횡하중에 대한 휨재의 부모멘트 재분배

엄태성^{1)*}

¹⁾대구가톨릭대학교 건축학과

Redistribution of Negative Moments in Beams Subjected to Lateral Load

Tae-Sung Eom^{1)*}

¹⁾Dept. of Architecture, Catholic University of Daegu, Kyeongsan 712-702, Korea

ABSTRACT Provisions for the redistribution of negative moments in KCI 2007 and ACI 318-08 use a method for continuous flexural members subjected to uniformly-distributed gravity load. Moment redistributions and plastic rotations in beams of reinforced concrete moment frames subjected to lateral load differ from those in continuous flexural members due to gravity load. In the present study, a quantitative relationship between the moment redistribution and plastic rotation is established for beams subjected to both lateral and gravity loads. Based on the relationship, a design method for the redistribution of negative moments is proposed based on a plastic rotation capacity. The percentage change in negative moments in the beam was defined as a function of the tensile strain of re-bars at the section of maximum negative moment, which is determined by a section analysis at an ultimate state using KCI 2007 and ACI 318-08. Span, reinforcement ratio, cracked section stiffness, and strain-hardening behavior substantially affected the moment redistribution. Design guidelines and examples for the redistribution of the factored negative moments determined by elastic theory for beams under lateral load are presented.

Keywords : moment redistribution, plastic rotation, lateral load, limit state design, reinforced concrete

1. 서 론

극한하중을 받는 부재 및 구조물에서는 비탄성 거동에 의하여 부재 내 또는 부재 간에 모멘트 재분배가 발생될 수 있다.¹⁻⁸⁾ 따라서 국내외의 구조설계기준⁹⁻¹³⁾에서는 극한강도설계 시 탄성해석으로부터 구한 부재의 휨모멘트를 일정한 비율 β (허용 모멘트재분배비)만큼 재분배시켜 설계할 수 있도록 허용한다(Fig. 1(a)). 이러한 모멘트 재분배 설계는 부재의 한 부분에 과도하게 철근이 집중적으로 사용되는 것을 방지하므로 복잡한 배근상세를 피하고 경제적인 단면설계가 가능한 장점이 있다. 중력하중을 받는 연속 휨재에 대하여 각 설계기준에서 허용하는 최대 모멘트재분배비 β 는 다음과 같다.

$$\beta = 10 \varepsilon_i \leq 0.2 \text{ for ACI 318-08 and KCI 2007} \quad (1)$$

$$\beta = 0.3 - 0.5 \left(\frac{c}{d} \right) \leq 0.2 \text{ for CSA A23.3-94} \quad (2)$$

$$\beta = k_1 - k_2 \left(\frac{c}{d} \right) \leq k_3 \text{ for EC2} \quad (3)$$

여기서, ε_i = 단면의 최외단 인장철근의 순인장변형률 (≥ 0.0075), c = 극한상태 단면해석으로 구한 압축측 단부로부터의 중립축거리, d = 단면의 유효깊이, k_1, k_2, k_3 (≤ 0.3) = 콘크리트 및 철근의 재료특성에 따라 결정되는 상수값이다.¹¹⁾ 식 (1)~(3)에서 철근의 인장변형률 ε_i 와 중립축거리비 c/d 는 모멘트재분배가 발생하는 위치에서의 부재 소성변형능력을 간접적으로 나타내는 변수이다. ε_i 가 크거나 또는 c/d 가 작을수록 단면의 곡률 연성도가 증가하므로, 부재에 허용되는 모멘트 재분배비 또한 증가할 수 있다. 식 (1)~(3)의 장점은 각 부재 소성변형을 직접 계산하지 않고 위험단면에서의 단면해석 결과를 사용하여 편리하게 모멘트 재분배비를 결정할 수 있다는 점이다.

그러나 현행 설계기준의 모멘트 재분배 규정들은 모두 중력하중을 받는 연속된 보 또는 슬래브에 대한 기존의 실험 및 해석 연구를 바탕으로 제시된 것이다. 따라서 풍하중, 지진하중 등 횡하중에 의한 모멘트 재분배에 대해서는 이 설계법의 적용성을 충분히 검증할 필요가 있다. 횡하중에 의한 모멘트 재분배 및 소성변형은 중력하중과 다른 메커니즘으로 발생되므로(Fig. 1(b)),¹⁴⁻¹⁷⁾ 각 부재에 허용되는 모멘트 재분배비는 소성변형능력에 대한 명확한 검토를 바탕으로 정의되어야 한다.

이 연구에서는 횡하중에 의한 연속 휨재의 모멘트 재분배 방법을 제시하고자 한다. 비탄성 거동으로 인한 각 부재의 모멘트 재분배비와 요구되는 소성변형의 관계를

*Corresponding author E-mail: tseom@cu.ac.k

Received June 20, 2011, Revised August 1, 2011,

Accepted August 26, 2011

©2011 by Korea Concrete Institute

Fig. 1 Moment redistributions in continuous flexural members

정량적으로 평가하고, 이를 바탕으로 부재의 소성변형에 따른 허용 모멘트 재분배비를 제안한다. 실무에 편리하게 사용할 수 있도록, 제안되는 횡하중에 의한 모멘트 재분배비는 부재 강성 및 철근의 순인장변형률을 사용하여 정의된다.

2. 모멘트 재분배와 소성변형 요구량

Fig. 2(a)는 선형탄성해석으로 구한 중력하중(w_u) 및 횡하중(H_u , 우측방향으로 작용)의 극한하중조합에 의한 보의 휨모멘트 분포(M_{eu} , 가는 점선)를 보여준다. 중력하중 및 횡하중의 중첩으로 보 우측 단부의 부모멘트가 좌측 단부의 정모멘트보다 크다. 반면 Fig. 2(a)의 굵은 실선은 재분배가 완료된 모멘트 분포(M_u)를 나타낸다. 간편한 수식 유도를 위하여, 이 연구에서는 Fig. 2(a)와 같은 횡하중 및 중력하중에 의한 모멘트 재분배 거동을 다음과 같이 단순화하였다.

