고 있고, 대상은 보존계 탄성체의 기하학적 비선형성을 고려하였다.^{18,19)} 이 후, Choong과 Kim²⁰⁾은 다중 하중파라메타의 단순임계에 대한 안정 경계를 구하는 방법을 제시하였으며, 일반적으로 임계점은 접선강성행렬의 행렬식과 고유치 및 고유벡터의 특성을 이용해 판별할 수 있다.²¹⁾

곡률을 이용한 공간 트러스 구조물들의 부재좌굴, 절점좌굴 및 전체좌굴과 이들의 복합적인 결과로서 나타나는 불안정 현상에 대하여는 Kato 등²²⁾과 Chan과 Zhou²³⁾가 부재의 초기 불완전성을 고려한 해석기법의 개발과 부재강성행렬을 유도하였고, Bulenda과 Knipper²⁴⁾은 구조물의 좌굴모드에 대한 파라메타 연구를 그리드 셸을 대상으로 수행하였다. 국내에서도 공간 구조물의 불안정 문제에 관해서

연구가 많이 수행 되었으며²⁵⁻²⁷⁾, 임계점의 판별에 대한 여러 가지 기법들이 소개되어 왔다. 그러나 초기 연구자의 접선강성행렬의 행렬식과 고유치는 그리 복잡한 메커니즘이 아니므로 비교적 용이하게 이용되어질 수 있으며, 실무의 설계에 적용하기에 매우 유용하다. 또한 비교적 규모가 큰 구조물의 전체좌굴에 대한 불안정성의 평가에서도 적용된 바 있다.^{28,29)}

따라서 본 연구에서는 공간 트러스 구조물의 뿔-좌굴을 고려한 최적설계에 대해서 스타 돔 구조물을 대상으로 연구하도록 한다. 구조물의 최적설계를 위해서 각 부재의 중량 최적화를 위한 수리 모형을 설계규준을 이용하여 설정하고, 비교적 접근이 쉬운 동적 계획법을 이용하여 반복 해석을 통한 구조물의 최적 설계 해를 구하도록 한다. 반복 해석 단계에서 구조물의 임계점에 대한 좌굴하중레벨을 계산하여 구조물의 안정성을 확보하는 방법으로 최적설계를 수행한다. 각각의 과정에 대해서 본 논문은 2장에서 공간 트러스 구조물의 해석을 위한 비선형 지배방정식의 구성과 임계점 판별방법에 대한 선행된 연구의 방법 중에서 적용될 내용을 설명하도록 하며, 3장에서 수리 계획법에 따른 목적함수식과 제약함수식을 정의하여 유도하고, 정의된 함수의 최적치를 계산하기 위해서는 GINO(General Interactive Optimizer) 프로그램^{30,31)}을 이용하기로 한다. 또한 반복해석 단계에서 구조안정을 고려한 동적계획법³²⁾에 대한 적용과 전체 설계단계를 설명한다. 마지막으로 스타 돔³³⁾ 예제를 대상으로 뿔-좌굴을 고려한 최적설계를 4장에서 다루며, 5장에서 이상의 최적결과를 이용하여 결론을 제시한다.

2. 비선형 해석과 임계점 판별

비선형 해석과 임계점의 판별을 이용하여 최적구조설계에서 구조물의 상태에 대해 전체좌굴에 대한 안정구간과 불안정 구간에 대해서 정량적으로 예측할 수 있다. 즉, 임계점의 설계하중벡터에 대한 레벨이 어느 범위에 있는지를 통해서 설계되어진 구조물의 좌굴에 대한 영향력을 정의할 수 있다. 우선 공간 트러스 구조물의 비선형 해석과 임계점의 판

별에 대해서 매우 복잡한 메커니즘에 대해서 비록 고전적인 방법이지만 매우 쉽고 간단하게 정의할 수 있는 접선강성행렬의 행렬식이나 고유치해석을 이용하여 판별하는 것에 대해서 기술하면 다음과 같다.

