RCS 계산을 위한 효율적인 IPO 계산 방법

Efficient Iterative Physical Optics(IPO) Algorithms for Calculation of RCS

이현수 · 정기환 · 채대영* · 고일석

Hyunsoo Lee · Ki-Hwan Jung · Dae-Young Chae* · Il-Suek Koh

요 약

IPO(Iterative Physical Optics) 방법은 대규모 물체의 산란파를 효과적으로 계산하는 고주파 근사 방법 중 하나인 PO(Physical Optics) 방법을 반복적으로 적용하는 계산방법이다. IPO 방법은 일차(first-order) PO 방법에서는 고려하지 못하는 다중 반사를 고려할 수 있어, 산란체 표면에 여기되는 전류의 정확도를 높일 수 있다. 그러므로 산란체의 RCS(Radar Cross Section)를 보다 정확하게 예측할 수 있다. 그러나 IPO 방법은 필요한 적분방정식을 정확하게 풀지 않아 수렴성에 문제가 생긴다. 그러므로 본 논문에서는 IPO 방법의 수렴성을 조절하기 위해, 행렬연산에 사용하는 Jacobi, Gauss-Seidel, SOR(Successive Over Relaxation) 그리고 Richardson 방법을 IPO 방법에 적용하였다. 그러므로 대규모 물체의 RCS 계산을 제안된 IPO 방법을 사용하여 효율적으로 계산할 수 있다. 또, 이들의 정확도를 시뮬레이션을 통해 검증하였다.

Abstract

The IPO(Iterative Physical Optics) method repeatedly applies the well-known PO(Physical Optics) approximation to calculate the scattered field by a large object. Thus, the IPO method can consider the multiple scattering in the object, which is ignored for the PO approximation. This kind of iteration can improve the final accuracy of the induced current on the scatterer, which can result in the enhancement of the accuracy of the RCS(Radar Cross Section) of the scatterer. Since the IPO method can not exactly but approximately solve the required integral equation, however, the convergence of the IPO solution can not be guaranteed. Hence, we apply the famous techniques used in the inversion of a matrix to the IPO method, which include Jacobi, Gauss-Seidel, SOR(Successive Over Relaxation) and Richardson methods. The proposed IPO methods can efficiently calculate the RCS of a large scatterer, and are numerically verified.

Key words: Iterative Method, PO, IPO, RCS

I. 서 론

대규모 물체의 RCS를 계산하는 다양한 방법들 가운데, PO 방법은 대표적인 고주파 근사방법으로, 입사파에 의해 여기된(induced) 산란체 위의 표면전류를 예측하고, 이를 기반으로 물체의 산란파를 계산하는 방법이다. 일반적

으로, 최종 산란파의 정확도는 예측된 표면 전류의 정확도에 비례한다. PO 방법은 산란체 사이의 다중 반사를 무시하여 정확도에 한계를 갖는다. 그러므로 IPO 방법을 이용하여 다중 반사를 고려하여, PO 방법의 정확도를 높일 수 있다. 본 논문에서는 임의의 물체 구조를 고려하기 위해, 산란체의 표면을 작은 삼각형 평면들로 분할한다^[1].

「이 연구는 국방과학연구소의 연구비의 지원으로 연구되었음(계약번호: UD120074FD).」

인하대학교 전자공학과(Department of Electronic Engineering, Inha University)

*국방과학연구소(Agency for Defense Development)

• Manuscript received February 5, 2014 ; Revised March 18, 2014 ; Accepted April 11, 2014. (ID No. 20140205-020)

• Corresponding Author: Il-Suek Koh (e-mail: ikoh@inha.ac.kr)

각 삼각형 표면에 여기되는 전류는 IPO 방법에 의해 계산할 수 있고, 이를 통하여 산란파를 계산한다^[2]. 본 논문에서는 대규모 금속 물체(conducting body)의 산란을 고려한다.

