델타 연산자를 이용한 관측기 기반 출력 궤환 퍼지 제어기의 디지털 재설계

Intelligent Digital Redesign of Observer-Based Output-Feedback Fuzzy Controller Using Delta Operator

문지현* · 이호재* · 김도완**

Ji Hyun Moon, Ho Jae Lee*, and Do Wan Kim

*인하대학교 전자공학부, **한밭대학교 전기공학과

* School of Electronic Engineering, Inha University

요 약

본 논문은 미리 설계된 타카기-수게노 퍼지 모델 기반 아날로그 제어기를 상태 정합의 의미에서 등가인 샘플치 제어기로 효율적으로 변환하기 위해, 관측기 기반 출력 궤환 퍼지 제어기에 대한 지능형 디지털 재설계 기법을 제안한다. 아날로그 제어 시스템과 샘플치 제어 시스템 사이의 접근적 연관성을 위해 델타 연산자를 사용한다. 지능형 디지털 재설계 문제는 정합될 선형 연산자 간의 norm의 거리를 최소화하는 문제로 생각한다. 제어기 설계 조건은 선형행렬부등식의 형태로 유도되며, 디지털 재설계시 관측기와 제어기에 대한 분리 설계 조건이 만족함을 보인다.

키워드 : 지능형 디지털 재설계, 타카기-수게노 퍼지 시스템, 델타 연산자, 관측기 기반 출력 궤환 퍼지 제어기, 선형행렬 부등식

Abstract

This paper addresses an intelligent digital redesign (IDR) technique for observer-based output-feedback control systems, in order to efficiently convert a pre-designed Takagi-Sugeno fuzzy model-based analog controller into a sampled-data one in the sense of state matching. A delta operator is used to get an asymptotic relation between the analog and the sampled-data control systems. The IDR problem is viewed as a minimization problem of the norm distances between linear operator to be matched. The condition is represented as linear matrix inequalities, and the separation principle on the IDR is shown.

Key Words : Intelligent digital redesign (IDR), Takagi-Sugeno fuzzy system, delta-operator, fuzzy observer-based control, linear matrix inequality.

1. 서 론

샘플치 제어기를 효율적으로 설계하는 기법인 디지털 재설계는 아날로그 모델에 기반하여 잘 설계된 아날로그 제어기의 제어성능을 유지하도록 등가의 샘플치 제어기로 변환하는 기법이다. 디지털 재설계는 아날로그

제어 시스템과 재설계된 샘플치 제어 시스템의 상태 정합과 샘플치 제어 시스템의 안정도 보장이라는 두가지 조건을 만족해야 한다. 이 문제는 Kuo에 의해 처음으로 제안되었으며[1], Shieh에 의하여 많은 발전을 이루었다[2]. 특히, Joo는 비선형 플랜트를 타카기-수게노(Takagi-Sugeno: T-S) 퍼지 모델로 변환하고, 이 모델에 디지털 재설계 기법을 적용시켜 지능형 디지털 재설계 기법 (Intelligent Digital Redesign: IDR)을 개발하였다[3]. Chang은 불확실 비선형 시스템에 적용 가능하도록 지능형 강인 디지털 재설계 기법을 연구하였으며 개선했다[4]. 그러나 기존의 연구결과들은 전상태 궤환 제어기 설계에 국한되었으며 실제로 시스템의 모든 상태 변수를 측정하는 것은 매우 어려운 일이며 경제적이지 않다. Lee는 이러한 점들을 개선하고자 관측기 기반 출력 궤환 퍼지 제어기의 지능형 디지털 재설계 기법을 제안하였다[5].

재설계된 샘플치 제어기의 상태 정합 성능을 개선하려면, 샘플링 주기 $T \in \mathbb{R}_{>0}$ 를 감소시키는 것이 일반적이나 참고 문헌 [6]에 보고된 수치적 최적화 기반 디지털 재설계 기법

접수일자: 2012년 6월 29일

심사(수정)일자: 2012년 11월 26일

게재확정일자: 2012년 12월 10일

* Corresponding author

이 논문은 인하대학교의 지원과 2011년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (2012-0003290).

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

에는 응용에 따라서 적절치 않을 수 있다. 그 이유는 이동 연산자에 기반한 이산시간 모델과 연속시간 모델은 점근적 관계성이 존재하지 않아 이동 연산자를 이용한 수치적 최적화 기반 디지털 재설계 기법은 샘플링 주기의 감소에 대한 수치적 안정성을 보장하지 않기 때문이다[7]. 따라서 재설계된 샘플치 제어 이득이 아날로그 제어 이득으로의 수렴이 보장되지 않는다.