비선형 평형궤도의 각 증분구간에서의 접선강성행렬과 고유치를 이용하여 임계점에 도달하였을 때 임계점을 분류하는 방법은 가장 일반적이고 많이 이용하는 방식이며, 임계점의 초기상태를 정의하는 것은 주로 행렬식의 부호 변화에 의해 결정될 수 있다. 우선, n 개의 자유도로 선형화된 증분형 제1 섭동방정식은 다음과 같다.

$$K \dot{d} + f \dot{\lambda} = 0 \quad (1)$$

여기서, 접선강성행렬 K 는 보존계에서는 대칭행렬이고, 서로 직교하는 변환행렬이 존재하므로, 대각화(diagonalizable matrix)가 가능하다. K 의 n 개의 고유치 c_i 에 대응하는 정규화 고유벡터를 v_i 라 할 때, v_i 를 열벡터로 하는 직교행렬(orthogonal matrix) $V = [t_1, t_2, \dots, t_n]$ 을 이용하여 변위벡터를 변환하고, 양변에 최소고유치에 해당하는 고유벡터 v_1^T 를 곱하면 다음과 같다.

$$v_1^T K V \dot{u} + v_1^T f \dot{\lambda} = 0 \quad (2)$$

식(2)에서 특이점(singular point)에서는 K 의 행렬식이 0이므로 좌변의 첫 번째 항은 소거되거나 또는 최소 고유치가 0일 때, 두 번째 항에 의해서 임계점이 분류된다. 여기서, 임계점은 다음의 두 조건을 고려할 수 있다.¹⁷⁾

$$v_1^T f \neq 0, \dot{\lambda} = 0 \quad (3)$$

$$v_1^T f = 0 \quad (4)$$

$v_1 \cdot f$ 를 살펴보면, 최소 고유치 c_1 에 대응하는 고유벡터 v_1 와 하중모드 f 간의 내적을 말하며, 0일 경우는 서로 직교함을 의미한다. 따라서 임계점에 대해서 식 3의 조건은 극한점을 의미하고, 식 4의

조건이 분기점을 의미하게 된다. 이때 분기점에서 $\lambda = 0$ 일 때가 대칭분기, $\lambda = 0$ 일 때가 비대칭 분기점이다. 접선강성행렬의 행렬식과 고유치해석을 통한 좌굴점의 분류는 일반적으로 많이 쓰는 방법이며, 증분해석을 통해서 비선형 평형경로와 분기경로를 탐색할 수 있다.

접선강성행렬을 구하기 위해서는 공간 트러스의 기하학적 비선형성을 고려하여 증분형 방정식을 유도해야 한다. 비선형 평형경로를 얻기 위한 방정식의 자유도는 그림 1에서 보는 바와 같은 좌표 시스템의 전형적인 변환변위(translational displacements) $d = \{u_i, v_i, w_i, u_j, v_j, w_j\}^T$ 와 이에 상응하는 벡터 f 가 이용되며, 형상함수 N_i, N_j 를 이용하여 변위함수를 가정하면 식(5)과 같이 표현할 수 있다. 여기서, 단위행렬 I 는 절점의 자유도차수와 같은 차수의 크기가 된다.

〈그림 1〉 3차원 트러스 요소의 좌표계

$$u(x) = [N_i I : N_j I] d \quad (5)$$

여기서,

$$N_i = \frac{x_j - x}{x_j - x_i}, N_j = \frac{x - x_i}{x_j - x_i}$$

기하학적 비선형성은 변형도-변위관계식에서 베르누이-오일러 가정에 근거하여 2차 항을 포함함으로써 기하학적 비선형성을 고려한 해석이 가능하게 되며, 식(6)과 같다. 여기서 $(\cdot, x)$ 는 x 에 관한 편미분이다.

$$\epsilon_x = A_1 d + \frac{1}{2} d^T B^T B d \quad (6)$$

여기서,

$$A_1 = [N_{i,x} \ 0 \ 0 : N_{j,x} \ 0 \ 0]$$

$$B = [N_{i,x} I : N_{j,x} I]$$

변형율이 비교적 작을 때는 고려하지 않았던 2차 항을 고려와 가상일의 원리를 적용하여 증분형 방정식을 유도하면 다음과 같다. 여기서, A 와 L 은 부재의 단면적 및 부재 길이이며, $\sigma_x^{(0)}$ 및 $f^{(0)}$ 는 이전 단계의 응력 및 절점의 외력벡터이다.