- 1) 중력하중(w_u)이 작용하는 동안에는 모멘트 재분배 없이 선형탄성 거동을 보인다. 휨균열에 의하여 사용하중 상태에서도 모멘트 재분배가 발생하지만, 극한한계상태에 미치는 영향은 크지 않으므로 고려하지 않는다.¹⁾ 이후 횡하중(H_u)이 작용하면서 모멘트 재분배 및 소성변형의 비탄성 거동이 발생된다.
- 2) 횡하중에 의하여 보에는 모멘트 재분배 및 소성변형이 발생되는 비탄성 거동 시(Fig. 2(c)의 AB 구간), 기둥 및 보-기둥 조인트(beam-column joint)는 소성변형 없이 강체거동을 보인다.
- 3) 모멘트골조의 경간마다 독립적으로 모멘트 재분배를 수행한다. 따라서 Fig. 2(a)의 보 B-I 및 B-II의 우측 단부에서 감소된 부모멘트 βM_{eu}^N 은 각각 B-I 및 B-II의 좌측 단부로 재분배된다.

$$M_u^P = M_{eu}^P + \beta M_{eu}^N \quad (4)$$

Fig. 2 Relationship between redistributed moment and plastic rotation in beams

식 (4)에서 위침자 N 과 P 는 각각 보 단부의 부모멘트 및 정모멘트를 나타낸다.

- 4) 보의 비탄성 변형은 단부의 집중 소성힌지모델로 이상화한다. 이 집중 소성힌지는 휨항복 이후 소성변형만 발생하도록 강소성 거동(rigid-plastic behavior)으로 단순화한다. 휨항복 이후 발생하는 소성힌지의 변형경화 거동(strain-hardening behavior)을 나타내는 항복 이후 강성 k_p 는 다음과 같이 정의한다.

$$k_p = \alpha \left(\frac{6E_c I_b}{L_b} \right) \quad (5)$$

여기서, k_p = 보 소성힌지의 항복이후강성, α = 변형경화 거동을 나타내는 강성 비, E_c = 콘크리트 탄성계수, I_b = 보의 균열 단면2차모멘트, L_b = 보의 길이이다.

Fig. 2(b)와 (c)는 모멘트골조에서 한 층의 횡하중-층간변위비($H-\delta$) 관계를 보여준다. 엄태성 등의 연구^{14,16)}에 따르면, 보-변형 모드를 보이는 모멘트골조의 횡거동은 보의 소성힌지 발생순서에 따라서 초기 탄성거동, 단힌지 거동(single-hinge behavior), 쌍힌지 거동 (double-hinge behavior) 등 3단계로 구분할 수 있으며, 보 부모멘트의 재분배는 탄성거동 및 단힌지 거동 동안 발생된다. 따라서 Fig. 2(b)와 (c)에는 보 B-I에 대하여 탄성 및 단힌지 거동만을 나타냈다.

Fig. 2(b)는 초기 탄성거동(OA구간) 동안 중력하중 및 횡하중에 의하여 골조에 발생되는 휨모멘트 증분 및 변형을 보여준다. A점에서 보 우측 단부는 탄성 부모멘트 M_e^N 가 $M_u^N (= (1-\beta)M_{eu}^N)$ 에 도달하여 항복하고, 보 좌측 단부의 탄성 정모멘트 M_e^P 가 발생된다. A점에서의 탄성 층간변위비 δ_e 는 기둥과 보의 탄성 휨변형에 의하여 발생된다.

Fig. 2(c)는 단힌지 거동(보의 한쪽 단부에만 소성힌지가 발생하는 AB구간) 동안 모멘트 재분배 거동에 의한 휨모멘트 증분과 소성변형 증분을 보여준다. 단힌지 거동 동안에는 모멘트 재분배에 의하여 보의 좌측 단부에서 M_R 이 재분배되고, 우측 단부에서는 소성변형각 θ_p 와 변형경화 거동에 의한 부모멘트 $M(=k_p\theta_p)$ 이 발생된다. M_R 은 A와 B점에서의 모멘트 차이이므로 식 (4)로부터 다음과 같다.

$$M_R = M_u^P - M_e^P = (M_{eu}^P - M_e^P) + \beta M_{eu}^N \quad (6)$$

여기서, M_e^P 는 A점에서 보의 좌측 단부에 발생된 탄성 모멘트이다(Fig. 2(b) 참조).

보 우측의 소성힌지에 발생하는 회전변형각 θ_p 는 다음

과 같이 구할 수 있다. Fig. 2(c)에 나타난 바와 같이 단힌지 거동에 의한 보-기둥 조인트의 회전변형 증분을 θ_j 로 정의한다. AB구간에서 기둥 및 조인트의 강체거동을 가정하므로, 모든 보-기둥 조인트의 회전변형 θ_j 는 근사적으로 층간변위비 증분($\delta_u - \delta_e$)과 같다. Fig. 3(a)에 나타난 바와 같이, 단힌지 거동은 좌측 단부에 강제로 모멘트 M_R 을 작용시킨 단순보의 거동과 동일하다. 다만, 소성힌지의 변형경화 거동을 나타내기 위하여, 항복이후강성 k_p (식 (2))를 갖는 회전용수철(rotational spring)을 사용하여 보 우측 단부의 소성힌지를 이상화한다. 좌측 단부에 재분배 모멘트 M_R 을 작용시키면 우측의 회전용수철에 반력 모멘트 $M(=k_p\theta_p)$ 이 발생되므로, 중첩의 원리에 의하여 두 개의 단순보로 분해할 수 있다. (Fig. 3(b)) 따라서 Fig. 3(a)의 보 좌측 및 우측 단부에 발생하는 회전 변형 θ_1 및 θ_2 는 다음과 같다.

$$\theta_1 = \frac{L_b}{6E_c I_b} (2M_R - M) \quad (7)$$

$$\theta_2 = \frac{L_b}{6E_c I_b} (M_R - 2M) \quad (8)$$

Fig. 2(c)에 나타난 바와 같이 보의 좌·우 조인트의 강체 회전변형은 θ_j 이다. 따라서 보 좌측 단부의 회전변형 θ_1 은 θ_j 와 같고, 우측 단부의 소성힌지에 발생하는 소성 변형각 θ_p 는 θ_2 와 θ_j 를 더한 값과 같다.

