다중산란 환경에서의 두개의 산란 위상함수 비교 COMPARISON OF TWO SCATTERING PHASE FUNCTIONS IN MULTIPLE SCATTERING ENVIRONMENT

선광일

한국천문연구원

KWANG-IL SEON

Korea Astronomy and Space Science Institute

E-mail: kiseon@kasi.re.kr

(Received October 26, 2010; Accepted November 23, 2010)

ABSTRACT

The Henyey-Greenstein (H-G) phase function, which is characterized by a single parameter, has been generally used to approximate the realistic dust-scattering phase function in investigating scattering properties of the interstellar dust. Draine (2003) proposed a new analytic phase function with two parameters and showed that the realistic phase function is better represented by his phase function. If the H-G and Draine's phase functions are significantly different, using the H-G phase function in radiative transfer models may lead to wrong conclusions about the dust-scattering properties. Here, we investigate whether the H-G and Draine's phase functions would indeed produce significant differences in radiative transfer calculations for two simple configurations. For the uniformly distributed dust with an illuminating star at the center, no significant difference is found. However, up to $\sim 20\%$ of difference is found when the central star is surrounded by a spherical-shell dust medium and the radiation of $\lambda < 2000 \text{ \AA}$ is considered. It would mean that the investigation of dust-scattering properties using the H-G phase function may produce errors of up to $\sim 20\%$ depending on the geometry of dust medium and the radiation wavelength. This amount of uncertainty would be, however, unavoidable since the configurations of dust density and radiation sources are only approximately available.

key words: dust, extinction; methods: numerical; radiative transfer

1. 서론

성간물질 중 성간먼지가 차지하는 양은 비록 적지만 광원에서 방출된 빛을 흡수할 뿐만 아니라 반사성운에서와 같이 빛을 산란시킴으로써 광원의 공간적 분포를 왜곡시켜 보여주기도 한다(Witt et al., 1984). 또한 파장에 따라 흡수 및 산란하는 정도가 다르기 때문에 색 분포를 연구함에 있어서 심각한 영향을 미치기도 한다.

성간먼지에 의한 산란광을 연구하기 위해서는 성간먼지의 반사율(albedo)과 산란광의 공간적인 분포를 결정짓는 산란 위상함수(scattering phase function)을 파장의 함수로 알고 있어야 한다. 반대로, 관측된 산란광과 성간먼지, 광원의 공간적인 분포를 알고 있다면 복사전달 계산을 통하여 성간먼지의 반사율과 산란 위상

함수를 결정할 수 있다(Gordon, 2004). 또한, 이로부터 성간먼지의 화학적 구성과 먼지 알갱이(dust grains)의 크기 분포 등을 연구할 수 있다. 산란 위상함수의 모양은 매우 복잡하지만 일반적으로 Henyey-Greenstein(H-G) 함수를 이용하여 근사적으로 나타낼 수 있는 것으로 알려져 있다(Henyey & Greenstein, 1941). H-G 함수의 모양은 위상인자(phase factor) g 라고 불리는 한개의 변수에 의해 결정된다. 성간먼지의 화학적 구성과 알갱이의 크기 분포를 가정하면 Mie 이론 등에 의해 파장에 따른 산란 위상함수를 계산할 수 있다. 이렇게 파장에 따라 계산된 산란 위상함수를 H-G 함수로 근사시키면 산란 위상함수를 가장 잘 나타내는 위상인자($g = \langle \cos \theta \rangle$)를 파장에 따라 결정할 수 있게 된

다. 즉, 파장에 따른 산란 위상함수의 변화를 연구하는 것은 어렵지만 위상인자 g 가 파장에 따라 어떻게 변하는 가를 보는 것은 상대적으로 쉽다. 따라서, H-G 함수를 이용하면 성간먼지의 산란특성을 가장 손쉽게 기술할 수 있기 때문에 반사성운 등의 연구에 있어서 H-G 함수를 많이 이용해왔다.

최근 Draine(2003)은 H-G 함수가 실제의 먼지산란 위상함수를 제대로 기술하지 못한다고 주장하였으며 대신 α 라고 불리는 추가적인 변수를 도입하여 두개의 변수를 갖는 위상함수를 제안하였다. 만약에 그렇다면, 지금까지 일반적으로 사용되어왔던 H-G 함수를 이용하여 복사전달 모델을 계산하였을 때, 실제의 성간먼지의 특성을 분석하고 이해하는 데, 오류가 있을 수 있다. 이를 확인하기 위해 선평일(2008)은 두 개의 산란 위상함수를 비교하였으며, Draine의 산란 위상함수가 파장이 2000 Å 미만일 때만 H-G 함수와 큰 차이가 있음을 보였다. 선평일(2008)은 두개의 산란 위상함수의 모양을 직접 비교하였지만 실제 반사성운 등과 같이 다중산란 환경을 연구함에 있어서 어떤 차이를 주는지는 알 수 없었다.