$$AL[(\sigma_x^{(0)} + \sigma_x)(A_1 + d^T B^T B)] = (f^{(0)} + f)^T \quad (7)$$

위의 식에서 $\sigma_x = E\epsilon_x$ 을 대입하여 고차 항을 소거하면 접선강성방정식을 유도할 수 있으며, 접선강성행렬은 식(8)과 같이 나타난다. 따라서 좌표변환행렬을 이용해서 구조물의 전체좌표계에 대한 접선강성행렬을 구할 수 있다. 여기서 A, L 및 E 는 부재의 단면적, 부재 길이 및 탄성계수이며, 첫 번째 항은 탄성강성행렬이고, 두 번째는 기하학적 강성행렬에 해당된다.

$$k = k_e + k_g = ALE(A_1^T A_1) + AL\sigma_x^{(0)}(B^T B) \quad (8)$$

전체좌표계에서의 접선강성행렬을 이용하여 증분해석을 수행하고, 매 단계마다 행렬식의 변화를 관찰함으로써 임계점을 정의할 수 있고, 최소의 임계점이 발생한 때의 하중레벨을 기준으로 좌굴에 대한 하중레벨로 결정하고 최적설계에 고려한다. 본 연구에서는 하중레벨의 영역에서 고려되어지는 영역에 대한 허용치는 고려하지 않도록 하였다.

식(8)에서 살펴볼 때 강성행렬에 대해서 탄성행렬의 항을 보면 단면적과 길이 및 탄성계수의 상수항에 의해 일률적인 강성을 확보할 수 있으며, 이것은 트러스 구조물에서 자명한 사실이다. 즉, 단면적의 증가는 구조물의 강성변화에서 일차적인 영향을 미치며, 여기서 길이의 차이는 모델의 형상과 위상의 차이를 의미한다. 따라서 구조물의 형상과 위상이 정의된 경우에서 구조물의 단면적의 일률적인 증가는 공간 트러스 구조물의 안정성에 대한 증가를 기대할 수 있다.

3. 뒀-좌굴을 고려한 최적구조설계

공간 트러스 구조물은 선형 부재로 형태를 구성하며, 주로 축력에 의해 힘이 전달되며, 비교적 가벼운 구조 시스템에 속한다. 기둥-보 시스템의 선재 구조의 경우와는 달리 곡률을 이용하여 힘의 저항을 선재로 구성할 경우 부재 응력에 대한 저항과 더불어 구조물의 불안정성도 고려되어야 한다. 부재의 응력에 대한 기하학적 비선형성으로 인한 내력의 변화와 부재의 좌굴에 대한 저항은 선형 부재의 세장함에 따라 결정되므로 각각의 경우를 따로 고려해서 전개되어야 하지만 전체 구조물의 불안정성은 개개의 수리모형에서 얻어지는 최적의 값으로는 이를 해결할 수 없다. 그러나 결정되어진 각각의 단면에 대한 동적 계획법과 같은 재해석과정을 통한 구조시스템의 최적 설계는 매우 유용하면서도 간단하게 모델링 할 수 있다.

〈그림 2〉 동적계획법을 이용한 최적구조설계

Richard Bellman과 Rand연구소에 의해서 처음 개발된 동적계획법에 의한 하위문제(subproblems) 형성을 통한 다단계 해석과 설계과정은 건축물과 기초구조물의 설계나 또는 현장에서 적용되는 기법으로, 먼저 전체시스템을 각각의 단계로 분할하여, 각 단계와 이런 분할된 구조의 방정식들의 해의 연

속성을 갖도록 반복 과정을 형성하여 해를 구하는 것이다. 그러므로 최적화 과정은 구조물의 부재별 최적화를 통하여 설계변수 값을 구하여 다시 해석함으로서 최종적으로 해로 수렴하며, 그림 2와 같이 각각의 부재에 대한 최적화 과정을 수리 계획법을 이용하여 최적화 문제를 형성할 수 있다.³²⁾

따라서 각 부재의 합으로 구성되는 목적함수에 대해서 개별 부재의 제약조건에 대응하는 최적값을 구할 수 있으며, 반복해석과정에서 구조물의 뒀-좌굴에 대한 평가를 적용하면 두 목적을 만족하는 해를 구할 수 있다.