적분방정식의 한 종류인 MFIE(Magnetic Field Integral Equation)에 기반하는 IPO 방법은 표면 전류의 초기 값을 PO 방법에 의한 표면전류 $\vec{J}_{po}$ 로 가정한다. $\vec{J}_{po}$ 는 입사파, 물체의 형태(geometry)와 PO 근사법을 이용하여 쉽게 계산할 수 있다. PO 근사법은 입사파가 존재하지 않는 영역을 음영지역(shadow boundary)라 하여, 그 지역의 표면 전류를 0으로 가정하는 근사법이다. IPO 방법은 이렇게 예측된 $\vec{J}_{po}$ 를, MFIE를 이용하여 반복적으로 표면 전류 사이의 상호작용(interaction)을 예측하여 표면 전류의 정확도를 높이는 방법이다. 그러므로 PO 방법의 주된 단점인 다중 반사 효과를 효율적으로 보완할 수 있다. IPO 방법에서 사용하는 반복법은 행렬 연산에서 사용하는 선형 반복법(Linear Iteration)과 비슷하다^[3].

본 논문에서는 행렬연산에서 사용하는 선형반복법 중에서 Jacobi, Gauss-Seidel, SOR(Successive Over Relaxation) 그리고 Richardson 반복법을 사용한다. II 장에서는 IPO 방법을 소개하고, III 장에서는 제안된 반복법을 공식화한다. IV 장에서는 제안된 방법을 다양한 물체에 적용하여 각 방법을 비교하였다. 본 논문에서는 $e^{j\omega t}$ 를 가정한다.

II. IPO 알고리즘

그림 1과 같이 만약 산란체의 크기가 크고, 표면이 충분히 부드러우면(smooth) 표면은 국소적으로 무한 평면으로 간주할 수 있다. 따라서 PEC 표면 위의 전체 전자기파는 입사파와 반사파의 합으로 근사할 수 있다. 그러므로 표면 전류는 다음과 같이 표현할 수 있다^{[4]~[6]}.

그림 1. 조명 영역과 그림자 영역
Fig. 1. Lit region and shadow region.

$$\vec{J}_e \approx \hat{n} \times (\vec{H}^i + \vec{H}^r) \quad (1)$$

여기서 $\vec{H}^r$ 는 반사 자계, $\vec{J}_e$ 는 표면전류, $\hat{n}$ 은 표면 밖으로 향하는 단위 법선 벡터(unit normal vector)이다. 표면 전류는 오직 입사파가 존재하는 조명 영역(lit region)에서만 존재하고, 음영 영역(shadow region)에서는 0으로 간주된다. PO 근사법을 사용하면, 식 (1)은 PEC 표면 위에서 다음과 같이 근사화된다.

$$\vec{J}_{po} = \begin{cases} 2\hat{n} \times \vec{H}^i, & \text{lit regions} \\ 0, & \text{shadow regions} \end{cases} \quad (2)$$

IPO 방법은 식 (2)와 같이 예측된 일차 PO 전류의 정확도를 높이기 위해 다음과 같은 MFIE를 사용한다.

$$\vec{J}(\vec{r}) = 2\hat{n}(\vec{r}) \times \vec{H}^i(\vec{r}) - \frac{1}{2\pi} \iint_{s-\delta s} \hat{n}(\vec{r}) \times [(\vec{r} - \vec{r}') \times \vec{J}(\vec{r}')] [1 + jk_0 r] \frac{e^{-jk_0 r}}{r^3} d\vec{r}' \quad (3)$$

여기서 $\vec{r}$ 은 관측점의 위치벡터이고, $\vec{r}'$ 은 표면 전류의 위치벡터이다. k_0 는 자유공간의 파수(wave number)이다. 식 (3)의 적분은 Cauchy's principle value이다. IPO 방법은 $\vec{J}$ 를 다음과 같은 반복법을 이용하여 예측하는 방법이다.