$$\theta_j = \theta_1 \quad (9)$$

$$\theta_p = \theta_2 + \theta_j \quad (10)$$

식 (10)으로부터 변형경화 거동에 의한 반력 모멘트 M 은 다음과 같다(식 (4) 참조).

$$M = k_p \theta_p = \alpha \frac{6E_c I_b}{L_b} (\theta_2 + \theta_j) \quad (11)$$

식 (8)과 (11)로부터 θ_2 를 소거하면 반력 모멘트 M 은 다음과 같다.

$$M = \frac{M_R + \frac{6E_c I_b}{L_b} \theta_j}{\frac{1}{\alpha} + 2} \quad (12)$$

Fig. 3 Idealization of single-hinge behavior

식 (12)를 식 (7)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\theta_1 = M_R \left(\frac{L_b}{3E_c I_b} \right) \left(\frac{1 + \frac{3}{2}\alpha}{1 + 2\alpha} \right) - \theta_j \left(\frac{\alpha}{1 + 2\alpha} \right) \quad (13)$$

$\theta_j = \theta_1$ (식 (9) 참조)이므로, 식 (13)으로부터 θ_j 를 다음과 같이 구한다.

$$\theta_j = M_R \left(\frac{L_b}{3E_c I_b} \right) \left(\frac{1 + \frac{2}{3}\alpha}{1 + 3\alpha} \right) \quad (14)$$

식 (14)를 식 (12)에 대입하여 반력 모멘트 M 을 구한 다음 항복이후강성 k_p (식(4) 참조)로 나누어 보 우측 단부의 소성변형 $\theta_p (= M/k_p)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\theta_p = M_R \left(\frac{L_b}{2E_c I_b} \right) \left(\frac{1}{1 + 3\alpha} \right) \quad (15)$$

식 (6)의 M_R 을 대입하면, 다음과 같은 모멘트 재분배비와 소성변형의 관계를 구할 수 있다.

$$\theta_p = [(M_{eu}^P - M_e^P) + \beta M_{eu}^N] \left(\frac{L_b}{2E_c I_b} \right) \left(\frac{1}{1 + 3\alpha} \right) \quad (16)$$

식 (16)은 횡하중이 작용하는 모멘트 골조의 보에서 βM_{eu}^N (모멘트 재분배비 β)의 탄성 부모멘트를 재분배시키기 위하여 보 소성힌지에 요구되는 최소한의 소성회전각을 나타낸다.

3. 제안된 방법의 검증

검증을 위하여 제안된 모멘트 재분배에 의한 소성변형 요구량 평가방법을 Fig. 4의 6층 3경간의 모멘트골조에 적용하였다. 모멘트골조의 층고는 4,500 mm(1층) 및 3,600 mm(2-6층)이고, 경간은 7,000 mm(외부 경간) 및 5,000 mm(내부 경간)이다. 기둥의 단면 크기는 600 mm × 600 mm로 모든 층에서 동일하고, 외부 및 내부 경간의 보 단면 크기는 각각 400 mm × 630 mm 및 400 mm × 550 mm이다. 중력하중으로 모든 층의 보에 $w_u = 90$ kN/m의 하중이 작용하고,

Fig. 4 Moment-resisting frame for verification

횡하중으로 밀면전단력 $V_E = 1,320$ kN의 지진하중이 각 층의 층높이에 비례하는 삼각형의 형태로 분포되어 작용한다. 균열을 고려한 보의 휨강성으로 $E_c I_b = 2 \times 0.35 E_c I_g$ (슬래브 영향 포함)를 사용하고, 압축력을 받는 기둥의 휨강성은 $E_c I_c = 0.7 E_c I_g$ 을 사용한다.^{9,10)} 콘크리트 탄성계수로 $E_c = 25.7$ GPa을 사용한다. 검증 예제에서는 부재 휨항복 이후 변형경화 거동을 고려하지 않았다($\alpha = 0.00$).

이 검증 예제에서는 2층의 보 B1, B2, B3에 대하여 모멘트 재분배에 의한 소성변형 요구량을 평가하였다. Table 1에 모멘트 재분배 전과 후의 보 모멘트 M_{eu} 및 M_u 를 나타냈다. 이 예제에서는 탄성해석으로 구한 보 우측 단부의 탄성부모멘트 M_{eu}^N 의 15%를 보 좌측단부로 재분배시키는 것으로 가정하였다($\beta = 0.15$). 예를 들어 B1의 경우, 모멘트 재분배 후의 우측 단부 부모멘트는 $M_{eu}^N = (1 - \beta) M_{eu}^N = (1 - 0.15) \cdot 1075 = 914$ kN-m이고 좌측 단부의 정모멘트는 $M_u^P = M_{eu}^P + \beta M_{eu}^N = 439 + 0.15 \cdot 1075 = 600$ kN-m이다(식 (4) 및 Fig. 2(a) 참조).

위와 같은 모멘트 재분배에 의하여 보 부모멘트 단부에 요구되는 소성변형 θ_p 의 계산 과정은 Table 1에 나타났다. 식 (16)에 나타난 바와 같이 θ_p 의 계산을 위해서는 보 우측의 부모멘트 단부에서 휨항복이 시작되는 시점에서 좌측의 정모멘트 단부에 발생하는 탄성모멘트 M_e^P 의 크기를 구해야 한다(Fig. 2(b) 참조). 이 연구에서는 다음의 두 가지 방법을 적용하였다. 첫째, 탄성해석으로 구한 보 우측 단부의 부모멘트가 M_{eu}^N 와 동일할 때의 보 좌측 단부의 모멘트를 M_e^P 로 사용한다. 예를 들어, 보 B1의 경

Table 1 Plastic rotation demands of example beams B1, B2, and B3 for moment redistribution ($\beta = 0.2$)

Beams (2 nd floor)	Elastic moments at ultimate		Design moments (redistributed moments)		Elastic positive moments at negative yielding		Plastic rotation demands by Eq. (16)		Nonlinear analysis
	M_{eu}^P	M_{eu}^N	M_u^P	M_u^N	M_e^P (I)	M_e^P (II)	θ_p (I)	θ_p (II)	
B1	439	1075	600	914	266	278	0.00780	0.00753	0.00785
B2	420	822	543	699	296	297	0.00619	0.00618	0.00616
B3	359	1101	524	936	206	194	0.00743	0.00772	0.00825