3.1 목적함수식

구조설계를 위한 최적화 문제형성에서 구조물의 목적함수 $F(x)$ 로는 전체구조물이 최소중량이 되도록 하는 것이 가장 경제적이며, 구조설계의 실질적인 최적설계에서 반영되어야 하도록 하였으며, 식(9)와 같다. 여기서, x : 설계변수, n :부재 수, A_i : 부재 단면적, l_i : 부재 길이 및 ρ : 단위중량이다.

$$\text{Minimize } F(x) = \sum_{i=1}^n \rho A_i l_i \quad (9)$$

구조물을 형성하는 부재가 동일한 단위중량이라면 단순히 전체 구조물의 체적이 목적함수가 될 수 있으며, 각각의 부재에 대한 최적설계를 위한 목적함수를 원형강관으로 가정하였을 경우 함수 $F(x)$ 는 강관의 직경(D_i)과 두께(t_i)로 정의할 수 있다.¹⁾ 또한 각 부재에 대해서 제약조건식을 만족하는 최적 부재의 합으로 구성된다.

3.2 제약조건식

각 부재에 대해서 허용응력을 초과하지 않는 설계 제약조건식은 다음과 같이 정의될 수 있다. 여기서, 밑첨자 i 는 i 번째 부재를 의미한다.

$$f_t(\text{or } f_c) - \frac{N_i}{A_i} \geq 0 \quad (10)$$

$$a_i - \lambda_i \geq 0 \quad (11)$$

위 식에서 N_i 는 부재 축력이며, 부재의 세장비 λ_i 는 최대 세장비 λ_1 을 넘지 않도록 제한한다. 여기서 사용되는 값은 허용응력설계기준에 따라 250을 넘지 못하도록 정의하였고, f_t (or f_c)는 인장 (또는 압축)허용응력이므로 다음과 같다.^{1,31)}

$$f_t = \frac{F_y}{1.5} \quad (12)$$

$$f_c = \begin{cases} \frac{\left\{1 - 0.4\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_p}\right)^2\right\}F_y}{\frac{3}{2} + \frac{2}{3}\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_p}\right)^2} & (\lambda_i \leq \lambda_p) \\ \frac{0.277F_y}{\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_p}\right)^2} & (\lambda_i > \lambda_p) \end{cases} \quad (13)$$

여기서, $\lambda_p (= \pi \sqrt{E/0.6F_y})$ 는 한계세장비, F_y 는 각 부재의 항복강도, E 는 탄성계수이다.

3.3 뿔-좌굴을 고려한 최적설계 프로세스

각 부재에 대한 수리최적모형인 식(9)-(13)는 일반적인 부등제약조건의 최적해를 구할 수 있는 방법으로 모두 적용가능하다. 본 논문에서는 GINO 프로그램을 이용하여 해석을 수행하도록 하며, 각 과정에서 구하여진 최적해를 이용하여 목적함수의 최종적인 값을 구한다. 따라서 변화된 단면에 대한 해석을 재 수행하여 구조물에 대한 최적해를 재평가함으로써 전체 구조물의 최적설계를 수행할 수 있다. 이 과정에서 구조물의 정적 불안정 거동인 뿔-좌굴을 고려하기 위해 해석되어진 최적 구조물의 전체좌굴하중레벨을 구하여 위상과 형상이 이미 정의된 구조물에 대해서 강성을 증가 또는 감소시켜 해석에 반영한다. 비록 돔형 공간구조물의 비선형성에 대한 부재응력 값은 단면적의 증가에 대해서 선형적인 거동을 하지는 않지만 현재단계의 단면에 대한 적절한 선형보정은 좌굴하중에 대한 일차적으로 적절한 상태를 보장 받을 수 있다. 또한 동적 계획법에 따른 반복계산 과정에서 최적 중량의 변화와 더불어 좌굴하중레벨의 값도 수렴할 것이다. 이

상의 최적설계 프로세스를 설명하면 다음과 같다.

1. 초기단면(a_{ini})의 가정
2. 비선형해석을 통한 뿔-좌굴 하중레벨 계산
3. 설계하중에 대한 좌굴하중의 비율에 상응하는 부재단면적 결정 ($a = \alpha a_{ini}$)
4. 설계하중상태의 비선형해석 및 부재응력 계산
5. 각 부재의 수리모형에 따른 최적해 a_{opt} 계산
6. 전체 구조물의 최적중량 (V_{opt}) 산정
7. $a_{ini} = a_{opt}$ 로 치환 후 반복계산

위의 단계를 최적중량의 변화가 크지 않을 때 까지 반복 계산함으로써 구조물의 전체좌굴에 대한 좌굴하중레벨의 적절한 값을 유지할 수 있으며, 본 연구에서는 설계프로세스에 대한 연구이므로 좌굴하중레벨에 대한 안전치는 예제에서 고려하지 않도록 한다. 즉 설계하중이 전체좌굴하중과 일치하는 상태를 최적의 상태로 가정한다.