$$\vec{J}_0(\vec{r}) = 2\hat{n}(\vec{r}) \times \vec{H}^i(\vec{r}) = \vec{J}_{po} \quad (4)$$

$$\vec{J}_n(\vec{r}) = \vec{J}_{n-1}(\vec{r}) - \frac{1}{2\pi} \iint_{s-\delta s} \hat{n}(\vec{r}) \times [(\vec{r} - \vec{r}') \times \vec{J}_{n-1}(\vec{r}')] [1 + jk_0 r] \frac{e^{-jk_0 r}}{r^3} d\vec{r}' \quad (5)$$

여기서 초기 값 $\vec{J}_0$ 은 PO 방법에 의한 $\vec{J}_{po}$ 와 같다. 식 (5)의 수렴은 산란체의 크기가 작은 경우 보장된다. 즉, 산란체의 크기가 매우 큰 경우, $n \rightarrow \infty$ 일 때 $\vec{J}_n$ 은 일반적으로 발산한다. 그러므로 전류의 크기가 first local minimum에 이르면 반복절차를 멈춰야 한다.

식 (4)~(5)를 이용하여 표면전류를 계산하고, 원거리(far-field)에서 산란파는 헤르츠 벡터(Hertz vector)를 이용하여 계산할 수 있다. 헤르츠 벡터는 다음과 같다.

$$\vec{\Pi}_e(\vec{r}) \sim -\frac{jZ_0}{4\pi k_0} \frac{e^{jk_0 r}}{r} \int_s \vec{J}(\vec{r}') e^{-jk_0 \hat{r} \cdot \vec{r}'} d\vec{s}' \quad (6)$$

여기서 Z_0 는 자유공간 상의 특성 임피던스이다. 산란파의 전개는 다음과 같다.

$$\vec{E}^s \sim -k_0^2 \hat{r} \times \hat{r} \times \vec{\Pi}_e \quad (7)$$

산란행렬(scattering matrix)은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} E_h^s \\ E_v^s \end{bmatrix} \sim \frac{e^{jk_0 r}}{r} \begin{bmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_h^s \\ E_v^s \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서 하첨자 h 는 h-pol.을, 하첨자 v 는 v-pol.을 각각 의미한다. 최종적으로 RCS는 다음과 같다.

$$\sigma_{mn} = 4\pi |S_{mn}|^2 \quad (9)$$

여기서 m, n 은 h 또는 v 를 나타낸다.

III. IPO 반복법

식 (4)~(5)는 행렬방정식 선형반복법 중 Jacobi 반복법과 형태가 같다. Jacobi 반복법의 수렴성을 개선하기 위한 여러 방법이 제안되었다^{[3],[7],[8]}. 그 중 널리 사용하는 3가지 반복법, Gauss-Seidel, SOR(Successive Overrelaxation) 그리고 Richardson 반복법을 본 논문에서 고려한다.

식 (3)은 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{J}(\vec{r}) = \vec{J}_0(\vec{r}) - L_1[\vec{J}(\vec{r})] \quad (10)$$

$$[I + L_1]\vec{J}(\vec{r}) = L\vec{J}(\vec{r}) = \vec{J}_0(\vec{r}) \quad (11)$$

여기서 I 는 항등행렬을, L_1 은 식 (3)의 적분연산자(integral operator)이다. 그리고 $L = I + L_1$ 이다.

행렬 L 을 대각 행렬(W)과 비대각 행렬(R)로 나누면 $L = W - R$ 이 되고, 식 (11)은 다음과 같이 표현된다.

$$W\vec{J}(\vec{r}) = \vec{J}(\vec{r}) = R\vec{J}(\vec{r}) + \vec{J}_0(\vec{r}) \quad (12)$$

MFIE에서는 $W = I$ 이다. 식 (12)에서 $\vec{J}$ 를 계산하기 위해 Jacobi 반복법을 사용하면 다음과 같이 표현된다^[3].

$$\begin{aligned} \vec{J}^{m+1} - \vec{J}^m &= \Delta \vec{J}^{m+1} \\ &= R(\vec{J}^m - \vec{J}^{m-1}) = R\Delta \vec{J}^m \end{aligned} \quad (13)$$