* $L_b = 7,000$ mm for B1 and B3 and 5,000 mm for B2, $E_c = 25.7$ GPa, $I_b = 0.7 I_g = 5.83 \times 10^9$ mm⁴ for B1 and B3 and 3.88×10^9 mm⁴, $\beta = 0.15$, and $\alpha = 0.00$

Fig. 5 Simplification of beam moment redistributed by lateral load

우 탄성해석 결과 우측 단부의 부모멘트가 914 kN-m일 때 좌측 단부의 정모멘트가 266 kN-m가 발생되었고, 따라서 Table 1에 나타난 바와 같이 $M_e^P = 266$ kN-m이다(Table 1의 M_e^P (I) 참조). 둘째, 비정형이 크지 않은 모멘트골조의 경우 Fig. 5(a)에 나타난 바와 같이 순수 횡하중에 의하여 보 좌·우 단부에 발생하는 모멘트의 크기는 근사적으로 거의 같다($M^N \approx M^P$).¹⁸⁾ 따라서 Fig. 5(b)의 A와 A' 사이에서 횡하중에 의하여 보 우측 단부에서 감소되는 모멘트(βM_{eu}^N)와 좌측 단부에서 증가하는 모멘트($M_{eu}^P - M_e^P$)는 근사적으로 같다.

$$M_{eu}^P - M_e^P \approx M_{eu}^N - M_e^N = \beta M_{eu}^N \quad (17)$$

예를 들어, 보 B1의 경우 식 (17)에 의하여 $M_e^P = M_{eu}^P - \beta M_{eu}^N = 439 - 0.15 \cdot 1075 = 278$ kN-m이다(Table 1의 M_e^P (II) 참조). Table 1에 나타난 바와 같이, Fig. 4의 예제골조는 비정형성이 크지 않으므로 방법 I과 방법 II에 의한 M_e^P 는 큰 차이를 보이지 않았다.

식 (16)으로 계산한 소성변형 요구량 θ_p 을 비선형해석 결과와 비교하였다. 해석은 정확성이 검증된 DRAIN-2DX를 사용하였다. Fig. 4(a)의 보와 기둥을 탄성 보-기둥 요소로 모델링하고, 부재 휨항복 및 소성변형을 고려하기 위하여 부재 양단부에 회전스프링을 설치하였다. 회전스프링의 항복강도는 Table 1에 나타난 재분배된 설계모멘트 M_u 를 사용하였고, 회전스프링은 항복이후강성이 없는 탄성-완전소성 모델을 사용하였다($k_p = 0$, $\alpha = 0$). 비선형해석으로 구한 B1, B2, B3의 소성변형 요구량 θ_p 는 Table 1에 나타났다. 표에 나타난 바와 같이 식 (16)으로 예측된 소성변형 요구량 θ_p 는 비선형해석 결과와 10% 정도의 오차 범위에서 일치하는 것으로 나타났다.

4. 평가식의 간략화

3장에서 언급한 바와 같이 비정형이 크지 않은 모멘트골조의 경우 식 (17)을 사용하여 식 (16)의 소성변형 평가식을 다음과 같이 간략화할 수 있다.

$$\theta_p = 2\beta M_{eu}^N \left(\frac{L_b}{2E_c I_b} \right) \left(\frac{1}{1 + 3\alpha} \right) \quad (18)$$

Fig. 6 Plastic rotation capacity of beam cross section

철근콘크리트 부재의 소성변형능력 θ_{pu} 는 다음과 같이 정의할 수 있다. Fig. 6(a)에 나타난 바와 같이 소성힌지 영역(길이 l_p)에서 소성곡률이 ϕ_p 로 균일하다고 가정한다면, 최대 소성변형 θ_{pu} 는 다음과 같다.

$$\theta_{pu} = l_p \phi_p = l_p (\phi_u - \phi_y) \quad (19)$$

여기서, ϕ_y 및 ϕ_u 는 각각 단면의 항복 및 극한 곡률이다. Fig. 6(b)는 극한한계상태에 대한 보 단면의 변형률 분포를 보여주는데, 단면의 극한곡률 ϕ_u 는 콘크리트 극한 압축변형률 $\epsilon_{cu} (\geq 0)$ 와 철근 인장변형률 ϵ_t 의 합을 단면 유효깊이 d 로 나눈 값이다.

$$\phi_u = \frac{\epsilon_t + \epsilon_{cu}}{d} \quad (20)$$

또한 Priestley¹⁹⁾에 따르면 보의 항복곡률 ϕ_y 는 근사적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi_y = 1.7 \frac{\epsilon_y}{h} \quad (21)$$

여기서, ϵ_y 는 철근의 항복변형률, h 는 보 단면의 전체 깊이이다. 식 (20)과 (21)을 식 (19)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \theta_{pu} &= l_p \left(\frac{\epsilon_t + \epsilon_{cu}}{d} - 1.7 \frac{\epsilon_y}{h} \right) \\ &= \left(\frac{l_p}{d} \right) (\epsilon_t + \epsilon_{cu} - 1.53 \epsilon_y) \end{aligned} \quad (22)$$

식 (22)에서 보 단면의 유효깊이를 전체 깊이의 90%로

가정하였다. ($d \approx 0.9h$) KCI 2007 및 ACI 318-08의 콘크리트의 극한 압축변형률은 $\varepsilon_{cu} = 0.003$ 이고 보의 주근은 사용성 및 내진성능을 고려하여 주로 설계항복강도 400 MPa 급의 철근이 사용되므로($\varepsilon_y \approx 0.002$), 식 (21)에서 ($\varepsilon_{cu} - 1.53\varepsilon_y$) ≈ 0 이다. 휨부재의 소성힌지의 길이는 $l_p \approx h/2$ 로 가정할 수 있다.¹⁷⁾ 또한 보의 경우 $d \approx 0.9h$ 이므로, 식 (22)로부터 최대 소성변형 θ_{pu} 는 다음과 같다.

$$\theta_{pu} \approx 0.56 \varepsilon_t \quad (23)$$

이 연구에서는 간편한 설계식을 제안하기 위하여 $l_p \approx h/2$ 를 사용하였다. Paulay and Priestley¹⁷⁾에 의하면 일반적으로 소성힌지의 길이는 철근 강도, 지름, 부착 미끄러짐 등에 따라 다르다. 만약 보다 정확한 모멘트 재분배를 수행하고자 하는 경우에는, 더 정확한 소성힌지길이 평가식을 사용할 수 있다.