본 논문에서는 앞에서 언급된 문제점을 해결하기 위해 델타 연산자 $\delta f(t) = (f(t+T) - f(t))/T$ 를 이용한 관측기 기반 출력 제한 샘플치 퍼지 제어기의 지능형 디지털 재설계 기법을 제시한다. 제안된 지능형 디지털 재설계 기법은 선형행렬부등식의 형태로 표현되며 독립 원리를 보인다. 샘플링 주기가 감소함에 따라 재설계된 샘플치 제어기가 미리 설계된 아날로그 제어기의 성능으로 회복됨을 모의 실험을 통해 검증한다.

2. 퍼지 시스템

다음의 T-S 퍼지 시스템을 고려하자.

R^i : IF z_1 is about Γ_1^i and $\dots$ and z_p is about Γ_p^i

THEN $\begin{cases} \dot{x}_c = A_i x_c + B_i u_c \\ y_c = C_i x_c \end{cases}$

여기서 $x \in \mathbb{R}^n$ 는 상태 변수; $u \in \mathbb{R}^m$ 는 제어 입력이다. 첨자 c 는 아날로그 제어를 의미한다. z_j , $j \in \mathcal{J}_p$ 는 x 에서 사상된 전반부 변수이다. Γ_j^i 는 i 번째 규칙에서 j 번째 전반부 변수의 퍼지 집합이다. 싱글톤 퍼지화, 곱셈 추론, 중심값 평균 비퍼지화를 사용하여 전역 동특성은 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{cases} \dot{x}_c = \sum_{i=1}^r \theta_i (A_i x_c + B_i u_c) \\ y_c = \sum_{i=1}^r \theta_i C_i x_c \end{cases} \quad (1)$$

여기서

$$\theta_i := \frac{\prod_{j=1}^p \Gamma_j^i(z_j)}{\sum_{i=1}^r (\prod_{j=1}^p \Gamma_j^i(z_j))}$$

이며 $\Gamma_{ij}(z_j)$ 는 j 번째 전반부 변수 z_j 의 퍼지집합 Γ_j^i 에 대한 소속도를 나타낸다.

시스템 (1)에서의 모든 상태 변수들이 측정가능한 것은 아니라고 가정한다. 따라서 (1)의 제어를 위하여 다음의 관측기 기반 출력 제한 아날로그 퍼지 제어기가 미리 설계되었다고 가정하자.

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_c = \sum_{i=1}^r \theta_i (A_i \hat{x}_c + B_i u_c + L_c^i (y_c - \hat{y}_c)) \\ \hat{y}_c = \sum_{i=1}^r \theta_i C_i \hat{x}_c \\ u_c = \sum_{i=1}^r \theta_i K_c^i \hat{x}_c \end{cases} \quad (2)$$

관측기에 의하여 추정된 상태 변수 오차를 $e_c = x_c - \hat{x}_c$ 라 하면, (2)를 포함한 (1)의 확장된 페루프 시스템을 다음과 같이 구성할 수 있다.

$$\dot{\chi}_c = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \theta_i \theta_j \begin{bmatrix} A_i + B_i K_c^j & -B_i K_c^j \\ 0 & A_i - L_c^j C_j \end{bmatrix} \chi_c \quad (3)$$

여기서 $\chi_c = \text{col}\{x_c, e_c\}$ 이다.

샘플치 제어를 도입한 T-S 퍼지 시스템은 다음과 같다.

$$\begin{cases} \dot{x}_d = \sum_{i=1}^r \theta_i(t) (A_i x_d(t) + B_i u_d(kT)) \\ y_d(kT) = \sum_{i=1}^r \theta_i(kT) C_i x_d(kT) \end{cases} \quad (4)$$

여기서 첨자 d 는 샘플치 제어를 의미한다. 제어 입력 $u_d(kT)$ 은 시간구간 $[kT, kT+T)$, $k \in \mathbb{Z}_{>0}$ 에서 결정되어야 할 상수값이다. 본 논문에서는 디지털 재설계의 상태 정합은 샘플링 순간에서만 고려할 것이며, 이를 위하여 퍼지 시스템을 이산화하여 다루는 것이 편리하다.

가정 1([8,9]): 충분히 작은 $T \in \mathbb{R}_{>0}$ 를 선정하면 $t \in [kT, kT+T)$ 에 대해 $\theta_i(z(t)) = \theta_i(z(kT))$ 를 만족한다.

