부유식 원형 실린더 배열에 의한 파 상호작용

박민수* · 정연주* · 유영준*

*한국건설기술연구원 SOC성능연구소 인프라구조연구실

Water Wave Interactions with Array of Floating Circular Cylinders

Min-Su Park*, Youn-Ju Jeong* and Young-Jun You*

*Structural Engineering Research Division, Korea Institute of Construction Technology, Gyeonggi, Korea

KEY WORDS: Water wave interaction 파 상호작용, Array of floating circular cylinders 부유식 원형 실린더 배열, Eigenfunction expansion method 고유함수 전개법, Wave excitation force 파강제력, Added mass 부가질량, Radiation damping coefficient 파랑 감쇠계수

ABSTRACT: The water wave interactions on any three-dimensional structure of arbitrary geometry can be calculated numerically through the use of source distribution or Green's function techniques. However, such a method can be computationally expensive. In the present study, the water wave interactions in floating circular cylinder arrays were investigated numerically using the eigenfunction expansion method with the three-dimensional potential theory to reduce the computational expense. The wave excitation force, added mass coefficient, radiation damping coefficient, and wave run-up are presented with the water wave interactions in an array of 5 or 9 cylinders. The effects of the number of cylinders and the spacing between them are examined because the water wave interactions in floating circular cylinder arrays are significantly dependent upon these.

1. 서 론

다수의 원형 실린더를 배열하여 마치 하나의 강체 구조물처럼 구성된 인장각식 플랫폼(Tension leg platform) 또는 초대형 부유식 구조물(Very large floating structure) 등의 해양구조물 수요가 증가함에 따라 파와 구조물간의 상호작용 현상은 매우 중요한 요소로 인식되고 있다. 따라서 신뢰할 수 있는 해양구조물을 설계하기 위해서는 파와 구조물간의 상호작용에 대한 정확한 수치해석이 수행되어야 한다. 3차원 임의 형상에 작용하는 파와 구조물의 상호작용은 소스분포법 또는 그린함수법 등을 이용하여 수치적으로 계산이 가능하다(Sarpkaya and Isaacson, 1981). 그러나 이러한 방법은 다수의 원형 실린더를 배열하여 구성된 초대형 부유식 구조물인 경우에는 해수면에 접한 구조물 표면을 작은 요소로 분할하고 이 구조물 표면에 작용하는 속도 포텐셜을 구하기 위해 거대한 대수 방정식을 풀어야 하기 때문에 계산 시간이 오래 걸리는 단점을 가지고 있다.

이런 단점을 극복하기 위해 Spring and Monkmeyer(1974)는 처음으로 유체를 선형 포텐셜 흐름이라 가정하고 원형 실린더에 대한 준해석적 해(Semi-analytical solution)를 고유함수전개법을 이용하여 제안하였고, Linton and Evans(1990)는 이 해를 N 개의

해저 고정 원형 실린더(Bottom-mounted circular cylinder)에 확장하여 단순화 시켰다. Kagemoto and Yue(1986)는 고유함수전개법을 이용하여 1개의 원형 실린더 회절 특성에 기초한 대수 방정식을 계산하여 3차원 선형 회절문제에 대한 정확한 해결법을 개발하였으며, McIver and Evans(1984)에 의해 수정 평면파 방법(Modified Plane Wave Method)이 개발되어 다양한 케이스에 대하여 적용되기도 하였다(McIver, 1984; Williams and Demirbilek, 1988; Willimas and Abul-Azm, 1989; Williams and Rangappa, 1994) 또한, 고유함수전개법을 이용하여 끝이 잘린 원형 실린더(Truncated vertical cylinder)에 대한 동적상호작용에 대한 연구가 현재까지 많은 학자들에 의해 수행되어지고 있다(McIver, 1984; Kim, 1993; Yilmaz, 1998; Siddorn and Eatock Taylor, 2008; Park et al., 2010).

본 연구에서는 다수의 원형 실린더를 이용하여 하나의 강성 구조체로 구성된 초대형 부유식 구조물에서의 파와 구조물간의 상호작용을 계산하기 위해 3차원 선형 포텐셜 이론을 기초로 계산 유체 영역 도메인을 1개의 외부영역과 N 개의 실린더 밀 영역으로 나누어 각 영역에서 해를 독립적으로 구했다. 또한, 외부영역과 실린더 밀 영역이 만나는 경계면에 정합조건식을 적용하여 완전한 해를 구하는 기존의 고유함수 전개법을 확장하여 초대형 부

Received 10 July 2012, revised 11 September 2013, accepted 10 October 2013

Corresponding author Min-Su Park: +82-031-910-0289, mspark@kict.re.kr

© 2013, The Korean Society of Ocean Engineers

It is noted that this paper is revised edition based on proceedings of KAOST 2012 in Daegu.

유식 구조물의 계산시간을 단축하기 위한 수치해석 프로그램을 개발하였다. 특히, N 개의 원기둥들 사이의 상호작용을 고려하기 위하여 Linton and Evans(1990)가 사용한 Bessel 함수의 덧셈정리(Addition theorem)를 적용하여 수치 해석을 수행하였다. 우선, 본 수치해석의 정확성과 신뢰성을 확보하기 위해 경계요소법(Boundary element method) 중에서도 해의 정확성이 좋은 Higher order boundary element method (HOBEM, Choi et al., 2000)의 수치 해석결과와 비교를 수행하였으며, 부유식 원형 실린더 5개 또는 9개로 구성되어 마치 하나의 강체구조물로 거동하는 해양 구조물에 작용하는 파장제력(Wave excitation force), 부가질량(Added mass), 파랑 감쇠계수(Radiation damping coefficient), 운동 RAO(Response amplitude operator) 그리고 파쳐오름(Wave run-up)등을 나타내었다. 또한, 원형 실린더 개수 및 실린더 사이의 간격비 변화에 따른 파와 구조물의 상호작용 영향도 살펴 보았다.