모멘트 재분배 시 부재에 발생하는 소성변형 θ_p 는 θ_{pu} 보다 작거나 같아야 한다.

$$\theta_p \leq \theta_{pu} \approx 0.56 \varepsilon_t \quad (24)$$

식 (18)을 식 (24)에 대입하여 정리하면, 소성변형능력을 고려한 모멘트 재분배비 β 는 다음과 같이 결정된다.

$$\beta \leq 0.56 \varepsilon_t \left(\frac{1}{M_{eu}^N} \right) \left(\frac{E_c I_b}{L_b} \right) (1 + 3\alpha) \quad (25)$$

5. 변수 연구

식 (25)의 우변은 극한한계상태에서 부재에서 허용될 수 있는 최대 모멘트 재분배비 β_{max} 를 가리킨다.

$$\beta_{max} = 0.56 \varepsilon_t \left(\frac{1}{M_{eu}^N} \right) \left(\frac{E_c I_b}{L_b} \right) (1 + 3\alpha) \quad (26)$$

이 장에서는 β_{max} 에 대하여 변수연구를 수행하였다. 변

수연구에 사용된 보의 단면 크기는 $400 \text{ mm} \times 650 \text{ mm}$ 이다($h = 650 \text{ mm}$, $d = 590 \text{ mm}$, $d' = 60 \text{ mm}$). 보의 경간은 $L_b = 5,000$ 및 $8,000 \text{ mm}$ 이고, 보의 균열단면 성능으로 KCI 2007에 따라 $I_b = 3.20 \times 10^9 (0.35 I_g)$ 및 $6.41 \times 10^9 \text{ mm}^4 (0.7 I_g)$ 슬래브 영향 포함)를 사용한다. 콘크리트 압축강도는 $f_{ck} = 24 \text{ MPa}$ 로 가정하였다. 식 (23)에 나타난 바와 같이 모멘트 재분배비는 콘크리트의 탄성계수에 따라 달라질 수 있다. 따라서 탄성계수는 KCI 2007의 $E_c = 8,500(f_{ck} + 8)^{1/3} = 27 \text{ GPa}$ 와 ACI 318-08의 $E_c = 4,700(f_{ck})^{1/2} = 23 \text{ GPa}$ 를 사용한다.⁹⁾ 철근의 항복강도는 $f_y = 400 \text{ MPa}$ 를 사용한다. 보 소성힌지에서 휨항복 이후의 변형경화 거동은 $\alpha = 0.0, 0.03$ 을 사용한다.

식 (26)에 나타난 바와 같이, β_{max} 는 철근의 인장변형률 ε_t 의 함수이고 ε_t 는 다시 β_{max} 의 영향을 받으므로, β_{max} 는 다음과 같은 반복계산으로 결정된다(실제 모멘트 재분배 설계는 반복계산 없이 간단한 수계산으로 모멘트 재분배비 $\beta (\leq \beta_{max})$ 를 결정하여 수행한다. 이는 6장의 설계예제에 제시된다).

- 1) 극한상태의 탄성부모멘트 M_{eu}^N 을 가정한다.
 - 2) 허용가능한 최대 모멘트 재분배비 β_{max} 를 가정하여 소요 설계모멘트 $M_u^N (= (1 - \beta_{max})M_{eu}^N)$ 를 구한다.
 - 3) 단면설계를 통하여 M_u^N 에 대응되는 인장철근량 A_s 및 압축철근량 A_s' 을 결정한다. 단면설계 시 강도감소계수를 적용하지 않는다. 또한 압축철근은 인장철근의 1/3을 배근하는 것으로 가정한다.⁹⁾
 - 4) 단면해석 결과로부터 철근 인장변형률 ε_t 를 계산한다.
 - 5) ε_t 를 사용하여 허용가능한 최대 모멘트 재분배비 β_{max} 를 다시 계산한다(식 (25)). 만약 계산된 β_{max} 가 2)에서 가정된 β_{max} 와 동일할 경우 계산을 종료하고, 그렇지 않은 경우 새로운 β_{max} 를 가정하여 2)~5)의 계산을 반복한다.
 - 6) 1)의 M_{eu}^N 을 증가시키며 1)~5)의 과정을 반복한다.
- Figs. 7과 8은 각 설계변수에 따라 계산한 허용 가능한 최대 모멘트 재분배비 $\beta_{max}(\%)$ 를 보여준다. 가로축에는 인장철근의 변형률 ε_t 와, ε_t 에 대응하는 소성변형각 $\theta_p (= 0.56 \varepsilon_t$, 식 (23) 참조) 및 인장철근비 ρ 를 나타냈다. 인장

Fig. 7 Allowable moment redistribution ratio β_{max} for lateral load ($E_c = 27 \text{ GPa}$ by KCI 2007)

Fig. 8 Allowable moment redistribution ratio $\beta_{\max}$ for lateral load ($E_c = 23$ GPa by ACI 2008)

지배 한계변형률인 $\varepsilon_t = 0.005$ ($\theta_p = 0.0028$ rad, $\rho = 0.0245$, $\rho' = 0.0082$)부터 $\beta_{\max}$ 를 계산하였다. 그림에서 굵은 점선과 가는 점선은 각각 변형경화 거동에 의한 항복이후강성 계수 $\alpha = 0.0$ 및 0.03 에 대한 $\beta_{\max}$ 값을 나타낸다. 비교를 위하여 현 KCI 2007 및 ACI 318-08에 제시된 중력하중에 대한 허용 모멘트 재분배비(식 (1) 참조)를 굵은 점선으로 나타냈다. Figs. 7과 8은 각각 KCI 2007 및 ACI 318-08에서 정의하는 콘크리트 탄성계수를 적용한 결과이다. 또한 단일 직사각형보($l_b = 0.35l_g$) 및 T형 보($0.7l_g$)에 대한 $\beta_{\max}$ 는 각각 그림의 (a)와 (b)에 나타났다. 변수 연구 결과는 다음과 같다.