가정 1에 의하여 (4)의 이산화된 동특성은 다음과 같이 근사화된다[10].

$$\begin{cases} x_d(kT+T) = \sum_{i=1}^r \theta_i(z(kT)) (G_i x_d(kT) + H_i u_d(kT)) \\ y_d(kT) = \sum_{i=1}^r \theta_i(z(kT)) C_i x_d(kT) \end{cases} \quad (5)$$

여기서 $G_i = \exp(A_i T)$, $H_i = (G_i - I) A_i^{-1} B_i$ 이다.

아래의 이산시간 퍼지 관측기를 고려하자.

$$\begin{cases} \hat{x}_d(kT+T) = \sum_{i=1}^r \theta_i(z(kT)) (G_i \hat{x}_d(kT) + H_i u_d(t) + L_d^i (y_d(kT) - \hat{y}_d(kT))) \\ \hat{y}_d(kT) = \sum_{i=1}^r \theta_i(z(kT)) C_i \hat{x}_d(kT) \end{cases} \quad (6)$$

시간구간 $t = [kT, kT+T)$ 에서 유효한 재설계된 관측기 기반 출력 제한 샘플치 퍼지 제어기의 형태를 다음과 같이 설정하자.

$$u_d(t) = \sum_{i=1}^r \theta_i(z(kT)) (K_d^i \hat{x}_d(kT) + F_d^i y_d(kT)) \quad (7)$$

상태 추정 오차를 $e_d(kT) = x_d(kT) - \hat{x}_d(kT)$ 라 하면, (6)과 (7)로 구성되는 (5)의 확장된 페루프 시스템은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \chi_d(kT+T) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{h=1}^r \theta_i(z(kT)) \theta_j(z(kT)) \theta_h(z(kT)) \\ &\quad \times \begin{bmatrix} G_i + H_i K_d^j + H_i F_d^j C_h & -H_i K_d^j \\ 0 & G_i - L_d^j C_j \end{bmatrix} \chi_d(kT) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $\chi_d(kT) = \text{col}\{x_d(kT), e_d(kT)\}$ 이다. 유사하게 (3)의 이산시간 동특성은 다음과 같이 근사화될 수 있다.

$$\chi_c(kT+T) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \theta_i(z(kT)) \theta_j(z(kT)) \Phi_{ij} \chi_c(kT) \quad (9)$$

여기서 $(i, j) \in \mathcal{J}_R \times \mathcal{J}_R$ 에 대하여

$$\Phi_{ij} = \exp \left(\begin{bmatrix} A_i + B_i K_c^i & -B_i K_c^j \\ 0 & A_i - L_c^i C_j \end{bmatrix} T \right) \\ = \begin{bmatrix} \phi_{ij}^{11} & \phi_{ij}^{12} \\ \phi_{ij}^{21} & \phi_{ij}^{22} \end{bmatrix}$$

이며 $\chi_c(kT) = \text{col}\{x_c(kT), e_c(kT)\}$ 이다.

3. 주요 결과

미분 연산자와 점근적 연관성을 갖는 델타 연산자를 이동 연산자 기반 이산시간 퍼지 모델 (8)과 (9)에 적용하면 다음과 같은 등가의 이산시간 모델들을 얻는다.

$$\delta \chi_c(kT) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \theta_i(z(kT)) \theta_j(z(kT)) \\ \times \begin{bmatrix} \phi_{ij}^{11} & \phi_{ij}^{12} \\ 0 & \phi_{ij}^{22} \end{bmatrix} \chi_c(kT) \quad (10)$$

$$\delta \chi_d(kT) \\ = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{h=1}^r \theta_i(z(kT)) \theta_j(z(kT)) \theta_h(z(kT)) \\ \times \begin{bmatrix} G_i^\delta + H_i^\delta K_d^j + H_i^\delta F_d^j C_h & -H_i^\delta K_d^j \\ 0 & G_i^\delta - L_d^i C_j^\delta \end{bmatrix} \chi_d(kT) \quad (11)$$

여기서 $\phi_{11\delta}^{ij} = \frac{\phi_{ij}^{11} - I}{T}$, $\phi_{22\delta}^{ij} = \frac{\phi_{ij}^{22}}{T}$, $\phi_{12\delta}^{ij} = \frac{\phi_{ij}^{12}}{T}$, $G_i^\delta = \frac{G_i - I}{T}$, $H_i^\delta = \frac{H_i}{T}$, $C_i^\delta = \frac{C_i}{T}$ 이다.