Gauss-Seidel 반복법은 Jacobi 반복법과 매우 유사하다. 행렬 L 을 대각 행렬과 하부 삼각 행렬(E), 상부 삼각 행렬(F)로 나눈다. 즉, $L = W - E - F$ 이다. 그러므로 식 (11)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$(W - E)\vec{J}(\vec{r}) = F\vec{J}(\vec{r}) + \vec{J}_0(\vec{r}) \quad (14)$$

그러므로 Gauss-Seidel 반복법은 다음과 같다.

$$(W - E)\Delta \vec{J}^{m+1} = F\vec{J}^m \quad (15)$$

Gauss-Seidel 반복법의 수렴 조건은 Jacobi 반복법과 같으나, 수렴, 발산 속도가 Jacobi 반복법의 2배가 된다^[3]. 즉, 수렴시 Jacobi 반복법보다 효율적으로 $\vec{J}$ 를 구할 수 있다.

SOR 반복법은 이완법(relaxation method) 중 하나이며, 수렴 속도를 개선시키기 위해 Gauss-Seidel 반복법을 수정한 방법이다. SOR 반복법은 다음과 같다.

$$\Delta \vec{J}^{m+1} = \bar{w} \Delta \vec{J}^m (GS) - (\bar{w} - 1) \Delta \vec{J}^m \quad (16)$$

여기서 GS는 Gauss-Seidel 반복법 결과이고, $\bar{w}$ 는 가중치이다. $\bar{w} = 1$ 이면 식 (16)은 Gauss-Seidel 반복법과 같다. $\bar{w}$ 를 조절하여 수렴 속도를 개선할 수 있다^[3].

SOR 반복법은 가능한 수렴 속도를 빠르게 하는 점에 중점을 둔 반복법이다. 그러나 본 연구에서 고려하는 거대 산란체인 경우 IPO 방법은 거의 모든 경우 발산한다. 그러므로 수렴성을 빨리 하는 것보다 향상된 해(improved solution)에 느리더라도 접근하는 것이 중요하다. Richardson 반복법은 수렴성을 늦출 수 있어, 본 연구의 IPO 방법의 최종 표면전류의 정확도를 향상시킬 수 있는 방법이다. Richardson 반복법은 다음과 같이 표현이 가능하다. SOR 반복법과 같이 $\bar{w}$ 를 조절하여 수렴 속도를 개선할 수 있다^[3].

$$\vec{J}^{m+1} = \vec{J}^m + \bar{w}(\vec{J}_0 - L\vec{J}^m) \quad (17)$$

$$\Delta \vec{J}^{m+1} = \Delta \vec{J}^m - \bar{w}L\Delta \vec{J}^m \quad (18)$$

IV. 시뮬레이션 결과

제안된 IPO 방법의 정확성을 검증하기 위해, 다양한

(a) 수평 편파

(a) h-pol

(b) 수직 편파

(b) v-pol

그림 2. PO, IPO 그리고 해석적인 해의 모노스테틱 RCS 계산 결과

Fig. 2. Results for monostatic RCS calculated by using PO, IPO and analytical solution.

물체들의 RCS를 계산하였다. 첫 번째 시뮬레이션으로 2개의 정사각형 PEC 평판으로 이루어진 코너 리플렉터(dihedral reflector)의 모노스테틱 RCS 결과를 알려진 해석해와 비교하였다^[9]. 그림 2에서 코너 리플렉터 정사각형 한 면의 크기는 $2.5 \lambda \times 2.5 \lambda$ 이고, 두께는 0.1λ 로 두었다. 모든 시뮬레이션에서 주파수는 300 MHz로 가정한다.

그림 2의 (a)와 (b)는 모노스테틱 RCS를 알려진 수식과 제안된 IPO 방법으로 계산한 결과를 비교한 것이다. 예측

그림 3. 4가지 반복법을 사용한 IPO의 바이스테틱 RCS (수평 편파) 계산 결과

Fig. 3. Results for bistatic RCS(h-pol) of IPO methods.

한 바와 같이, 다중 반사를 고려하지 않는 일차 PO 방법에 비해 IPO 방법의 정확도는 매우 높음을 알 수 있다. 이 경우 Jacobi 반복법이 사용되었다.