- 1) 허용가능한 최대 모멘트 재분배비 $\beta_{\max}$ 는 단면의 철근 인장변형률 ε_t 에 거의 선형으로 비례하여 증가한다. 또한 경간이 짧고, 변형경화 거동이 존재하고, 부재 균열단면의 단면2차모멘트가 크며, 콘크리트 탄성계수가 클수록 $\beta_{\max}$ 가 증가한다(Figs. 6과 7 비교).
- 2) $\beta_{\max}$ 는 대부분 KCI 2007 및 ACI 2008 기준(굵은 점선)보다 크지만, Fig. 6(a) 및 7(a)에 보는 바와 같이 부재 균열단면강성이 작고 철근의 인장변형률이 $0.0075 \leq \varepsilon_t \leq 0.015$ 범위에서는 현 기준보다 작았다. 이는 현 설계기준의 모멘트 재분배비를 횡하중에 대

하여 적용할 경우 안전측이지 않을 수 있음을 가리킨다. 반면 $0.015 \leq \varepsilon_t \leq 0.015$ 범위에서는 현 기준값이 보수적이다.

6. 모멘트 재분배 설계 예제

Fig. 9(a)는 2경간의 예제 모멘트골조를 보여준다. 보의 단면 크기는 $400 \text{ mm} \times 650 \text{ mm}$ 이다. 단면의 기하학적 특성값으로 $h = 650 \text{ mm}$, $d = 590 \text{ mm}$, $d' = 60 \text{ mm}$, $l_b = 7,000$ 및 $6,000 \text{ mm}$, $I_b (= 0.35I_g) = 3.20 \times 10^9 \text{ mm}^4$ 를 사용한다. 단면 배근 시 압축철근은 인장철근의 1/3 만큼 배근하는 것으로 가정한다. 재료 특성으로 $f_{ck} = 24 \text{ MPa}$, $E_c = 27 \text{ GPa}$, $f_y = 400 \text{ MPa}$ 를 사용한다. 보 소성힌지는 탄성-완전소성 거동을 가정한다($\alpha = 0.0$). 휨모멘트에 대한 강도저감계수로 $\phi = 0.85$ 를 사용한다.⁶⁾

Fig. 9(b)는 중력하중 및 횡하중의 극한하중조합에 의한 탄성모멘트 M_{eu} 를 보여준다. Beam I의 단부에 발생된 소요 탄성 부모멘트 및 정모멘트의 크기는 각각 $M_{eu}^N = 720 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 및 $M_{eu}^P = 368 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 이고, Beam II의 경우 $M_{eu}^N = 652 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 및 $M_{eu}^P = 345 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 이다. 부모멘트가 정모멘트에 비하여 크므로, 부모멘트의 10%를 재분배하여 설

Fig. 9 Beam design results addressing moment redistribution

제한다($\beta = 0.10$). 따라서 Beam I의 재분배된 소요 설계 모멘트는 $M_u^N (= (1 - \beta)M_{eu}^N) = 648 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 및 $M_u^N (= M_{eu}^P + \beta M_{eu}^N, \text{ 식 (2) 참조}) = 440 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 이고(Fig. 8(c) 참조), Beam II의 재분배된 소요 설계모멘트는 $M_u^N = 587 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 및 $M_u^P = 410 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 이다(Fig. 9(d) 참조).

Fig. 8(c)는 좌측의 보 Beam I에 대한 단면설계 결과를 보여준다. 부모멘트 위험단면(우측 단부 A-A section)에서 인장 및 압축철근으로 $A_s = 3,776 \text{ mm}^2 (\rho = 0.016)$ 및 $A_s' = 1,259 \text{ mm}^2 (\rho' = 0.0053)$ 을 사용하여 KCI 2007에 따라 단면해석을 수행하였다. 단면의 공칭모멘트강도는 $M_n = 796 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 으로, $\phi M_n (= 676 \text{ kN}\cdot\text{m}) > M_u^N (= 652 \text{ kN}\cdot\text{m})$ 을 만족한다. Fig. 9(c)는 단면해석 결과를 보여주는데, 철근의 인장변형률은 $\varepsilon_t = 0.0087$ 로 계산되었다. 이러한 부재 단면에서 허용되는 최대 모멘트 재분배비 $\beta_{\max}$ 는 식 (26)으로부터 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\beta_{\max} &= 0.56 \varepsilon_t \left(\frac{1}{M_{eu}^N} \right) \left(\frac{E_c I_b}{L_b} \right) (1 + 3\alpha) \\ &= 0.56(0.0087) \left(\frac{1}{7.20(10^8)} \right) \left(\frac{27,000(3.20)(10^9)}{7,000} \right) = 0.083\end{aligned}$$

Beam I의 소성변형능력을 고려한 $\beta_{\max}$ 는 8.3%이므로, 이 예제에서 사용한 10%($\beta = 0.10$)는 안전하지 않다. 따라서 모멘트 재분배비를 줄여 재설계하여야 한다.

Fig. 9(d)는 우측의 보 Beam II에 대한 단면설계 결과를 보여준다. 우측 단부의 부모멘트 위험단면에서 인장 및 압축철근으로 $A_s = 3,304 \text{ mm}^2 (\rho = 0.014)$ 및 $A_s' = 1,101 \text{ mm}^2 (\rho' = 0.0047)$ 을 사용하여 KCI 2007에 따라 단면해석을 수행하였다. 단면의 공칭모멘트강도는 $M_n = 702 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 으로, $\phi M_n (= 597 \text{ kN}\cdot\text{m}) > M_u^N (= 587 \text{ kN}\cdot\text{m})$ 을 만족한다. Fig. 9(d)는 단면해석 결과를 보여주는데, 철근의 인장변형률은 $\varepsilon_t = 0.0099$ 로 계산되었다. 이러한 부재 단면에서 허용되는 최대 모멘트 재분배비 $\beta_{\max}$ 는 식 (26)으로부터 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\beta_{\max} &= 0.56(0.0099) \left(\frac{1}{6.52(10^8)} \right) \left(\frac{27,000(3.20)(10^9)}{6,000} \right) \\ &= 0.123\end{aligned}$$

Beam II의 $\beta_{\max}$ 는 12.3%이므로, 이 예제에서 사용한 10%($\beta = 0.10$)는 안전하다.