2. 문제의 정식화

우선 부유식 원형 실린더 배열에서의 파와 구조물간의 상호작용을 계산하기 위하여, 유체를 비압축성, 비점성, 그리고 유체 운동은 비회전성이라 가정하면 유체 입자의 운동은 속도 포텐셜로 표현이 가능하다. Fig. 1에서 부유식 실린더 배열은 수심이 d 인 계산 영역에 흘수(Draft) h 인 N 개의 원기둥으로 구성되어 있으며 각 원형 실린더의 반지름은 a_j 이다. 공간상에 고정된 좌표계 (x, y, z) , $j=1, 2, \dots, N$ 을 도입하면, j 번째 원형 실린더의 중심 좌표는 (x_j, y_j) 로 j 번째 원형 실린더 중심에 대한 k 번째 원형 실린더 중심의 상대 위치는 중심간의 거리가 R_{jk} 이고 x 축에 대하여 반시계방향으로 α_{jk} 의 각도로 표현할 수 있다. 유체 입자의 운동이 주파수 ω 를 갖고 조화운동을 하고, 입사파는 규칙파로 진폭이 $H/2$ 이며, x 축의 양의 방향과 β 의 각도를 이루면서 입사한다고 가정하면 속도 포텐셜은 다음과 같다.

Fig. 1 Coordinate system for array of floating circular cylinders.

$$\Phi(x, y, z, t) = Re[\phi(x, y, z)e^{-i\omega t}] \quad (1)$$

여기서, Re 는 복소수에서 실수부분만 취함을 의미한다. 유체 계산 영역에서의 속도 포텐셜은 라플라스 방정식, 자유표면(Free surface) 경계조건, 바닥(Sea bed) 경계조건, 물체표면(Body surface) 경계조건, 방사조건(Radiation condition)을 만족해야한다.

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (2)$$

$$g \frac{\partial \phi}{\partial z} - \omega^2 \phi = 0 \quad \text{on } z=d \quad (3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z=0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\phi_H + \phi_S)}{\partial z} = 0 \quad \text{for Diffraction on } z=d-h, 0 \leq r \leq a \quad (5)$$

$$\frac{\partial \phi_{R_i}}{\partial z} = n_i \quad \text{for Radiation}$$

$$\frac{\partial(\phi_H + \phi_S)}{\partial r} = 0 \quad \text{for Diffraction on } r=a, d-h \leq z \leq d \quad (6)$$

$$\frac{\partial \phi_{R_i}}{\partial r} = n_i \quad \text{for Radiation}$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (\phi - \phi_I) - ik(\phi - \phi_I) \right\} = 0 \quad (7)$$

여기서, n_i 는 i 방향 성분의 법선벡터이고 ϕ_I 는 입사파의 속도 포텐셜로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi_I = -\frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh kz}{\cosh kd} \exp[ik(x_j \cos \beta + y_j \sin \beta)] \quad (8)$$

식 (7), (8)의 k 는 입사파의 파수(Wave number)로 다음의 선형 분산관계식(Dispersion relation)을 만족한다.

$$\omega^2 = gk \tanh(kd) \quad (9)$$

여기서 g 는 중력가속도를 나타낸다. 선형중첩이론에 따라 전체 속도 포텐셜은 입사파(Incident wave), 산란파(Scattered wave) 그리고 방사파(Radiated wave)의 속도 포텐셜로 구성된다.

$$\phi = -\frac{gH}{2\omega} (\phi_H + \phi_S) + \sum_{i=1}^6 \eta_i \phi_{R_i} \quad (10)$$

여기서, η_i 는 i 번째 진동모드의 변위 진폭을 나타낸다.

2.1 회절문제(Diffraction problem)

Fig. 1에서 나타낸 것처럼 실린더 극 좌표계(r, θ, z)를 도입하여 라플라스 방정식, 자유표면 경계조건, 바닥 경계조건, 방사조건을 만족하는 외부 유체영역($r \geq a, 0 \leq z \leq d$)과 라플라스 방정식, 바닥 경계조건, 그리고 물체 바닥 경계조건을 만족하는 N 개의 실린더 밑 유체영역($r \leq a, 0 \leq z \leq d-h$)으로 나누면, 각 영역에 대한 속도 포텐셜은 다음과 같다.

$$\phi_1^j = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{i\theta_j n} \left[e^{ik(x_j \cos \beta + y_j \sin \beta)} J_n(kr_j) e^{i(2/\pi - \beta)n} \right] \times \frac{\cosh kz}{\cosh kd} + A_n^j \frac{H_n(kr_j)}{H_n(ka_j)} + \sum_{l=1}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[A_m^l \frac{J_n(kr_j)}{H_m(ka_j)} H_{m-n}(kR_{lj}) \right] \times e^{i(m-n)\alpha_{lj}}$$

$$+ \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{i\theta_j n} \sum_{q=1}^{\infty} \left[A_{nq}^j \frac{K_n(k_q r_j)}{K_n'(k_q a_j)} + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{mq}^l \frac{I_n(k_q r_j)}{I_n'(k_q a_j)} K_{m-n} \right] \times \frac{\cos k_q z}{\cos k_q d} \quad (11)$$

where, $\omega^2 = gk \tanh kd = -gk_q \tanh k_q d$

$$\phi_2^j = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{B_{n,0}^j}{2} \left(\frac{r_j}{a_j} \right)^{|n|} + \sum_{q=1}^{\infty} B_{n,q}^j \frac{I_n(c r_j)}{I_n(c a_j)} \cos cz \right] e^{i\theta_j n} \quad (12)$$