문제 1(지능형 디지털 재설계): 폐루프 시스템 (1)의 점근적 안정성을 보장하는 잘 설계된 아날로그 이득 행렬 K_c^i , L_c^i 가 주어졌을 때, 샘플치 이득 행렬 K_d^i , F_d^i , L_d^i 이 다음의 조건을 만족하여야 한다.

- 1) 매 샘플링 순간 $t = kT, k \in \mathbb{Z}_{>0}$ 에서 (8)과 (9)를 가능한 한 근사하게 정합시킨다.
- 2) 리아푸노프 의미에서 (11)의 점근적 안정성을 보장해야 한다.

식 (8)과 (9)로부터 상태 정합 조건, 즉 $\chi_c(kT) = \chi_d(kT)$ 의 가정하에 $\chi_c(kT + T) = \chi_d(kT + T)$ 가 성립하기 위한 조건을 유도하자. 델타 연산자는 선형 연산자이므로 $\chi_c(kT + T) = \chi_d(kT + T) \Leftrightarrow \delta \chi_c(kT) = \delta \chi_d(kT)$ 이며 상태 정합이 성립하기 위한 조건은 다음과 같다.

$$\phi_{11\delta}^{ij} = G_i^\delta + H_i^\delta K_d^j + H_i^\delta F_d^j C_h \\ \phi_{12\delta}^{ij} = -H_i^\delta K_d^j \quad (12)$$

$$\phi_{22\delta}^{ij} = G_i^\delta - L_d^i C_j^\delta \quad (13)$$

이제 주요 결과는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

정리 1: 가정 1을 만족시키는 충분히 작은 T 가 주어졌을 때, 만약 다음의 일반화된 고유값 문제를 만족하는 적절한 차원의 양한정 대칭 행렬 Q_1 , P_2 와 행렬 N_d^i , M_d^i , J_d^i , 그리고 가능한 한 작은 상수 $\gamma_1, \gamma_2 \in \mathbb{R}_{>0}$ 가 존재한다면 $\chi_d(kT)$ 와 $\chi_c(kT)$ 는 근사하게 정합되며, (11)은 리아푸노프 정리에 의

해 점근적으로 안정하다.

MP 1: Minimize γ_1 subject to Q_1, M_d^i, J_d^i

$$\begin{bmatrix} -\gamma_1 Q_1 & * \\ \phi_{11\delta}^{ij} Q_1 - G_i^\delta Q_1 - H_i^\delta M_d^j - H_i^\delta J_d^j C_h & -\gamma_1 I \end{bmatrix} \prec 0 \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} -\gamma_1 Q_1 & * \\ \phi_{12\delta}^{ij} Q_1 + H_i^\delta M_d^j & -\gamma_1 I \end{bmatrix} \prec 0 \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} Q_1 (G_i^\delta)^T + (M_d^j)^T (H_i^\delta)^T \\ + (C_h)^T (J_d^j)^T (H_i^\delta)^T \\ + G_i^\delta Q_1 + H_i^\delta M_d^j + H_i^\delta J_d^j C_h \\ + Q_1 (G_j^\delta)^T + (M_d^i)^T (H_j^\delta)^T \\ + (C_h)^T (J_d^i)^T (H_j^\delta)^T \\ + G_j^\delta Q_1 + H_j^\delta M_d^i + H_j^\delta J_d^i C_h \end{pmatrix} & * \\ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} G_i^\delta Q_1 + H_i^\delta M_d^j + H_i^\delta J_d^j C_h \\ + G_j^\delta Q_1 + H_j^\delta M_d^i + H_j^\delta J_d^i C_h \end{pmatrix} & -\frac{1}{T} Q_1 \end{bmatrix} \prec 0 \quad (16)$$

$$C_h Q_1 - S C_h = 0 \quad (17)$$

MP 2: Minimize γ_2 subject to P_2, N_d^i

$$\begin{bmatrix} -\gamma_2 P_2 & * \\ (\phi_{22\delta}^{ij})^T P_2 - (G_i^\delta)^T P_2 + (C_j^\delta)^T (N_d^i)^T & -\gamma_2 I \end{bmatrix} \prec 0 \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} P_2 G_i^\delta - N_d^i C_j^\delta + (G_i^\delta)^T P_2 \\ - (C_j^\delta)^T (N_d^i)^T \\ + P_2 G_j^\delta - N_d^j C_i^\delta + (G_j^\delta)^T P_2 \\ - (C_i^\delta)^T (N_d^j)^T \end{pmatrix} & * \\ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} P_2 G_i^\delta - N_d^i C_j^\delta \\ + P_2 G_j^\delta - N_d^j C_i^\delta \end{pmatrix} & -\frac{1}{T} P_2 \end{bmatrix} \prec 0 \quad (19)$$

여기서 *는 대칭행렬의 전치요소를 나타낸다.