7. 설계 고려사항

중력하중 및 횡하중(풍하중, 지진하중 등)이 동시에 작용하는 모멘트골조에서 보(또는 T형 보)의 부모멘트를 식 (25)에 따라 재분배시킬 수 있다. 제안된 모멘트재분배 설계법은 층고, 경간, 단면 치수 등 비정형이 크지 않은 다층/다경간의 모멘트골조에 적용할 수 있다.¹¹⁻¹³⁾ 이러한 횡하중에 대한 모멘트 재분배 설계 시 다음 사항을 고려하여야 한다.

1) CEB model code 1990¹³⁾와 EC2¹¹⁾의 경우 중력하중

에 대하여 최대 모멘트 재분배비를 30%로 제한하고 Paulay and Priestley¹⁷⁾는 지진하중에 대하여 모멘트 재분배비의 상한으로 30%를 제안하고 있다. 모멘트 재분배가 지나치게 클 경우 부재에 처짐 및 균열이 커지고 소성변형이 증가할 수 있으므로, 이 연구에서는 허용 모멘트 재분배비 상한을 30%로 제한한다.

- 2) 모멘트 재분배비가 20%를 초과하는 경우 휨재의 사용성에 대한 검토가 필요하다.^{9,10)} 또한 Figs. 6 및 7에 나타난 바와 같이 20% 이상의 모멘트 재분배가 발생될 경우 부재에 $\theta_p = 0.01 \text{ rad}$ 보다 큰 소성변형 능력이 요구되므로 횡보강 상세의 적용이 필요하다.
- 3) KCI 2007 및 ACI 2008의 중간 및 특수 모멘트골조와 같은 내진구조는 소성힌지 구간에 횡보강 상세가 적용되므로 철근의 인장변형률 ε_t 와 관계없이 큰 소성변형능력을 갖는다. 이와 같이 중간 및 특수 모멘트골조에서 횡보강 상세에 의하여 부재 소성 변형능력 θ_{pu} 가 명확히 확보되는 경우에는 철근의 인장변형률 ε_t 를 사용하는 식 (25) 대신 식 (18)로부터 유도되는 다음의 모멘트 재분배식을 적용한다.

$$\beta \leq \theta_{pu} \left(\frac{1}{M_{eu}^N} \right) \left(\frac{E_c I_b}{L_b} \right) (1 + 3\alpha) \quad (27)$$

이 경우에도 모멘트 재분배비는 30%를 넘지 못한다.

- 4) 보의 모멘트를 재분배시킬 경우 보와 연결되는 기둥의 모멘트가 달라지므로 이를 고려하여야 한다. 재분배된 기둥의 설계모멘트는 보-기둥 조인트에서의 모멘트 평형조건을 사용하여 계산한다.^{16,17)}
- 5) 식 (26)은 기둥 단면 치수를 고려하지 않은 중심선 모델을 사용하여 제안되었다(Figs. 2와 3 참조). 실제 기둥 단면의 치수를 고려하는 경우 보-기둥 조인트의 강체회전에 의하여 보의 소성변형이 다소 증가될 수 있다.^{14,15)}
- 6) 철근콘크리트 모멘트골조와 벽체가 모멘트 집합된 이중골조의 경우 로킹효과(rocking effect)^{14,15,17)}에 의하여 벽체에 인접한 경간의 보에서 소성변형이 크게 증가된다. 이 경우 허용 모멘트 재분배비 β 는 식 (25)보다 크게 감소하므로 식 (25)를 적용하지 않는다.

8. 결 론

KCI 2007, ACI 318-08에 제시된 모멘트재분배 방법은 등분포 중력하중을 받는 연속휨재에 대하여 검증된 방법이다. 횡하중에 의한 모멘트재분배 및 비탄성 거동은 중력하중과 다른 메커니즘을 발생된다. 이 연구에서는 기초역학에 근거하여 철근콘크리트 모멘트골조의 보에 발생하는 횡하중에 의한 모멘트재분배 및 소성변형의 관계를 정량화하고, 이로부터 보의 소성변형능력에 근거한 모멘트재분배 설계법을 제안하였다. 주요한 연구 결과는 다음과 같다.

- 1) 보의 허용 모멘트재분배비 β (식 (25))는 현 설계기준(KCI 2007 및 ACI 318-08)의 방법과 동일하게 극한한계상태의 단면해석으로 결정되는 철근의 인장변형률 ϵ_t 를 사용하여 정의된다.
- 2) β 는 단면의 철근 인장변형률 ϵ_t 에 거의 선형으로 비례하여 증가한다. 또한 β 는 경간, 변형경화 거동, 부재의 균열단면강성에 의하여 영향을 받는다. β 는 경간이 짧고, 변형경화 거동이 있으며, 부재의 균열단면강성이 큰 경우에 증가한다.
- 3) 제안된 β 는 현 설계기준의 값보다 대체로 크지만, 균열단면의 휨강성이 작고 철근의 인장변형률이 $0.0075 \leq \epsilon_t \leq 0.015$ 범위에서는 제안된 β 가 현 설계기준보다 작을 수 있다. 이는 현 설계기준이 횡하중에 대하여 안전측이지 않을 수 있음을 가리킨다. 반면 $\epsilon_t \geq 0.015$ 인 경우 현 설계기준은 지나치게 보수적이다.
- 4) 기존 기준 및 연구를 바탕으로 이 연구에서는 허용 모멘트 재분배비 β 의 상한을 30%로 제한하였다. 모멘트 재분배비 β 가 20%를 초과하는 경우 처짐 및 균열이 커질 수 있으므로, 사용성에 대한 검토가 필요하다. 또한 $\beta > 20\%$ 인 경우 부재에 큰 소성변형능력이 요구될 수 있으므로, 소성힌지에 횡보강 상세를 적용하는 것이 바람직하다.
- 5) KCI 2007 및 ACI 2008의 중간 및 특수 모멘트골조와 같이 횡보강 상세에 의하여 부재 소성변형능력 θ_{pu} 가 명확히 확보되는 경우에는, 단면해석으로부터 결정되는 철근의 인장변형률 대신 부재의 소성변형능력을 직접 사용하여 모멘트 재분배비를 결정한다.