where, $c = \frac{q\pi}{d-h}$

여기서, 외부 유체영역 속도 포텐셜은 입사파에 의한 산란 속도 포텐셜 그리고 주위의 나머지 원형 실린더에 의하여 산란된 속도 포텐셜들의 합으로 구성되며 이러한 물리적 현상은 수학적으로 Graf의 Bessel함수 덧셈정리(Additional theorem)를 사용하여 표현된다(Linton and Evans, 1990; Kim, 1993; Maniar and Newman, 1997). 따라서 외부 유체영역 속도 포텐셜은 왼쪽에서 순서대로 입사파 속도 포텐셜, 입사파의 의한 산란 속도포텐셜, 주위 원형 실린더에 의한 산란 속도 포텐셜 그리고 국부 모드(Evanescent mode)에 의한 산란 속도 포텐셜과 주위 원형 실린더에 의한 산란 속도 포텐셜로 구성된다. 그리고 J, H, I, K 는 제1종 베셀함수, 제1종 헨켈함수, 제1종 수정 베셀함수, 제2종 수정 베셀함수를 나타내며 A_n^j, B_n^j 는 각 영역에서의 미지수이다.

각 영역 속도 포텐셜은 경계면에서의 연속조건과 법선방향속도가 서로 같다는 정합조건식을 만족해야 한다.

$$\phi_1 = \phi_2 \quad (13)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial r} = \frac{\partial \phi_2}{\partial r} \quad \text{on } r_j = a_j, 0 \leq \theta_j \leq 2\pi, 0 \leq z \leq d-h \quad (14)$$

식 (11)과 (12)를 식 (13)에 대입하고 양변에 $\cos(cz)$ 을 곱하여 $d-h$ 에서 0까지 적분하면 다음과 같은 대수방정식을 유도할 수 있다.

▶ 입사파 파수(Incident wave number)인 경우(k)

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[e^{ik(x \cos \beta + y \sin \beta)} J_n(k r_j) e^{i(2/\pi - \beta)n} \right] \int_0^{d-h} \left\{ \cos(cz) \frac{\cosh kz}{\cosh kd} \right\} dz + A_n^j \frac{H_n(k r_j)}{H_n'(k a_j)} + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{mq}^l \frac{J_n(k r_j)}{H_m'(k a_j)} \left[H_{m-n}(k R_{lj}) \times e^{i(m-n)\alpha_{lj}} \right] \quad (15)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{B_{n,0}^j}{2} \left(\frac{r_j}{a_j} \right)^{|n|} + \sum_{q=1}^{\infty} B_{n,q}^j \frac{I_n(c r_j)}{I_n(c a_j)} \right] \int_0^{d-h} \left\{ \cos(cz) \frac{\cosh kz}{\cosh kd} \right\} dz$$

▶ 국부파 파수(Evanescent wave number)인 경우(k_q)

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \left[A_{nq}^j \frac{K_n(k_q r_j)}{K_n'(k_q a_j)} + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{mq}^l \frac{I_n(k_q r_j)}{I_n'(k_q a_j)} K_{m-n} \right] \int_0^{d-h} \left\{ \cos(cz) \frac{\cosh k_q z}{\cosh k_q d} \right\} dz$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{B_{n,0}^j}{2} \left(\frac{r_j}{a_j} \right)^{|n|} \int_0^{d-h} \cos(cz) dz + \sum_{q=1}^{\infty} B_{n,q}^j \frac{I_n(c r_j)}{I_n(c a_j)} \int_0^{d-h} \{ \cos(cz) \}^2 dz \right] \quad (16)$$

법선방향속도가 서로 같다는 정합조건식 (14)를 이용하여 계산 영역 전체 수심($0 \leq z \leq d$)에서의 직교성(Orthogonal relation)을 만족하기 위해 적분을 수행하면 다음과 같다.

$$\int_0^d \frac{\partial \phi_1^j}{\partial r} \left\{ \frac{\cosh kz}{\cosh kd} \right\} dz = \int_0^{d-h} \frac{\partial \phi_2^j}{\partial r} \left\{ \frac{\cosh kz}{\cosh kd} \right\} dz + \int_{d-h}^d \frac{\partial \phi_1^j}{\partial r} \left\{ \frac{\cosh kz}{\cosh kd} \right\} dz \quad (17)$$

식 (15), (16)을 식 (17)에 대입하여 미지수 B_n^j 를 소거하면 미지수 A_n^j 에 대한 대수방정식을 얻을 수 있다.

▶ 입사파 파수인 경우(k)

$$\left[e^{ik(x \cos \beta + y \sin \beta)} J_n'(k a_j) k e^{i(2/\pi - \beta)n} + A_n^j \frac{H_n'(k a_j) k}{H_n'(k a_j)} \right] \int_0^d \left\{ \frac{\cosh kz}{\cosh kd} \right\}^2 dz + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{mq}^l \frac{J_n'(k a_j) k}{H_m'(k a_j)} H_{m-n}(k R_{lj}) \times e^{i(m-n)\alpha_{lj}} \quad (18)$$