다음은 코너 리플렉터에 입사파가 비스듬히 입사하는 경우(oblique incidence)이다. 코너 리플렉터의 각 평면의 크기는 $6 \lambda \times 6 \lambda$, 두께는 0.1λ 이고, 이 경우만 주파수가 9.8 GHz이다. 입사각은 $\theta_i = 90^\circ$, $\phi_i = 0^\circ$ 이다. 그림 3은 S_{hh} 의 바이스테틱 결과를 보여준다. 측정라인(observation line)은 입사파를 포함하는 평면이다. 그림 3에서 보듯이, 제안된 방법은 모두 비슷한 결과를 보여준다. SOR 반복법과 Richardson 반복법의 가중치는 1.2이다.

SOR 반복법의 수렴 속도는 4가지 방법들 중에서 가장 빠르고, Richardson 반복법의 수렴 속도가 가장 느리다. SOR 반복법의 경우, 측정 각도마다 약 2번의 반복 과정을, Richardson 반복법의 경우는 4번의 반복과정을 가진다. 그리고 Jacobi 반복법은 Richardson 반복법과 마찬가지로 약 4번의 반복과정을 가진다. Gauss-Seidel 반복법은 SOR 반복법과 같이 약 2번의 반복과정을 가진다.

다음은 그림 4와 같은 입체적인 산란체를 고려한다. PO 방법과 IPO 방법을 이용하여 바이스테틱 RCS 결과를 비교하였다. 여기서 IPO는 Jacobi, Gauss-Seidel, SOR 반복법을 사용하였다. 두 상자의 크기는 위의 작은 상자가 16

(a) 수직 편파

(a) v-pol

(b) 수평 편파

(b) h-pol

그림 4. PO와 여러 가지 반복법을 사용한 IPO의 바이스테틱 RCS 계산 결과

Fig. 4. Results for bistatic RCS(h-pol) calculated by using PO and IPO methods.

$\times 16 \times 16$ 이고, 아래의 큰 상자가 $40 \times 40 \times 40$ [m³]이다. 입사각은 $\theta_i = 45^\circ$ 이다. 측정 라인(observation line)은 입

사파를 포함하는 평면이다.

시뮬레이션 결과, $\theta_s = -135^\circ, -45^\circ, 45^\circ, 135^\circ$ 근방에서 최댓값이 나타나는데, 각각 forward scattering, 윗면에 의한 반사파, 코너에 의한 backscattering 그리고 옆면에 의한 반사파를 의미한다.

그림 4에서 보듯이, backscattering 부분에서 PO 방법은 큰 차이를 보인다. 그러나 여러 IPO 방법의 정확도는 매우 비슷함을 알 수 있다. 단, Gauss-Seidel 반복법인 경우, 그림 3, 4에서 보듯이 전반적으로 부엽(side-lobe)의 크기가 다른 방법에 비해 큼을 알 수 있다. 즉, Gauss-Seidel 반복법의 발산 속도가 빠름을 알 수 있다. 그러므로 SOR 방법의 가중치는 0.1과 0.16을 사용하여 수렴 속도를 줄였다. 일반적으로 Gauss-Seidel 반복법은 반복 횟수가 작은 경우가 아닌, 큰 경우에는 적용할 수 없다. 그러므로 SOR 반복법 또한 Gauss-Seidel 반복법과 같이 반복 횟수가 적은 경우에 사용할 수 있다.

V. 결 론

대규모 물체의 RCS를 계산하는 데 있어서, 고주파 기법(high-frequency technique)인 1차 PO 방법은 full-wave analysis에 비하여 빠른 결과를 준다. 그러나 다중 반사를 고려하지 못해 다중 반사가 존재하는 구조 해석에는 정확도가 떨어지는 단점이 있다. IPO 방법은 이러한 1차 PO 방법의 단점을 개선할 수 있는 방법이나, 수렴성에 문제를 가지고 있다. 본 논문에서는 4가지 IPO 반복법을 행렬 연산에서 널리 사용하는 Jacobi, Gauss-Seidel, SOR 그리고 Richardson 반복법을 적용하여 제안하였다.