4. 스타 돔 예제

공간 트러스의 뿔-좌굴을 고려한 최적설계를 수행하기 위해서 본 논문에서는 스타 돔 모델을 이용하여 최적해석을 수행하고자 한다. 스타 돔 모델은 일반적으로 돔형 공간 구조물을 연구하는 연구자들이 많이 이용하는 모델로서 비교적 간단하고, 거동에 있어서 명확한 비선형성을 나타낸다. 선정된 구조물의 형상은 그림 3과 같고, 초기입력데이터는 표 1과 같다. 구조물의 경계조건은 외부 링(L)에 위치한 절점이 모두 고정되어 있으며, 하중은 가운데 절점인 1번 절점에서 집중하중 $P = 1000N$ 가 작용한다. 각 부재의 탄성계수는 $E = 2.034 \times 10^7 N/cm^2$, 항복강도는 $F_y = 23530.0N/cm^2$ 이다.

〈표 1〉 스타 돔 모델의 초기입력 데이터

모델	H/2L	L(cm)		H(cm)	
		L	L1	H	H1
스타 돔	0.102	25.0	50.0	10.216	2.0

〈그림 3〉 스타 돔 모델의 형상과 파라메타

〈그림 4〉 스타 돔 모델의 비선형 증분해석 결과

최적설계해석을 수행하기 이전에 먼저 구조물의 비선형 해석을 수행하여 구조물의 거동과 불안정에 관한 하중-변위 곡선의 변화를 살펴보도록 한다. 해석결과는 그림 4는 절점 1번과 2번의 수직변위에 대한 하중레벨의 변화를 그래프로 나타내었으며, 초기 임계점의 값은 극한점의 값과 일치하며, 본 논문에서는 좌굴하중레벨이 646.64N의 값으로 나타났으며, Hill과 Wang³³⁾의 문헌에 나타난 극한점의 레벨이 650N의 결과와 볼 때 매우 일치하는 결과를 얻었다. 최초의 임계점에 대한 값을 좌굴하중레벨로 정의하고 최적설계에 적용하도록 한다.

스타 돔 모델을 대상으로 좌굴하중을 고려한 최적설계는 그림 5에서 보는 바와 같은 결과를 얻었다. 그림 5(a)는 목적함수 즉, 구조물의 최소체적 그래프이며, 5(b)는 최적설계 프로세스에 따른 단면적의 변화를 나타내었으며, 각각의 값은 표 2에 나타내었다. 여기서, 표 2의 부재번호는 절점 1과 2로 연결된 부재는 1번, 안쪽 링 부재는 2번, 바깥쪽 링과 만나는 부재는 3번이다. 또한 반복해석은 모두 4번 수행하였으며, 해석결과 스텝 3에서부터의 값의 변화는 크게 없었다. 각 단계에서 하중레벨에 대한 부재 단면적 보정비율 α 의 변화도 첫 번째 스텝의 해석단계에서 보정되는 비율은 두 번째 스텝 이후의 값에서는 변화가 크지 않다. 구조물의 최적설계 값은 최종적으로 217.219cm^3 로 부재의 중량에 대한 고려는 하지 않았으며, α 값의 변화가 없는 스텝은 최적설계의 값도 변화가 적게 나타난다.

〈표 2〉 스타 돔 모델의 최적설계 단계별 결과

	Step 1			Step 2			Step 3			Step 4		
부재번호	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
$a_{ini} (\text{cm}^2)$	1.0	1.0	1.0	0.506	0.418	0.213	0.489	0.405	0.212	0.493	0.407	0.212
$a = \alpha a_{ini} (\text{cm}^2)$	0.464	0.464	0.464	0.509	0.421	0.214	0.509	0.422	0.222	0.510	0.421	0.220
$a_{opt} (\text{cm}^2)$	0.506	0.418	0.213	0.489	0.405	0.212	0.493	0.407	0.212	0.493	0.407	0.212
α	0.4639			1.0082			1.0412			1.0333		
전체중량 $V (\text{cm}^3)$	317.809			222.384			225.053			224.449		
최적중량 $V_{opt} (\text{cm}^3)$	220.575			216.158			217.221			217.219