$$= \frac{n}{a(d-h)} \left[e^{ik(x \cos \beta + y \sin \beta)} J_n(k a_j) e^{i(2/\pi - \beta)n} + A_n^j \frac{H_n(k a_j)}{H_n'(k a_j)} \right] + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{mq}^l \frac{J_n(k a_j)}{H_m'(k a_j)} H_{m-n}(k R_{lj}) \times e^{i(m-n)\alpha_{lj}} \times \int_0^{d-h} \left\{ \frac{\cosh kz}{\cosh kd} \right\} dz \int_0^{d-h} \left\{ \frac{\cosh kz}{\cosh kd} \right\} dz + \int_0^{d-h} \left\{ \cos(cz) \frac{\cosh kz}{\cosh kd} \right\} dz \times \int_0^{d-h} \left\{ \frac{\cosh kz}{\cosh kd} \cos(cz) \right\} dz \times \frac{1}{\int_0^{d-h} \{ \cos(cz) \}^2 dz}$$

$$\times \sum_{q=1}^{\infty} \frac{I_n'(c a_j) c}{I_n'(c a_j)} \left[e^{ik(x \cos \beta + y \sin \beta)} J_n(k a_j) e^{i(2/\pi - \beta)n} + A_n^j \frac{H_n(k a_j)}{H_n'(k a_j)} + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{mq}^l \frac{J_n(k a_j)}{H_m'(k a_j)} \right] \left[H_{m-n}(k R_{lj}) \times e^{i(m-n)\alpha_{lj}} \right] \quad (18)$$

식 (18)을 정리하면 다음과 같다.

$$A_n^j \left[k S_4 - \frac{|n|}{a_j(d-h)} S_1 \frac{H_n(k a_j)}{H_n'(k a_j)} - \frac{S_2}{S_3} \frac{H_n(k a_j)}{H_n'(k a_j)} \right] + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{mq}^l \frac{H_{m-n}(k R_{lj})}{H_m'(k a_j)} e^{i(m-n)\alpha_{lj}} \left[k J_n'(k a_j) S_4 - \frac{|n|}{a_j(d-h)} \left[S_1 J_n'(k a_j) - \frac{S_2}{S_3} J_n(k a_j) \right] \right] \quad (19)$$

$$= e^{ik(x \cos \beta + y \sin \beta)} e^{i(2/\pi - \beta)n} \left[k J_n'(k a_j) S_4 - \frac{|n|}{a_j(d-h)} S_1 J_n(k a_j) - \frac{S_2}{S_3} J_n(k a_j) \right]$$

여기서, $S_1 = \int_0^{d-h} \frac{\cosh kz}{\cosh kd} dz \int_0^{d-h} \frac{\cosh kz}{\cosh kd} dz$
 $S_2 = \int_0^{d-h} \left\{ \frac{\cosh kz}{\cosh kd} \cos(cz) \right\} dz \int_0^{d-h} \left\{ \frac{\cosh kz}{\cosh kd} \cos(cz) \right\} dz \times \sum_{q=1}^{\infty} \frac{I_n'(c a_j) c}{I_n'(c a_j)}$
 $S_3 = \int_0^{d-h} \{ \cos(cz) \}^2 dz$
 $S_4 = \int_0^d \left\{ \frac{\cosh kz}{\cosh kd} \right\}^2 dz$

식 (19)에 주어진 대수방정식을 수치적으로 풀기 위해 고유함수의 개수 m 을 $-M$ 부터 M 까지 $2M+1$ 개를 취하면 미지수의 개수는 $N(2M+1)$ 이다. 식 (19)를 풀어 미지수 A_n^j 을 수치적으로 구할 수 있으며 국부와 파수인 경우도 식 (18), (19)와 같은 방식으로 구할 수 있다. 구해진 미지수 A_n^j 를 식 (15), (16)에 대입하면 미지수 B_n^j 도 구할 수 있다.

구해진 미지수를 각 속도 포텐셜에 대입하여 각 영역에 대하여 적분하면 파강제력을 구할 수 있으며 j 번째 원형 실린더에 작용하는 전후동요, 좌우동요 그리고 상하동요 파강제력은 다음과 같다.

$$F_x^j = -i\rho\omega \int_{d-h}^d \int_0^{2\pi} \frac{-igH}{2\omega} (\phi_1^j) a_j \cos\theta d\theta dz \quad \text{on } r_j = a_j \quad (20)$$

$$F_y^j = -i\rho\omega \int_{d-h}^d \int_0^{2\pi} \frac{-igH}{2\omega} (\phi_1^j) a_j \sin\theta d\theta dz \quad \text{on } r_j = a_j \quad (21)$$

$$F_z^j = -i\rho\omega \int_0^{a_j} \int_0^{2\pi} \frac{-igH}{2\omega} (\phi_2^j) r_j d\theta dr \quad \text{on } z=d-h \quad (22)$$

여기서, ρ 는 물의 밀도를 나타낸다.

2.2 방사 문제(Radiation Problem)

방사문제인 경우 회절문제와는 다르게 입사파가 존재하지 않으므로 라플라스 방정식, 자유표면 경계조건, 바닥 경계조건, 방사조건을 만족하는 외부 유체영역($r \geq a, 0 \leq z \leq d$)과 라플라스 방정식, 바닥 경계조건, 그리고 물체 바닥 경계조건을 만족하는 N 개의 실린더 밑 유체영역($r \leq a, 0 \leq z \leq d-h$)의 속도 포텐셜은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi_1^j = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{i\theta_j n} \left[A_n^j \frac{H_n(kr_j)}{H_n(ka_j)} + \sum_{l=1}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{J_l(kr_j)}{H_l(ka_j)} H_{m-n}(kR_{lj}) \times e^{i(m-n)\alpha_{lj}} \right] \times \frac{\cosh kz}{\cosh kd}$$

$$+ \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{i\theta_j n} \sum_{q=1}^q \left[A_{nq}^j \frac{K_n(k_q r_j)}{K_n(k_q a_j)} + \sum_{l=1}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{I_l(k_q r_j)}{I_l(k_q a_j)} \frac{A_{mq}^l}{I_m(k_q a_j)} \right] \times \frac{\cos k_q z}{\cos k_q d} \quad (23)$$

where, $\omega^2 = gk \tanh(kd) = -gk_q \tan(k_q d)$

$$\phi_2^j = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{B_{n,0}^j}{2} \left(\frac{r_j}{a_j} \right)^{|n|} + \sum_{q=1}^q B_{n,q}^j \frac{I_n(\alpha_j)}{I_n(\alpha_j)} \cos cz \right] e^{i\theta_j n} + \psi_1^j(r, n, z)$$

where, $c = \frac{q\pi}{d-h}$

(24)