한편, 선평일(2009)은 먼지산란에 관한 복사전달 문제를 풀기위한 Witt(1977a) 및 Gordon et al.(2001)과 유사한 방법을 이용하여 몬테카를로 시뮬레이션 코드를 개발하였다. 이를 통해 임의의 불규칙한 밀도 분포를 갖는 성간먼지 구름에 의한 빛의 산란을 연구할 수 있게 되었다. 이 논문에서는 선평일(2009)이 개발한 몬테카를로 시뮬레이션 코드를 이용하여 반사성운 등과 같은 환경을 연구함에 있어서 Draine이 제안한 위상함수와 H-G 함수가 얼마나 큰 차이를 보이는지 비교하고 Draine이 제안한 위상함수가 필수적으로 필요한지 연구하였다.

2. 먼지산란 위상함수

입사광의 초기 진행방향과 성간먼지에 의해 산란된 산란광의 진행방향 사이의 산란각 θ 에 대해 $\mu = \cos \theta$ 를 정의하면 H-G 함수는 다음과 같이 표현된다.

$$\Phi_{HG}(\mu) = \frac{1 - g^2}{4\pi(1 + g^2 - 2g\mu)^{3/2}} \quad (1)$$

한편, Draine(2003)은 H-G 함수보다 좀 더 복잡한 아래의 함수를 제안하였다.

$$\Phi_D(\mu) = \frac{1 + \alpha \cos^2 \theta}{1 + \alpha(1 + 2g^2)/3} \frac{1 - g^2}{4\pi(1 + g^2 - 2g\mu)^{3/2}} \quad (2)$$

Draine(2003)의 함수는 H-G 함수와 공명산란 함수를 곱한 형태이다. 공명산란 함수는 보통 Rayleigh 함수로 표현되지만 좀 더 일반적인 모양은 Laursen et al. (2009)의 식(18)과 같이 $1 + \alpha \cos^2 \theta$ 로 표현할 수 있다.

Draine의 함수는 $\alpha = 0$ 이면 H-G 함수와 동일하게 되고, $g = 0$, $\alpha = 1$ 인 경우는 Rayleigh 함수가 된다. 또한, $\alpha = 1$ 인 경우는 H-G 함수와 Rayleigh 함수를 곱한 꼴로써 Cornette & Shanks(1992)가 제안한 위상함수와 동일하게 된다.

H-G 함수를 따르는 무작위 수(random number) μ 는 Witt(1977a)와 같이 역변환(inversion) 방법을 통해 얻을 수 있으며, Draine 함수를 따르는 무작위 수는 선평일(2008)의 방법과 같이 수락-거부(acceptance-rejection) 방법을 이용하면 쉽게 만들어 낼 수 있다(Press, 1992). 그러나, 선평일(2008)이 기술한 방법에 오류가 있어서 효율성이 떨어지므로 수정된 방법을 아래와 같이 제시한다.

1. $0 \leq \xi \leq 1$ 범위의 균일한 분포를 갖는 임의의 무작위 수 ξ 를 생성하고 이로부터 $\mu = 1/(2g) \left\{ (1 + g^2) - [(1 - g^2)/(1 - g + 2g\xi)]^2 \right\}$ 을 계산하여 H-G 함수를 따르는 μ 를 계산한다.
2. $f = (1 + \alpha\mu^2)/(1 + \alpha)$ 를 계산하고, 또 다른 균일한 분포를 갖는 무작위 수 $0 \leq \eta \leq 1$ 을 생성한다. 이때, $\eta \leq f$ 이면 μ 를 받아 들이고 그렇지 않으면 1번으로 돌아가 μ 를 다시 구한다.

Draine(2003)은 우리은하에 적합한 성간먼지 모델을 이용하여 $\langle \cos \theta \rangle$ 및 $\langle \cos^2 \theta \rangle$ 값을 파장에 따라 구하였다. 이 결과로부터 H-G 함수의 위상인자는 $g_{HG} = \langle \cos \theta \rangle$ 가 되며 Draine 함수의 위상인자 g_D 와 α_D 는 선평일(2008)에서 설명한 방식대로 $\langle \cos \theta \rangle$ 및 $\langle \cos^2 \theta \rangle$ 의 함수로 계산할 수 있다.