이 연구에서 제안된 방법은 중력하중과 횡하중을 동시에 받는 다층/다경간 모멘트골조의 보 설계에 적용할 수 있다. 보의 모멘트재분배 설계 시, 증가 또는 감소되는 기둥 설계모멘트는 보-기둥 조인트의 모멘트 평형조건을 사용하여 고려하여야 한다. 다만, 층고, 경간 등 비정형이 큰 모멘트골조와 이중골조에서 벽체에 직접 모멘트 접합되는 보의 경우, 제안된 방법을 적용할 수 없다.

감사의 글

이 연구는 2011학년도 대구가톨릭대학교 연구비지원에 의한 것임.

참고문헌

1. Mattock, A. H., "Redistribution of Design Bending Moments in Reinforced Concrete Continuous Beams," *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, London, Vol. 13, 1959, pp. 35~46.
2. Cohn, M. Z., "Rotational Compatibility in the Limit Design of Reinforced Concrete Continuous Beams," *Flexural Mechanics of Reinforced Concrete*, SP-12, American Concrete Institute/American Society of Civil Engineers, Farmington Hills, MI, 1965, pp. 359~382.
3. Mast, R. F., "Unified Design Provision for Reinforced and Prestressed Concrete Flexural and Compression Members," *ACI Structural Journal*, Vol. 89, No. 2, 1992, pp. 185~199.
4. Carmo, R. and Lopes, S., "Ductility and Linear Analysis with Moment Redistribution in Reinforced High-Strength Concrete Beams," *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 32, No. 1, 2005, pp. 194~203.
5. Shakir, A. and Rogowsky, D., "Evaluation of Ductility and Allowable Moment Redistribution in Reinforced Concrete Structures," *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 27, No. 6, 2000, pp. 1286~1299.
6. 윤형재, 이승배, 김상식, 김강수, 장수연, "철근의 부착상태에 따른 철근콘크리트 연속보에서의 모멘트재분배에 대한 실험적 검증," 콘크리트학회 논문집, 20권, 1호, 2008, pp. 23~33.
7. 이승배, 장수연, 김상식, 이진섭, "인장증강효과를 고려한 철근콘크리트 보의 유효휨강성 평가," 콘크리트학회 논문집, 17권, 6호, 2005, pp.1033~1042.
8. 고만영, 김상우, 김진구, 이정윤, "고강도 철근콘크리트 보의 모멘트재분배에 관한 연구," 대한건축학회논문집-구조계, 17권, 9호, 2001, pp. 9~15.
9. 한국콘크리트학회, 콘크리트 구조설계기준, 기문당, 2007, 327 pp.
10. ACI Committee 318, Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2008, 473 pp.
11. European Committee for Standardization, *Eurocode 2: Design of Concrete Structures - Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*. BS EN 1992-1-1: 2004, British Standards Institute, London, UK. 2004, 230 pp.
12. CSA, *Design of Concrete Structures for Buildings*. Standard A23.3-94, Canadian Standards Association, Rexdale, Ont. 1994, 199 pp.
13. CEB-FIP 1990, *Model Code 1990 for Concrete Structures*, Comite Euro-International du Beton, Bulletin d'Information n. 213/214, Lausanne, May 1993, 437 pp.
14. 임태성, 김재요, "특수모멘트골조를 가진 이중골조시스템을 위한 부재소성변형 평가," 한국지진공학학회논문집, 14권, 5호, 2010, pp. 41~51.
15. 임태성, 박홍근, "모멘트골조의 내진설계를 위한 부재 소성변형 요구량 예측," 한국지진공학학회논문집, 13권, 5호, 2009, pp. 51~60.
16. 임태성, 박홍근, "지진하중을 받는 철근콘크리트 모멘트골조의 모멘트재분배와 소성변형," 콘크리트학회 논문집, 21권, 2호, 2009, pp. 217~226.
17. Paulay, T. and Priestley, M. J. N., *Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*, John Wiley and Sons, Inc., 1992, 744 pp.
18. 임태성, 박홍근, 김창수, "다단계 선형해석을 이용한 철근콘크리트 모멘트골조의 내진설계," 대한건축학회논문집-구조계, 24권, 12호, 2008, pp. 11~18.
19. Priestley, M. J. N., "Performance Based Seismic Design," *Proceedings of the 12th World Conference on Earthquake Engineering*, Paper No. 2831, Auckland, N. Z., 2000.

요 약 KCI 2007, ACI 318-08에 제시된 모멘트재분배 방법은 등분포 중력하중을 받는 연속 휨재에 대하여 검증된 방법이다. 횡하중에 의한 모멘트재분배 및 비탄성 거동은 중력하중과 전혀 다른 메커니즘을 발생된다. 이 연구에서는 기초역학에 근거하여 중력하중과 횡하중을 받는 철근콘크리트 모멘트골조의 보에 발생하는 모멘트재분배와 소성변형의 관계를 정량화하고, 이로부터 보의 소성변형능력에 근거한 모멘트재분배 설계법을 제안하였다. 제안된 모멘트재분배비는 KCI 2007, ACI 318-08 등 기존 설계기준과 마찬가지로 극한한계상태의 단면해석으로 결정되는 철근의 인장변형률로 정의된다. 또한 모멘트재분배비는 경간, 철근비, 단면강성, 변형경화 거동에 의하여 영향을 받는다. 제안된 방법을 사용하여 탄성해석으로 구한 설계모멘트를 재분배시키는 설계 가이드라인 및 예제를 제시하였다.

핵심용어 : 모멘트재분배, 소성변형, 횡하중, 한계상태설계, 철근콘크리트