여기서, $\psi_1^j(r, n, z)$ 는 특별해(Particular solution)로서 비제차(Inhomogeneous) 경계조건을 만족하며 각 운동모드별(전후동요, 좌우동요, 상하동요, 횡동요, 종동요, 선수동요)로 나타내면 다음과 같다.

$$\psi_1^j(r, n, z) = \psi_2^j(r, n, z) = \psi_6^j(r, n, z) = 0 \quad (25)$$

$$\psi_3^j(r, n, z) = \frac{(1-n)}{2(d-h)} \left\{ z^2 - \frac{r^2}{2} \right\} \quad (26)$$

$$\psi_4^j(r, n, z) = \frac{nr}{2(d-h)} \left\{ z^2 - \frac{r^2}{4} \right\} + \frac{(1-n)y_j}{2(d-h)} \left\{ z^2 - \frac{r^2}{2} \right\} \quad (27)$$

$$\psi_5^j(r, n, z) = \frac{-nr}{2(d-h)} \left\{ z^2 - \frac{r^2}{4} \right\} + \frac{(1-n)x_j}{2(d-h)} \left\{ z^2 - \frac{r^2}{2} \right\} \quad (28)$$

미지수 A_n^j , B_n^j 는 각 영역 경계면에서의 속도 포텐셜 연속조건과 법선방향속도가 서로 같다는 정합조건식을 이용하면 앞에서 설명한 회절문제의 순서와 동일하게 수행하여 구할 수 있으며 구해진 미지수를 각 영역 속도 포텐셜에 대입하여 적분하면 부가질량과 파랑 감쇠계수는 다음과 같다.

$$\mu_{11}^j + i \frac{b_{11}^j}{\omega} = \rho \int_{d-h}^d \int_0^{2\pi} \{ \phi_1^j \} a_j \cos\theta d\theta dz \quad \text{on } r_j = a_j \quad (29)$$

$$\mu_{22}^j + i \frac{b_{22}^j}{\omega} = \rho \int_{d-h}^d \int_0^{2\pi} \{ \phi_1^j \} a_j \sin\theta d\theta dz \quad \text{on } r_j = a_j \quad (30)$$

$$\mu_{33}^j + i \frac{b_{33}^j}{\omega} = \rho \int_0^{a_j} \int_0^{2\pi} \{ \phi_2^j \} r_j dr d\theta \quad \text{on } z=d-h \quad (31)$$

여기서, μ , b 는 각 모드에서의 부가질량, 파랑 감쇠계수를 나타낸다.

3. 계산결과 및 고찰

원형 실린더 사이의 간격(S) 변화에 따른 파와 구조물간의 상호작용 영향을 알아보기 위해 5개의 원형 실린더를 Fig. 2 (a)에서와 같이 배열하였다. 또한, 실린더 개수(N)에 따른 파와 구조물간의 상호작용을 살펴보기 위해 5개의 원형 실린더 사이에 원형 실린더를 추가하여 Fig. 2 (b)에서와 같이 9개의 원형 실린더를 배열하였다.

우선, 부유식 원형 실린더들 사이의 간격(S) 변화에 따른 파와 구조물간의 상호작용 영향을 알아보기 위해 원형 실린더의 반지름(a)은 10m 이고 입사각(β)은 0° , 수심(d)은 200m, 흘수(h)는 40m로 고정하여 원형 실린더에 작용하는 전체 파강제력을 Fig. 3에 나타내었다. 가로축은 무차원화된 파수(ka)를 나타내고 있으며, 세로축은 전후동요, 상하동요인 경우 $\rho g a^2 H/2$ 로 무차원화된 파강제력을 종동요인 경우 $\rho g a^3 H/2$ 로 무차원화된 모멘트를 나타낸다. 원형 실린더 사이의 간격비(S/a)가 길어질수록 그림에서 주어진 파수범위내의 전후동요방향 파강제력 피크점 개수는 증가하며 초기 피크점 위치가 낮은 파수로 이동하고 최대 피크점의 파수가 서로 다른 것을 확인할 수 있다. 상하동요 방향인 경우 간격비가 길어질수록 초기 최소점이 점점 낮은 파수로 이동하고 초기 최소점 이후 다소 높게 증가하다 감소하여

Fig. 2 Definition sketch for array of floating circular cylinders

영으로 근접하는 경향이 있다. 중동요인 경우에는 간격비가 길어질수록 최대 피크점의 위치가 점차 낮은 파수로 이동하고 있다. 즉, 파와 구조물의 상호작용은 구조물간의 간격비와 입사파 파장(L)에 밀접한 관련이 있으며, 특히 전후동요방향인 경우 원형 실린더 사이의 간격비 변화에 큰 영향을 받는 것을 알 수 있다.