〈그림 5〉스타 돔 모델의 최적구조설계 결과

구조물의 단면적에 대해서 동일한 초기단면의 설정은 최적화 과정에서 변화하였다. 그 결과 1번 부재의 단면적은 50.7%, 2번 부재는 59.3% 그리고 3번 부재는 78.8%의 감소를 하였으며, 3장에서 제시한 불안정 현상이 고려된 최적설계단계를 적용한 결과 부재응력과 뒹-좌굴을 모두 고려하여 적용할 수 있는 설계를 수행할 수 있었다.

5. 결론

공간 트러스 구조물의 뒹-좌굴을 고려한 최적설계기법에 대해서 본 연구에서는 접선강성행렬에 의한 임계점 판별방법을 적용하였다. 제안된 최적구조설계 방법은 각 부재의 수리모형을 통한 최적설계와 동적계획법을 이용한 반복해석으로 최적설계 해

를 구하였으며, 이 과정에서 각 단계에서 결정된 형상에서좌굴하중에 비례하게 부재 단면적을 수정하였으며, 불안정 거동에 대한 구조물 강성을 조절하였다. 스타 돔 예제의 결과에서 살펴보았듯이 최적설계의 값은 부재응력에 따라 최적값으로 수렴하였으며, 좌굴하중레벨에 근접한 값을 얻을 수 있었다. 본 연구에서 제안된 방법은 구조설계방법에 기초한 최적설계로서 전체좌굴을 고려할 수 있는 비교적 쉽고 적용하기 간단한 최적설계방법이다.

감사의 글

이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(2011-0016007)

참고문헌

1. 손수덕, 김명선, 김승덕, 강문명, "스페이스 트러스 구조에 관한 최적화 구조해석 프로그램의 개발," 한국강구조학회 논문집, 제10권 제3호, 1998, pp.487-495
2. 모재근, 손수덕, 김명선, 강문명, "단층 래티스 돔의 퍼지 최적설계에 관한 연구," 대한건축학회 논문집, 제14권 제6호, 1998, pp.21-30
3. Haug, E. J., and Arora, J. S., "Applied Optimal Design," John Wiley and Sons, Inc., New York, 1981
4. Saka, M. P., "Optimum Design of Rigidly Jointed Frames." Computers and Structures, Vol. 11, No. 5, 1980, pp.411-419
5. Mu, Z.G., Shon, S.D. and Kang, M.M., "Fuzzy Optimization Design of Reticular Space Structures," Proceeding of Fifth Pacific Structural Steel Conference, Seoul Korea, Oct. 13-16, 1998, pp.397-402
6. Ding, Y., "Shape Optimization of Structures: A Literature Survey," Computers and Structures, Vol. 24, No. 6, 1986, pp.985-1004
7. Lin, J. H., Che, Y. W., and Yu, Y. S.,