3. 결과

3.1. 균일한 성간먼지에 의한 산란

두 개의 산란 위상함수의 차이를 연구하기 위해 우선 가장 간단한 공간적으로 균일한 성간먼지 구름을 가정하였다. 광원을 둘러싸고 있는 성간먼지 구름에 의해 산란된 산란광이 관측자에게 관측되는 이미지를 선평일(2009)에 의해 개발된 복사전달 코드를 통해 계산하고 두 개의 산란 위상함수로부터 얻어지는 결과가 어떠한 차이를 보이는지 알아보도록 하였다.

성간먼지 구름의 밀도는 $\rho_1 = 2 \times 10^{-25} \text{ g cm}^{-3}$ 을 가정하였으며 전체에 걸쳐 균일한 밀도 분포를 갖는다고 가정하였다. 성간먼지 구름의 크기는 $32 \times 32 \times 32 \text{ pc}^3$ 으로 가정하였고, 관측자로부터 중심의 광원까지 거리는 80 pc로 임의로 정하였다. 격자의 갯수는 100^3 인 경우에 대해 계산을 수행하였다. 즉, 단위 격자의 크기는 0.32 pc 이었다.

선평일(2008)의 결과로부터 파장이 2000 Å 보다 짧은 경우에 α_D 값이 1 보다 큰 값을 갖게 되므로 Draine

표 1. 모델 파라미터

Wavelength	1000 Å	1560 Å	2000 Å	3000 Å
κ (cm ² /g)	1.131×10^5	6.664×10^4	7.435×10^4	5.025×10^4
a	0.273	0.392	0.452	0.582
g_D	0.460	0.550	0.476	0.472
α_D	26.464	2.469	2.003	1.476
g_{HG}	0.649	0.658	0.576	0.556
ρ_1	2×10^{-25} g cm ⁻³ ($-16 \text{ pc} \leq x, y, z \leq 16 \text{ pc}$)			
τ_1	2.234	1.316	1.468	0.992
ρ_2	4.5×10^{-25} g cm ⁻³ ($7 \text{ pc} \leq r \leq 14 \text{ pc}$)			
τ_2	2.161	1.273	1.421	0.962

의 위상함수가 H-G 위상함수와 차이를 보이게 된다. 따라서 이 연구에서는 2000 Å 전후의 파장에 대한 변화를 보기 위해 1000 Å, 2000 Å, 3000 Å의 파장에 대한 계산을 수행하였다. 또한, 추가적으로 과학기술위성 1호의 주탑재체인 SPEAR/FIMS의 파장에 해당하는 1560 Å에 대해서도 비교하였다. 우리 은하의 성간 먼지의 특성(Draine, 2003)을 사용하여 4개의 파장에 대해 소광계수(extinction coefficient; cm² g⁻¹), 반사율, Draine 함수의 위상인자 g_D 와 α_D , H-G 함수의 위상인자 g_{HG} 를 표 1에 나타내었다. 또한 관측자의 위치에서 광원 방향으로 적분한 광학적 두께 τ_1 도 함께 나타내었다. 파장이 1000 Å에서 증가하면 α_D 값이 감소하다가 약 1560 Å 근방에서 다시 증가하여 2000 Å 근방부터 다시 감소하기 시작한다. 소광 단면적 또한 동일한 경향을 보인다.

계산 결과는 그림 1에 나타내었다. 그림 1에서 왼쪽 패널은 Draine 산란 위상함수를 이용했을 때의 영상이며 중앙의 패널은 H-G 산란 위상함수를 이용했을 때 얻어지는 관측 영상이다. 오른쪽 패널은 중심의 광원으로부터의 각 거리에 따른 산란광의 세기의 변화를 나타내었다. 오른쪽 패널에서 실선은 Draine 함수를 이용하여 얻어진 결과이며 점선은 H-G 함수를 이용하여 계산한 결과이다.

이 결과로부터 주목할 점은 다음과 같다. 파장이 길어지면서 산란광이 좀 더 먼곳까지 관측이 된다. 광원에서 충분히 떨어진 먼곳에서는 산란광의 세기가 각 거리의 power-law 모양을 갖는다. 이 결과는 Witt(1977b)의 결과와 잘 일치하는 결과이다. Draine 함수와 H-G 함수로부터 얻어지는 세기 분포를 비교하면 파장이 짧을 수록 차이가 커진다. 하지만, 차이가 가장 큰 1000 Å에 대해서도 광원에서 멀리 떨어진 곳에서 약간의 차이를 보일뿐 큰 차이는 없음을 알 수 있다.