Fig. 4와 5는 각각 ρa^3 , ρa^5 그리고 $\rho \omega a^3$, $\rho \omega a^5$ 로 무차원화된 부가질량과 파랑 감쇠계수를 나타낸다. Fig. 4에서 부가질량은 간격비(S/a)가 증가할수록 전후동요의 최대 부가질량은 낮은 파수에서 나타나고 있으며 피크점의 개수도 증가하는 경향이 있다. 상하동요인 경우는 간격비가 증가할수록 최소점의 위치가 낮은 파수로 이동하고 단파로 갈수록 일정한 값을 나타내고 있다. 또한 간격비 변화에 따른 중동요 및 선수동요의 부가질량에서 간격비가 증가할수록 중동요 및 선수동요의 값은 간격비 증가와 더불어 같이 증가하고 있다. Fig. 5에서 전후동요방향의 파랑 감쇠계수는 간격비가 증가할수록 피크점의 개수가 증가하며 초기 피크점이

낮은 파수에서 나타나고, 상하동요인 경우 최대 파랑 감쇠계수 값은 점차 낮은 파수에서 감소하는 경향이 있는 것을 확인할 수 있다. 그리고 중동요의 최대 파랑 감쇠계수 값은 간격비가 증가할수록 낮은 파수에서 나타나고 있다. 본 연구의 수치계산 결과는 Fig. 3~5에서 볼 수 있듯이 전후동요, 상하동요에 대해 HOBEM (Choi, 2000)의 해석결과와 좋은 일치를 보여주고 있다.

Fig. 6은 5개의 원형실린더로 구성된 부유식 구조물에 대한 운동 RAO를 나타내고 있다. 세로축은 입사파의 진폭 $H/2$ 로 무차원화하여 절대값을 취하였다. 간격비가 증가할수록 전후동요의 초기 최소점의 위치가 낮은 파수로 이동하고 피크점의 개수도 증가하고 있다. 상하동요인 경우에는 간격비가 증가할수록 초기 최소점의 위치가 낮은 파수로 이동하고 이후 값이 증가하다가 영으로 근접하는 것을 알 수 있다.

다음은 부유식 원형 실린더개수(N) 변화에 따른 파와 구조물 간의 상호작용 영향을 조사하기 위해 Fig. 2의 (b)에서와 같이 각

Fig. 3 Non-dimensional total wave excitation force on the array of 5 cylinders with $a=10\text{m}$, $h=40\text{m}$, $d=200\text{m}$ and $\beta=0^\circ$ for different spacing (S/a) among floating cylinders.

Fig. 4 Non-dimensional total radiation added mass on the array of 5 cylinders with $a=10\text{m}$, $h=40\text{m}$, $d=200\text{m}$ and $\beta=0^\circ$ for different spacing (S/a) among floating cylinders.

실린더 사이에 원형 실린더를 추가하였으며 계산조건은 5개의 원형 실린더와 동일한 조건에서 수행하였다. Fig. 7에서 파강제력은 원형 실린더 사이의 간격비(S/a)가 길어질수록 전후동요의 피크점 개수는 증가하며 초기 피크점 위치가 낮은 파수로 이동하고 상하동요인 경우에는 최소점이 점점 낮은 파수로 이동하는 경향 등은 5개의 원형 실린더의 경우와 비슷하다. 하지만, 9개의 원형 실린더의 경우 전후동요의 파강제력 분포 패턴이 크게 달라졌으며 간격비가 줄어들수록 2번째 피크점 값이 1번째 피크점 값보다 작아지고 있는데 이것은 5개의 원형 실린더와는 다른 경향을 보여 주고 있다. 특히, $S/a=4$ 일때 전후동요 파강제력의 최대값이 $ka=1.3\sim 1.5$ 에 걸쳐 넓은 범위에 나타나고 있다. 상하동요와 전후동요를 비교해보면, 전후동요인 경우가 실린더 개수의 변화에 민감하게 반응하므로 5개의 원형 실린더와 9개의 원형 실린더 배열에서 1번 실린더와 중간실린더(3번 실린더 또는 5번 실린더)에 작용하는 전후동요 파강제력을 Fig. 8에 나타내 보았다. 파

수(ka)가 0.3미만일 경우에는 전 케이스에 변화가 없지만 단파장으로 갈수록 전후동요의 파강제력 분포가 크게 변화하고 있다. 특히, 실린더 개수가 증가 할수록 단파장에서 전후동요의 파강제력 변화가 심한 것을 확인할 수 있다. 즉, 파와 구조물의 상호작용은 원형 실린더의 개수가 증가할수록 단파장에서 파강제력의 변화가 크다는 것을 알 수 있다.

Fig. 9~12는 9개의 원형 실린더에 작용하는 무차원화된 부가 질량과 파랑 감쇠계수를 나타내고 있다. Fig. 9에서 간격비(S/a)가 증가할수록 전후동요의 부가질량은 피크점 개수가 증가하며 최대 피크값도 점점 낮은 파수에서 나타나고 상하동요의 부가 질량은 실린더 5개의 경우와 비슷한 경향을 보이고 있다. 이것은 상하동요인 경우 실린더 개수의 증가에 크게 영향을 받지 않는다는 것을 의미한다. 중동요, 선수동요인 경우에는 간격비가 증가할수록 5개의 원형실린더와 비슷하게 간격비가 증가할수록 중동요, 선수동요의 부가질량값도 증가하고 있다. Fig. 10에 5개의 원형 실린더와 9개의 원형 실린더에 대해 각 실린더

(a) Surge damping coefficient

(b) Heave damping coefficient

(c) Pitch damping coefficient

(d) Yaw damping coefficient

Fig. 5 Non-dimensional total radiation damping coefficient on the array of 5 cylinders with $a=10\text{m}$, $h=40\text{m}$, $d=200\text{m}$ and $\beta=0^\circ$ for different spacing (S/a) among floating cylinders.