- "Structural Optimization on Geometrical Configuration and Element Sizing with Statical and Dynamical Constraints," Computers and Structures, Vol. 15, No. 5, 1982, pp.507-515
8. Topping, B. H. V., "Shape Optimization of Skeleted Structures: A review." J. Struct. Div., ASCE, Vol. 109, 1983, pp.1933-1952
9. Fleury, C., and Geradin, M., "Optimality Criteria and Mathematical Programming in Structural Weight Optimization," Computers and Structures, Vol. 19, No. 8, 1978, pp.7-17
10. Khot, N. S., Berke, L., and Venkayya, V. B., "Comparison of Optimality Criteria Algorithms for Minimum Weight Design of Structures," AIAA J., Vol. 19, No. 2, 1978, pp.182-190
11. Saka, M. P., "Optimum Design of Steel Grillage Systems." Proc. 3rd Int. Conf. Steel Structures, Singapore Steel Society, 1987, pp.273-290
12. Saka, M. P., "Optimum Design of Nonlinear Space Trusses." Computers and Structures, Vol. 30, No. 3, 1988, pp.545-551
13. Zacharopoulos, A., Willmert, K. D., and Khan, M. R., "An Optimality Criterion Method for Structures with Stress, Displacement and Frequency Constraints," Computers and Structures, Vol. 19, No. 4, 1984, pp.621-629
14. Saka, M. P., "Optimum Design of Pin-Jointed Steel Structures with Practical Applications." J. Struct. Div., ASCE, Vol. 116, No. 10, 1990, pp.2599-2620
15. Kim, S.D., Kang, M.M., Kwun, T.J. and Hangai Y. "Dynamic instability of shell-like shallow trusses considering damping," Computers and Structures, vol.64 no.1-4, 1997, pp.481-489
16. Huseyin K. "The multi-parameter perturbation technique for the analysis of nonlinear system," International Journal of Nonlinear Mechanics, vol.8 no.5, 1973, pp.431-443
17. Choong, K.K. and Hangai, Y. "Review on methods of bifurcation analysis for geometrically nonlinear structures," Bulletin of the International Association for Shell and Spatial structures, vol.34 no.112, 1993, pp.133-149
18. Coan, C.H. and Plaut, R.H. "Dynamic stability of a lattice dome," Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol.11, 1983, pp.269-274
19. Abedi, K. and Parke, G.A.R. "Progressive collapse of single-layer braced domes," International Journal of Space Structures, vol.11 no.3, 1991, pp.291-306
20. Choong, K.K. and Kim, J.Y. "A numerical strategy for computing the stability boundaries for multi-loading systems by using generalized inverse and continuation method," Engineering structures, vol.23, 2001, pp.715-724
21. Bergan, P. G. "Solution algorithms for nonlinear structural problems," Computers and Structures, vol.12, 1980, pp.497-509
22. Kato, S., Mutoh, I. and Shomura, M. "Effect on joint rigidity on buckling strength of single layer lattice dome," Bulletin of the International Association for Shell and Spatial structures, vol.35, 1994, pp.101-109
23. Chan, S.L. and Zhou, Z.H. "Second-order elastic analysis of frames using single imperfect element per member, Journal of Structural Engineering, vol.121, no.6, 1995, pp.939-945
24. Bulenda, Th. and Knippers, J. "Stability of grid shells," Computers and Structures, vol.79, 2001, pp.1161-1174
25. 윤한흙, 한상을 "래티스돔의 다분기 해석을 위한

- 알고리즘에 관한연구," 대한건축학회논문집 구조계, 제16권 9호, 2000, pp.3-9
26. 손수덕, 김승덕, 황경주, 강문명, "절점 강성을 고려한 공간 구조물의 비선형 불안정 거동에 관한 연구," 한국공간구조학회논문집, 제3권 제1호, 2003.3, pp.87-97.
 27. 손수덕, 김승덕, 이승재, 김종식 "돔형 스페이스 프레임 구조물의 하중모드에 따른 분기점 특성에 관한 연구," 한국공간구조학회 논문집, 제11권 1호, 2011, pp.121-130
 28. 이진혁, 백태순, 손수덕, 김승덕, 강문명, "트러스형 공간구조물의 초기 불완전을 고려한 불안정 현상에 관한 연구," 한국공간구조학회논문집, 제4권 제2호, 2004.6, pp.63-71.
 29. 손수덕, 김승덕, 강문명 "Flow Truss Dome 구조물의 비대칭 하중모드에 따른 불안정 현상에 관한 연구," 한국공간구조학회 논문집, 제2권 4호, 2002, pp.61-76
 30. Liebman, J., Lasdon, Schrage, L. and Waren, A.D., Modeling and Optimization with GINO, The Scientific Press, 1986
 31. Shon, S.D., Mu, Z.G., Kang, M.M., Kim, S.D. and Kwun, T.J., "Optimization of space truss using fuzzy GINO programming," proceedings of ICCSS'97, Nov.5-7, Taipei, 1997, pp.361-366
 32. 김종성, 손수덕, "박공형 철골건물의 GA와 동적 계획법을 이용한 최적설계에 관한 연구," 대한건축학회논문집구조계, 제17권, 11호, 2001, pp.51-58
 33. Hill, C.D. and Wang, S.T., "Post-buckling analysis of steel space trusses," Journal of Structural Engineering. ASCE, Vol. 115, No. 4, 1989, pp.900-919

(접 수 일 자 : 2012년 03월 02일)

(심사완료일자 : 2012년 05월 29일)

(게재확정일자 : 2012년 06월 04일)