증명: 전열계수(full-column rank)를 갖는 자유변수 W 를 도입하여 (13)을 고려하자.

$$\|\phi_{12\delta}^{ij} + H_i^\delta K_d^j\|_2 \leq \tilde{\gamma}_1 \\ = \gamma_1 \|W\|_2 \quad (20)$$

여기서 $\gamma_1 = \tilde{\gamma}_1 / \|W\|_2 \in \mathbb{R}_{>0}$ 이다. $P_1 \succ W^T W$ 을 만족하는 W 를 정하고 2-놈(norm)정의에 따르면 (20)은 다음의 부등식을 만족한다.

$$(\phi_{12\delta}^{ij} + H_i^\delta K_d^j)^T (\phi_{12\delta}^{ij} + H_i^\delta K_d^j) \prec \gamma_1^2 P_1$$

Schur complement을 사용하고 $\text{diag}\{P_1^{-1}, I\}$ 에 의한 congruence transformation 후 변수치환 $P_1^{-1} = Q_1$, $K_d^j P_1^{-1} = N_d^j$ 을 하면 (15)가 유도된다. 유사하게 (18)은 다음과 같으며

$$(\phi_{22\delta}^{ij} - G_i^\delta + L_d^i C_j^\delta)^T (\phi_{22\delta}^{ij} - G_i^\delta + L_d^i C_j^\delta) \prec \gamma_2^2 P_2$$

는 γ_2 를 최소화하는 P_2 , $L_d^i = P_2^{-1} N_d^i$ 를 찾음으로써 $\|\phi_{22\delta}^{ij} - G_i^\delta + L_d^i C_j^\delta\|_2$ 는 최소화된다. 식 (12) 또한 유사하게 다음과 같이 유도 할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} -\gamma_1 P_1^{-1} & * \\ \begin{pmatrix} \phi_{11\delta}^{ij} P_1^{-1} - G_i^\delta P_1^{-1} - H_i^\delta K_d^j P_1^{-1} \\ -H_i^\delta F_d^j C_h P_1^{-1} \end{pmatrix} & -\gamma_1 I \end{bmatrix} \prec 0 \quad (21)$$

식 (21)은 선형행렬부등식이 아니다. 이를 선형화하기 위해서 $C_h Q_1 - S C_h = 0$ 의 조건을 도입하고, $F_d = J_d^j S^{-1}$, $P_1^{-1} = Q_1$, $K_d^j P_1^{-1} = M_d^j$ 로 변수 치환하면, (14)를 얻을 수

있다. (11)의 시스템 행렬은 상부 삼각 행렬이다. 따라서 블록 대각 행렬에 해당되는 시스템이 각각 안정하면 (11)이 안정하다. 리아푸노프 함수 $V(e_d(kT)) = e_d^T(kT)P_2e_d(kT)$ 에 대하여 $\delta V := ((V(e_d(kT+T)) - V(e_d(kT)))/T) < 0$ 는 다음과 같다.

$$T(G_i^\delta - L_d^i C_j^\delta)^T P_2 (G_i^\delta - L_d^i C_j^\delta) + (G_i^\delta - L_d^i C_j^\delta)^T P_2 + P(G_i^\delta - L_d^i C_j^\delta) < 0$$

Schur complement을 사용하고 $\text{diag}\{I, P_2\}$ 에 의한 congruence transformation 후 변수치환 $P_2 L_d^i = N_d^i$ 을 하면 (19)가 유도된다. 유사하게 첫 번째 블록 대각 행렬에 해당되는 시스템의 안정도의 조건은

$$\begin{aligned} T(G_i^\delta + H_i^\delta K_d^j + H_i^\delta F_d^j C_h)^T P_1 + (G_i^\delta + H_i^\delta K_d^j \\ + H_i^\delta F_d^j C_h) + (G_i^\delta + H_i^\delta K_d^j + H_i^\delta F_d^j C_h)^T P_1 \\ + P_1(G_i^\delta + H_i^\delta K_d^j + H_i^\delta F_d^j C_h) < 0 \end{aligned} \quad (22)$$

로 표현되며 (14)를 계산한 방식과 동일한 방법으로 (16)을 유도할 수 있다.