(a) Surge RAO

(b) Heave RAO

Fig. 6 Non-dimensional RAO of the array of 5 cylinders with $a=10\text{m}$, $h=40\text{m}$, $d=200\text{m}$ and $\beta=0^\circ$ for different spacing (S/a) among floating cylinders.

(a) Surge force

(b) Heave force

(c) Pitch moment

Fig. 7 Non-dimensional total wave excitation force on the array of 9 cylinders with $a=10\text{m}$, $h=40\text{m}$, $d=200\text{m}$ and $\beta=0^\circ$ for different spacing (S/a) among floating cylinders.

(a) Cylinder 1

(b) Middle cylinder

Fig. 8 Non-dimensional wave excitation force on the respective cylinders with $a=10\text{m}$, $h=40\text{m}$, $d=200\text{m}$ and $\beta=0^\circ$ for different spacing (S/a) among floating cylinders.

에 작용하는 전후동요 부가질량을 비교해 보았다. 1번 실린더에 작용하는 전후동요 부가질량은 실린더 개수가 증가할수록 단파 지역에서 부가질량의 변화가 큰 것을 확인할 수 있다. 중간실린더는 9개의 원형 실린더 $S/a=4$ 일 때를 제외하고는 전체 계산 파수 범위에서 양의값(+)을 보이고 있다. 특히, 파수(ka)가 0.5인 경우 9개의 원형 실린더 $S/a=4$ 일 때 중간실린더는 최소의 전후동요 부가질량을 나타내지만 1번 실린더는 최대값을 보이고 있다. Fig. 11에서 5개의 원형실린더와 비교해 볼 때 전후동요의 파랑 감쇠계수는 전체 계산 파수 범위에서 파랑 감쇠계수 변화가 크나 상하동요의 파랑 감쇠계수 변화는 작은 것을 알 수 있다. 즉, 실린더 개수의 변화는 전후동요의 파랑 감쇠계수에는 큰 영향을 주지만 상하동요의 파랑 감쇠계수에는 크게 영향을 주지 못하는 것을 의미한다. Fig. 12에 각 원형 실린더에 작용하는 파랑 감쇠계수를 비교해 보았다. 1번 실린더인 경우 파수(ka)

(a) Surge added mass

(b) Heave added mass

(c) Pitch added mass

(d) Yaw added mass

Fig. 9 Non-dimensional total radiation added mass on the array of 9 cylinders with $a=10\text{m}$, $h=40\text{m}$, $d=200\text{m}$ and $\beta=0^\circ$ for different spacing (S/a) among floating cylinders.

(a) Cylinder 1

(b) Middle cylinder

Fig. 10 Non-dimensional radiation added mass on the respective cylinders with $a=10\text{m}$, $h=40\text{m}$, $d=200\text{m}$ and $\beta=0^\circ$ for different spacing (S/a) among floating cylinders.

(a) Surge damping coefficient

(b) Heave damping coefficient

(c) Pitch damping coefficient

(d) Yaw damping coefficient

Fig. 11 Non-dimensional total radiation damping coefficient on the array of 9 cylinders with $a=10\text{m}$, $h=40\text{m}$, $d=200\text{m}$ and $\beta=0^\circ$ for different spacing (S/a) among floating cylinders.

(a) Cylinder 1

(b) Middle cylinder

Fig. 12 Non-dimensional radiation damping coefficient on the respective cylinders with $a=10\text{m}$, $h=40\text{m}$, $d=200\text{m}$ and $\beta=0^\circ$ for different spacing (S/a) among floating cylinders.

가 0.42 전후의 다소 좁은 범위에서 9개의 원형 실린더 $S/a=4$ 일 때 음의값(-)을 나타내고 있으나, 중간실린더인 경우에는 음의 값의 범위가 다소 넓은 파수($0.5 \leq ka \leq 1.0$)에 걸쳐 나타나고 있다. 또한, Fig. 9와 11에서 알 수 있듯이 9개의 원형 실린더 경우에도 본 연구의 수치계산 결과는 전후동요, 상하동요에 대해 HOBEM(Choi, 2000)의 해석결과와 매우 좋은 일치치를 보이는데 이것은 본 수치해석의 높은 정확성과 신뢰성을 반영하고 있다.

9개의 원형실린더로 구성된 구조물에 작용하는 파강제력, 부가질량 그리고 파랑 감쇠계수를 바탕으로 운동 RAO를 구하여 Fig. 13에 나타내었다. 9개의 원형실린더로 구성된 구조물의 운동 RAO는 5개의 원형실린더로 구성된 구조물의 운동 RAO값과는 차이가 있지만 작용패턴은 비슷한 경향을 나타내고 있다.

Fig. 14는 각 케이스에서 중간에 위치하는 원형 실린더(3번 실린더 또는 5번 실린더)에 작용하는 파초오름(Wave run-up)을

(a) Surge RAO

(b) Heave RAO

Fig. 13 Non-dimensional RAO of the array of 9 cylinders with $a=10\text{m}$, $h=40\text{m}$, $d=200\text{m}$ and $\beta=0^\circ$ for different spacing (S/a) among floating cylinders.

(a) 5 cylinders

(b) 9 cylinders

Fig. 14 Non-dimensional wave run-up (η/H) on the middle cylinder with $a=10\text{m}$, $h=40\text{m}$, $d=200\text{m}$, $\beta=0^\circ$ and $ka=0.829$ for different spacing (S/a) among floating cylinders.