3.2. 구각(spherical shell) 모양의 성간먼지 구름에 의한 산란

일반적으로 OB-형 별 주변의 이온화된 H II 영역을 관측하면 이온화된 영역 주변으로 성간먼지가 둘러 싸고 있음을 볼 수 있다. 이론적으로도 OB-형 별의 복사압 등에 의해서 성간먼지가 H II 영역 주변에 쌓이게 된다는 것이 잘 알려져 있다(Draine, 2010). 따라서 두번째 예로써 구각 모양의 성간먼지 구름으로 둘러싸인 광원에 의한 산란광의 분포를 계산하여 두 개의 산란 위상함수에 의한 차이가 있는 지 연구하였다. 이 연구에서는 H II 영역 주변의 성간먼지에 의한 산란광의 분포를 자세하게 연구하는 것이 목적이 아니므로 수학적으로 정밀한 성간먼지의 분포를 가정하기 보다는 H II 영역 주변에 분포하는 성간먼지 분포를 구각으로 단순화 하였다.

이를 위해 광원에서 반경 $7 \text{ pc} \leq r \leq 14 \text{ pc}$ 인 영역에만 균일한 밀도를 갖는 성간먼지가 존재하고 그 외의 영역에는 성간먼지가 존재하지 않는다고 가정하였다. 이때, 성간먼지의 밀도는 첫번째 성간먼지 분포와 비슷한 광학적 두께를 맞추기 위해 $\rho_2 = 4.5 \times 10^{-25} \text{ g cm}^{-3}$ 을 가정하였다. 이 경우에도 중심의 광원 방향으로의 광학적 두께 τ_2 를 표 2에 나타내었다. 성간먼지의 공간적 분포가 구대칭성을 갖기 때문에 구대칭성을 고려한 코드를 사용하는 것이 가장 정확하다. 그런데, 이 연구를 위해 사용한 코드는 직각좌표계를 중심으로 개발되었기 때문에 반경에 따른 성간먼지의 밀도를 잘 나타내기 위해 앞 절에서 계산한 경우보다는 격자의 수를 늘려서 200³ 개의 격자를 사용하였다. 전체 격자 시스템의 크기는 앞의 경우와 동일하게 가정하였으므로 단위 격자의 크기는 0.16 pc 이다.

그림 2는 구각 성간먼지 구름에 대한 복사전달 계산 결과이며, 그림 1과 같이 Draine 위상함수와 H-G 위상함수를 이용한 결과를 각각 실선과 점선으로 나타내었다. 성간먼지가 전체 공간에 걸쳐 균질하게 분포하고

그림 1. 점광원을 둘러싸고 있는 균일한 성간먼지 매질에 의한 산란. 왼쪽과 중앙의 영상은 각각 Draine 산란 위상함수와 Henyey-Greenstein 산란 위상함수를 가정하였을 때 얻어지는 영상. 오른쪽은 점광원으로부터의 각 거리에 따른 산란광의 세기 분포.

그림 2. 점광원을 둘러싸고 있는 성간먼지 구각(spherical shell)에 의한 산란. 왼쪽과 중앙의 영상은 각각 Draine 산란 위상함수와 Henyey-Greenstein 산란 위상함수를 가정하였을 때 얻어지는 영상. 오른쪽은 점광원으로부터의 각 거리에 따른 산란광의 세기 분포.

있을 때는 산란광의 세기가 별 주변에서 멀어짐에 따라 급격하게 떨어지지만 구각 모양의 성간먼지 구름을 가정한 경우는 별로부터의 거리에 따라 비교적 서서히 떨어짐을 볼 수 있다. 또한, Draine의 위상함수를 이용했을 때 광원으로부터 약 1° 범위에서는 산란광 세기 분포가 상대적으로 평편함을 볼 수 있다. 한 가지 주목할 만한 점은 광원으로부터 약 5° 까지는 Draine의 위상함수를 이용하여 계산한 산란광의 세기가 H-G 함수를 이용했을 때보다 완만하게 감소하지만 그 보다 멀어지면 Draine 위상함수를 이용한 경우가 더 빠르게 감소를 볼 수 있다. 전체 공간에 걸쳐 균일한 밀도를 갖는 성간먼지 분포의 경우와는 달리 구각 모양의 성간먼지 구름의 경우에는 $1560 \text{ \AA}$ 과 $1000 \text{ \AA}$ 의 파장에서 Draine 함수를 이용한 결과와 H-G 함수를 이용한 결과가 분명한 차이를 보여준다. 특히 광원 근방에서 Draine 함수를 이용한 경우에는 H-G 함수를 이용한 경우보다 산란광의 세기가 약 20%까지 낮게 나옴을 볼 수 있다.