따름정리 1(관측기의 독립적 지능형 디지털 재설계): 지능형 디지털 재설계 과정에서 안정도 판별시 샘플치 제어기 (7)과 이산 관측기 (6)은 독립적으로 설계될 수 있다.

증명: 정리 1에서 볼 수 있듯이 MP 1의 변수는 MP 2의 변수를 포함하고 있지 않으며, MP 2 또한 마찬가지이다. 따라서 샘플치 제어기의 구성을 위한 변수 Q_1 , M_d^i , J_d^i 와 이산 관측기의 구성을 위한 변수 P_2 , N_d^i 는 서로 독립적으로 계산할 수 있음을 알 수 있다.

참고 1: 정리 1의 MP 1은 (17)을 다음과 같은 형태로 변환하여 LMI Control Toolbox를 이용하면 효과적으로 계산할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} -\varepsilon I & * \\ C_h Q_1 - S C_h & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (23)$$

여기서 $\varepsilon \in \mathbb{R}_{>0}$ 은 매우 작은 상수이다.

4. 예 제

샘플치 퍼지 모델 기반 제어기의 성능을 검증하기 위해 외부 부하 토크를 고려하지 않은 영구자석 동기전동기에서 공극조절 시스템의 T-S 퍼지 시스템은 다음과 같다 [11].

$$R^i : \text{IF } z_1 \text{ is about } \Gamma_1^i, \text{ THEN } \begin{cases} \dot{x}_c = A_i x_c + B_i u_c \\ y_c = C_i x_c \end{cases}$$

여기서 $x_c = (i_d, i_q, \omega)^T$, $u_c = (v_d, v_q)^T$, $z_1 = \omega$, $i \in \mathcal{J}_2$ 이고

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & \omega_m n_p & 0 \\ -\omega_m n_p & -\frac{R}{L} & -\frac{\psi_r}{L} \\ 0 & \frac{\psi_r}{L} & -\frac{\beta}{J} \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & \omega_M n_p & 0 \\ -\omega_M n_p & -\frac{R}{L} & -\frac{\psi_r}{L} \\ 0 & \frac{\psi_r}{L} & -\frac{\beta}{J} \end{bmatrix}$$

이며 소속함수는

$$\begin{cases} \Gamma_1^1(\omega) = \frac{\omega - \omega_M}{\omega_m - \omega_M} \\ \Gamma_1^2(\omega) = \frac{\omega_m - \omega}{\omega_m - \omega_M} \end{cases}$$

이고 $\omega \in [\omega_m, \omega_M]$ 이며 $\omega_m = -0.2$, $\omega_M = 0.2$ 로 가정한다. 입력행렬과 출력 행렬은 다음과 같이 표현된다.

$$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9 & 0 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.1 & 0 \end{bmatrix}$$

또한 $R = 19.1388$, $L = 0.04$, $J = 4.1295 \times 10^{-4}$, $\beta = 0.0013$, $\psi_r = 0.1349$, $n_p = 50$ 의 파라미터 값을 사용한다.

재설계 할 아날로그 퍼지 모델 기반 제어기 및 퍼지 모델 기반 관측기의 이득 행렬은 다음과 같다.

$$K_c^1 = \begin{bmatrix} 45.79 & -0.02 & 0 \\ 0.02 & 45.79 & 0 \end{bmatrix}, K_c^2 = \begin{bmatrix} 45.79 & 0.00 & 0 \\ -0.00 & 45.79 & 0 \end{bmatrix}$$

$$L_c^1 = \begin{bmatrix} 120.57 & -194.09 \\ 175.71 & 123.98 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, L_c^2 = \begin{bmatrix} 120.56 & -193.70 \\ 214.33 & 118.71 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

샘플링 시간이 $T = 0.001$ s인 경우에 이동 연산자를 사용하여 재설계된 샘플치 제어 이득은

$$K_{d\text{shift}}^1 = \begin{bmatrix} 34.29 & 2.56 & 2.06 \\ -2.74 & 8.37 & 21.97 \end{bmatrix},$$

$$K_{d\text{shift}}^2 = \begin{bmatrix} 34.17 & 3.71 & -2.08 \\ -3.75 & 7.95 & 21.95 \end{bmatrix}$$

$$F_{d\text{shift}}^1 = \begin{bmatrix} -514.60 & -0.57 \\ 3.54 & -83.55 \end{bmatrix},$$

$$F_{d\text{shift}}^2 = \begin{bmatrix} -514.55 & 0.16 \\ -0.90 & -83.52 \end{bmatrix}$$

$$L_{d\text{shift}}^1 = \begin{bmatrix} 1.07 & -0.10 \\ 0.09 & 1.16 \\ -0.02 & -0.16 \end{bmatrix}, L_{d\text{shift}}^2 = \begin{bmatrix} 1.07 & -0.10 \\ 0.11 & 0.97 \\ -0.02 & -0.14 \end{bmatrix}$$

이다.