실린더 사이 간격비(S/a)의 변화에 따라 파수(ka)가 0.829, 입사각 (β)이 0° 인 경우에 대해 비교해 보았다. 세로축은 입사파의 파고 H 로 무차원화 되었다. 각각의 경우 입사파의 정면($\theta=180^\circ$)에서 최대 피크값을 나타내고 있지만, S/a 가 4인 경우 5개의 원형 실린더는 θ 가 120° 에서 240° 범위에 걸쳐 넓게 피크값을 가지고 있으며, 9개의 원형 실린더는 반대로 이 범위에서 파초오름이 점차 감소하여 θ 가 180° 에서 최소값을 보이고 있다. 또한, Fig. 8 (b)에서 알 수 있듯이 9개의 원형 실린더인 경우 S/a 가 4일 때 최소의 파력이 파수(ka) 0.829일 때 나타나고 있는데 이것은 파 초오름과 파력은 밀접한 상관관계가 있음을 나타내고 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 다수의 원형실린더로 구성되어 마치 하나의

강성구조체로 거동하는 초대형 부유식 구조물에서의 파와 구조물간의 상호작용에 대한 계산시간을 단축하기 위해 고유함수전개법을 이용하여 수치해석 프로그램을 개발하였다. 또한 개발된 수치해석 프로그램을 이용하여 부유식 원형실린더 배열에서 원형실린더 사이의 간격비(S/a)와 원형 실린더 개수(N)의 변화에 따른 파강제력, 부가질량, 파랑 감쇠계수 그리고 파처오름 등을 통해 파와 구조물간의 상호 작용을 살펴보았으며 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 파와 구조물의 상호작용은 원형 실린더 사이 간격비(S/a)와 입사파 파장(L)의 관계에 밀접한 관련이 있으며 특히, 전후동요인 경우 원형 실린더 사이의 간격비 변화에 큰 영향을 받는다.
- (2) 원형 실린더의 개수가 증가할수록 파와 구조물의 상호작용은 장파장에서는 미소하게 나타났으나 단파장에서는 파형 변화가 크게 나타난다.
- (3) 실린더 사이 간격비 및 실린더 개수의 변화는 부유식 원형실린더로 구성된 해양구조물인 경우 상하동요 모드에는 크게 영향을 주지 않는 것을 확인 할 수 있었다.
- (4) HOBEM(Choi, 2000)과의 수치해석 비교를 통해 본 연구의 수치계산 결과는 높은 정확성과 신뢰성을 나타내었다. 따라서 개발된 수치해석 프로그램은 다수의 원형실린더로 구성된 초대형 부유식 구조물에서의 파와 구조물간의 상호작용에 적용가능하다.
- (5) 하지만, 고유함수전개법은 수심이 낮아지면 국부모드(Evanescent mode)에서의 직교(Orthogonal relation)성을 만족하기 위해서는 많은 국부모드가 필요하다. 따라서 차후 수심에 따른 국부모드의 직교성에 대한 검토가 필요하다.

후 기

본 연구는 한국건설기술연구원의 주요사업인 “하이브리드 부유구조체 구조시스템 기술 개발” 과제를 통해 수행된 연구결과 중 일부임을 밝히며, 연구비 지원에 감사드립니다.

References

- Choi, Y.R., Hong, S.T., Choi, H.S., 2000. An Analysis of Second-order Wave Forces on Floating Bodies by Using a Higher-order Boundary Element Method. *Ocean Engineering*, 28, 117-138.
- Kagemoto, H., Yue, D.K.P., 1986. Interactions among Multiple Three-dimensional Bodies in Water Waves; An Exact Algebraic Method. *Journal of Fluid Mechanics*, 166, 189-209.
- Kim, M.H., 1993. Interaction of Waves with N Vertical Circular Cylinders. *Journal of Waterway Port Coastal and Ocean Engineering*, 119, 671-689.
- Linton, C.M., Evans, D.V., 1990. The Interaction of Waves with Arrays of Vertical Circular Cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 215, 549-569.
- Maniar, H.D., Newman, J.N., 1997. Wave Diffraction by a Long Array of Cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, 339, 309-330.
- McIver, P., 1984. Wave Forces on arrays of Floating bodies. *Journal of Engineering Mathematics*, 18, 273-285.
- McIver, P., Evans, D.V., 1984. Approximation of Wave Forces on Cylinder Arrays. *Applied Ocean Research*, 6, 101-107.
- Park, M.S., Koo, W.C., Choi, Y.R., 2010. Hydrodynamic Interaction with An Array of Porous Circular Cylinders. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 2, 146-154.
- Sarpkaya, T., Isaacson, M., 1981. *Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures*. Van Nostrand Reinhold, New York.
- Siddorn, P., Eatock Taylor, R., 2008. Diffraction and Independent Radiation by An Array of Floating Cylinders. *Ocean Engineering*, 35, 1289-1303.
- Spring B.H., Monkmeyer, P.L., 1974. Interaction of Plane Waves with Vertical Cylinders. *Proceeding of the Fourteenth Conference on Coastal Engineering*, Copenhagen Denmark, 107, 1828-1847.
- Williams, A.N., Abul-Azm, A.G., 1989. Hydrodynamic Interaction in Floating Cylinder Arrays; Part II-Wave Radiation. *Ocean Engineering*, 16, 217-264.
- Williams, A.N., Demirbilek, Z., 1988. Hydrodynamic Interaction in Floating Cylinder Arrays; Part I-Wave Scattering. *Ocean Engineering*, 15, 549-582.
- Williams, A.N., Rangappa, T., 1994. Approximate Hydrodynamic Analysis of Multi-column Ocean Structures. *Ocean Engineering*, 21, 519-573.
- Yilmaz, O., 1998. Hydrodynamic Interactions of Waves with Group of Truncated Vertical Cylinders. *Journal of Waterway Port Coastal and Ocean Engineering*, 124, 272-279.