Jacobi 방법은 일반적으로 사용하는 IPO 방법이다. Gauss-Seidel 반복법은 Jacobi 반복법에 비해 수렴 속도는 빠르나, IPO 방법 같이 발산하는 경우, 발산 속도가 빠르기 때문에 크기가 작은 산란체의 경우에만 사용이 가능하다. 이의 단점을 보완하기 위해서 SOR 방법을 사용하였다. 이 방법은 가중치를 조절하여 수렴 속도를 조절할 수 있기 때문에^[3], Gauss-Seidel 반복법이 발산하는 경우에도 사용이 가능하다. 그러나 Gauss-Seidel 반복법을 기반으로 공식화되어 Gauss-Seidel 반복법에 비해 적용 범위가 제한적으로 늘어난다. 마지막으로 수렴 속도를 줄여 IPO 방법

의 수렴성을 개선한 Richardson 방법은 느리게 수렴하나, 가중치를 조절하여 수렴성을 보장할 수 있다^[3]. 그러므로 마지막 해의 정확도는 매우 높다. 제안된 방법은 3가지 경우에 대해 비교하였다.

References

- [1] W. C. Gibson, *The Method of Moments in Electromagnetics*, CRC Press, 2007.
- [2] 고일석, 박창현, 선웅, "IPO(Iterative PO)를 이용한 Ka 대역 Von Karman Radome 방사 특성 해석", 한국전자과학회논문지, 22(12), pp. 1148-1154, 2011년 12월.
- [3] A. Greenbaum, *Iterative Methods for Solving Linear Systems(Frontiers in Applied Mathematics)*, Society for Industrial Mathematics, Philadelphia, 1987.
- [4] F. Obelleiro, J. L. Rodriguez, and R. J. Bulkholder, "An iterative physical optics approach for analyzing the electromagnetic scattering by large open-ended cavities", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 43, no. 4, pp. 356-

361, Apr. 1995.

- [5] R. J. Bulkholder, C. Tokgoz, C. J. Reddy, and P. H. Pathak, "Iterative physical optics: Its not just for cavities anymore", *Proc. IEEE Antennas and Propag. Soc. Int. Symp.*, vol. 1A, pp. 18-21, Jul. 2005.
- [6] R. J. Bulkholder, "Forward-backward iterative physical optics algorithm for computing the RCS of open-ended cavities", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 53, no. 2, pp. 793-799, Feb. 2005.
- [7] S. C. Chapra, *Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists*, McGraw Hill, pp. 284-290, 2008.
- [8] Y. Saad, *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*, SIAM, pp. 424-435, 2003.
- [9] E. F. Knott, "RCS reduction of dihedral corners", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 25, no. 3, pp. 406-409, May 1977.

이 현 수

2012년 8월: 인하대학교 전자공학과 (공학사)
2012년 9월~현재: 인하대학교 전자공학과 석사과정
[주 관심분야] 마이크로파 수치해석, 전자파 산란 계산

채 대 영

2006년 2월: 성균관대학교 전자공학과 (공학사)
2008년 2월: 포항공과대학교 전자전기공학과 (공학석사)
2008년 2월~현재: 국방과학연구소 연구원
[주 관심분야] 레이더 신호처리, 레이더 표적 식별

정 기 환

2013년 2월: 인하대학교 전자공학과 (공학사)
2013년 3월~현재: 인하대학교 전자공학과 석사과정
[주 관심분야] 마이크로파 수치해석, 전자파 산란 계산

고 일 석

1992년 2월: 연세대학교 전자공학과 (공학사)
1994년 2월: 연세대학교 전자공학과 (공학석사)
1996년 4월: LG전자 연구원
2004년 3월~2010년 3월: 인하대학교 정보통신대학원 교수
2010년 4월~현재: 인하대학교 전자공학과 교수
[주 관심분야] Theoretical Electromagnetics, Numerical Analysis, Channel Modeling