제안된 기법으로 재설계된 샘플치 제어 이득은

$$K_d^1 = \begin{bmatrix} 34.29 & 2.65 & 0.01 \\ -2.74 & 34.49 & -0.08 \end{bmatrix},$$

$$K_d^2 = \begin{bmatrix} 34.17 & 3.63 & 0.01 \\ -3.75 & 34.07 & -0.08 \end{bmatrix}$$

$$F_d^1 = \begin{bmatrix} 0.17 & -0.02 \\ 0.22 & 0.01 \end{bmatrix}, F_d^2 = \begin{bmatrix} 0.18 & -0.02 \\ 0.27 & 0.01 \end{bmatrix}$$

$$L_d^1 = \begin{bmatrix} 0.08 & -0.11 \\ 0.10 & 0.08 \\ 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}, L_d^2 = \begin{bmatrix} 0.08 & -0.10 \\ 0.12 & 0.08 \\ 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}$$

이다. 그림 1과 2의 모의실험에서 보이듯이 제안된 기법이 이동연산자를 사용하는 기존의 기법보다 상태 정합 성능이 우수함을 알 수 있다. 샘플링 주기를 $T = 1e-5$ s로 감소시킨 경우의 재설계된 샘플치 제어기의 이득은

$$\begin{aligned}
 K_{d\text{shift}}^1 &= 10^3 \times \begin{bmatrix} 0.05 & -0.00 & -0.00 \\ -0.00 & -2.57 & -0.42 \end{bmatrix}, \\
 K_{d\text{shift}}^2 &= 10^3 \times \begin{bmatrix} 0.05 & 0.00 & 0.00 \\ -0.00 & -2.57 & -0.42 \end{bmatrix} \\
 F_{d\text{shift}}^1 &= 10^4 \times \begin{bmatrix} -3.00 & -0.00 \\ -0.00 & -0.56 \end{bmatrix}, \\
 F_{d\text{shift}}^2 &= 10^4 \times \begin{bmatrix} -3.00 & 0.00 \\ -0.00 & -0.56 \end{bmatrix} \\
 L_{d\text{shift}}^1 &= \begin{bmatrix} 1.00 & -0.00 \\ 0.00 & 1.10 \\ -0.00 & -0.35 \end{bmatrix}, \quad L_{d\text{shift}}^2 = \begin{bmatrix} 1.00 & -0.00 \\ 0.00 & 0.90 \\ -0.00 & -8.29 \end{bmatrix} \\
 K_d^1 &= \begin{bmatrix} 45.67 & 0.01 & 0.00 \\ -0.02 & 45.67 & -0.00 \end{bmatrix}, \\
 K_d^2 &= \begin{bmatrix} 45.67 & 0.05 & 0.00 \\ -0.05 & 45.67 & -0.00 \end{bmatrix} \\
 F_d^1 &= \begin{bmatrix} 0.03 & -0.02 \\ 0.04 & 0.02 \end{bmatrix}, \quad F_d^2 = \begin{bmatrix} 0.03 & -0.03 \\ 0.05 & 0.02 \end{bmatrix} \\
 L_d^1 &= \begin{bmatrix} 0.00 & -0.00 \\ 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}, \quad L_d^2 = \begin{bmatrix} 0.00 & -0.00 \\ 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

로 계산된다. 즉, $T \rightarrow 0$ 일 때, 델타 연산자를 이용한 설계 기법은 이동연산자를 사용하는 기법과 달리 아날로그 제어 시스템과 점근적 연관성을 갖는다. 따라서 $T \rightarrow 0$ 인 경우 제안된 기법은 주어진 아날로그 제어기의 성능을 회복한다.