4. 결론 및 요약

이 연구에서는 균일한 밀도를 갖는 성간먼지 구름과 구각 모양의 성간먼지 구름을 가정하고 중앙의 광원에서 방출된 빛이 성간먼지 구름에 의해 산란되어 보이는 산란광의 분포를 Draine 함수를 이용한 경우와 H-G 함수를 이용한 경우에 대해 비교하였다. 전체적으로 균일한 밀도를 갖는 성간먼지 분포를 가정한 경우는 어떤 산란 위상함수를 이용하든 거의 차이가 없었다. 그러나 광원 주위를 구각 모양으로 둘러싸고 있는 성간먼지 분포를 가정했을 때는 $2000 \text{ \AA}$ 미만의 짧은 파장에서 분명한 차이를 볼 수 있었다. 특히 광원 근방에서 산란광의 세기가 20%까지도 차이가 남을 알 수 있었다. 이러한 경향은 산란 위상함수의 모양만을 비교했을 때 $2000 \text{ \AA}$ 미만의 파장에서 보이는 경향성과 매우 유사하다. 이 연구로부터 우리는 성간먼지의 분포 및 광원의 분포에 따라 어떤 위상함수를 사용하느냐에 의한 차이점이 드러날 수도 있고 없을 수도 있음을 알게 되었다.

실제 천문학적 환경에서는 성간먼지의 밀도 분포를 정확히 알 수 없으며 광원의 위치등을 정확히 알지 못하므로 이러한 불확실성까지 고려한다면 상황은 좀 더 복잡해질 것이다. 또한 성간먼지의 화학적 조성 등이 천체에 따라 변할 수 있다는 점까지 고려한다면 광원 근방에서 20%의 변화는 성간먼지의 특성을 관측적으로 연구할 수 있는 한계범위에 들어간다고 볼 수 있을 것이다. 실제로 Gordon(2004)이 파장에 따른 성간먼지의 반사율을 조사한 결과를 보면 오차범위가 매우 큼을 알 수 있다. 또한 Draine 함수도 사실은 Mie 이론으로부터 얻어진 산란 위상함수를 근사하기 위한 한

방법임을 고려한다면 구각 모양의 성간먼지 구름에 대해 위상함수에 의한 차이가 나타날 수 있지만, 일반적인 모든 경우에 Draine 함수를 사용해야 한다고 결론 내리기는 어려워 보인다.

참고 문헌

- 선광일, 2008, Draine 과 Henyey-Greenstein 산란 위상함수 비교, 천문학회지, 23, 25
- 선광일, 2009, 복사전달 문제의 몬테카를로 해법, 천문학회지, 14, 23
- Cornette, W. M. & Shanks, J. G., 1992, Physically Reasonable Analytic Expression for the Single-Scattering Phase Function, *Appl. Opt.*, 31, 3152
- Draine, B. T., 2003, Scattering by Interstellar Dust Grains. I. Optical and Ultraviolet, *ApJ*, 598, 1017
- Draine, B. T., 2010, On Radiation Pressure in Static, Dusty H II Regions, *ApJ*, submitted, arXiv:1003.0474
- Gordon, K., Missel, K. A., Witt, A. N., & Clayton, G. C., 2001, The DIRTY Model. I. Monte Carlo Radiative Transfer through Dust, *ApJ*, 551, 269
- Gordon, K., 2004, Interstellar Dust Scattering Properties, in *Astrophysics of Dust* (Eds. A. N. Witt, G. C. Clayton & B. T. Draine), ASP Conference Series, 309, 77
- Henyey, L. G. & Greenstein, J. L., 1941, Diffuse Radiation in the Galaxy, *ApJ*, 93, 70
- Laursen, P., Razoumov, A. O., & Sommer-Larsen, J., 2009, $\text{Ly}\alpha$ Radiative Transfer in Cosmological Simulations using Adaptive Mesh Refinement, *ApJ*, 696, 853
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P., 1992, *Numerical Recipes in Fortran: The Art of Scientific Computing*, 2nd ed. (Cambridge: Cambridge University Press)
- Witt, A. N., 1977a, Multiple Scattering in Reflection Nebulae. I. A Monte Carlo Approach, *ApJS*, 35, 1
- Witt, A. N., 1977b, Multiple Scattering in Reflection Nebulae. III. Nebulae with Embedded Illuminating Stars, *ApJS*, 35, 21
- Witt, A. N., Schild, R. E., & Kraiman, J. B., 1984, Photometric Study of NGC 2023 in the $3500 \text{ \AA}$ to $10000 \text{ \AA}$ Region-Confirmation of a Near-IR Emission Process in Reflection Nebulae, *ApJ*, 281, 708