그림 2. $T = 0.001$ s일 때의 시간응답 (파란 실선: 아날로그 제어, 빨간 실선: 델타연산자를 사용한 기법에 의한 샘플치 퍼지 제어)

Fig. 2. Time responses for $T = 0.001$ s (blue solid: analog control, red solid: sampled fuzzy control by technique using delta operator)

그림 1. $T = 0.001$ s일 때의 시간응답 (파란 실선: 아날로그 제어, 빨간 실선: 이동연산자를 사용한 기법에 의한 샘플치 퍼지 제어)

Fig. 1. Time responses for $T = 0.001$ s (blue solid: analog control, red solid: sampled fuzzy control by technique using shift operator)

그림 2. $T = 0.001$ s일 때의 시간응답 (파란 실선: 아날로그 제어, 빨간 실선: 델타연산자를 사용한 기법에 의한 샘플치 퍼지 제어)

Fig. 2. Time responses for $T = 0.001$ s (blue solid: analog control, red solid: sampled fuzzy control by technique using delta operator)

5. 결 론

본 논문은 델타 연산자를 이용한 관측기 기반 출력제한 퍼지 모델 제어기의 설계 기법을 다루었다. 델타연산자는 이동연산자와 비교하여 연속시간 모델과 접근적 연관성이 존재하며 샘플링 주기의 감소에 대한 수치적 안정성을 보장한다. 지능형 디지털 재설계 조건은 선형행렬부등식으로 나타내었으며 관측기와 제어기에 대한 분리 설계 조건이 성립함을 보였다. 모의실험을 통해 설계된 제어기의 제어 성능을 확인하였으며, $T \rightarrow 0$ 일 때 잘 설계된 샘플치 퍼지 제어가 미리 설계된 아날로그 퍼지 제어기의 성능을 회복함을 검증하였다.

References

- [1] B. C. Kuo, *Digital control systems*, Saunders College Publishing, 1992.
- [2] L.-S. Sheih, W.-M Wang, and J.-B Zheng, "Robust control of sampled-data uncertain systems using digitally redesigned observer-based controllers," *Int. J. Control*, vol. 66, no. 1, pp. 43-64, 1997.
- [3] Y. H. Joo, L.-S. Sheih, and G. Chen, "Hybrid state-space fuzzy model-based controller with dual-rate sampling for digital control of chaotic systems," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 7, no. 4, pp. 394-408, 1999.
- [4] W. Chang, J. B. Park, Y. H. Joo, and G. Chen, "Design of sampled-data fuzzy-model-based control systems by using intelligent digital redesign," *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 49, no. 4, pp. 509-517, 2002.
- [5] H. J. Lee, H. B. Kim, Y. H. Joo, W. Chang, and J. B. Park, "A new intelligent digital redesign for ts fuzzy systems: global approach," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 12, no. 2, pp. 274-284, 2004.
- [6] W. Chang, J. B. Park, H. J. Lee, and Y. H. Joo, "LMI approach to digital redesign of linear time-invariant systems," *IEE Proc.-Contrl. Theory Appl.*, vol. 149, no. 4, pp. 297-302, 2002.
- [7] C. P. Neuman, "Properties of the delta operator model of dynamic physical systems," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. 23, no. 1, pp. 296-301, 1993.
- [8] W. Chang, J. B. Park, and Y. H. Joo, "GA-based intelligent digital redesign of Fuzzy-Model-Based Controllers," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 11, no. 1, pp. 35-44, 2003.
- [9] Z. Li, J. B. Park, and Y. H. Joo, "Chaotifying continuous-time TS fuzzy systems via discretization," *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 48, no. 10, pp. 1237-1243, 2001.
- [10] H. J. Lee, J. B. Park, and Y. H. Joo, "Digitalizing a fuzzy observer-based output-feedback control: intelligent digital redesign approach," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 13, no. 5, pp. 701-716, 2005. 7.
- [11] Z. Li, J. B. Park, Y. H. Joo, B. Zhang, and G. Chen, "Bifurcations and chaos in a permanent-magnet synchronous motor," *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 49, no. 3, pp. 383-387, 2002. Hoboken, NJ, 1998.

저 자 소 개

문지현(Ji Hyun Moon)
2012년 : 인하대학교 전자공학부 공학사
2012년~현재 : 인하대학교 대학원
전자공학부 석사과정
관심분야 : 퍼지제어, 디지털 재설계
E-mail : mooonjh87@gmail.com

이호재(Ho Jae Lee)
현재 : 인하대학교 전자공학부 부교수
관심분야 : 비선형 샘플치 제어, 편대
비행 제어, 디지털 재설계
E-mail : mylchi@inha.ac.kr

김도완(Do Wan Kim)
현재 : 한밭대학교 전기공학과 조교수
관심분야 : 비선형 샘플치 제어, 지능
제어, 디지털 재설계
E-mail : dowankim@hanbat.ac.kr