차분진화 알고리즘을 이용한 회전형 역 진자 시스템의 최적 퍼지 제어기 설계

논 문

60-2-28

Design of Optimized Fuzzy Controller for Rotary Inverted Pendulum System Using Differential Evolution

김 현 기* · 이 동 진** · 오 성 권†

(Hyun-Ki Kim · Dong-Jin Lee · Sung-Kwun Oh)

Abstract - In this study, we propose the design of optimized fuzzy controller for the rotary inverted pendulum system by using differential evolution algorithm. The structure of the differential evolution algorithm has a simple structure and its convergence to optimal values is superb in comparison to other optimization algorithms. Also the differential evolution algorithm is easier to use because it have simpler mathematical operators and have much less computational time when compared with other optimization algorithms. The rotary inverted pendulum system is nonlinear and has a unstable motion. The objective is to control the position of the rotating arm and to make the pendulum to maintain the unstable equilibrium point at vertical position. The output performance of the proposed fuzzy controller is considered from the viewpoint of performance criteria such as overshoot, steady-state error, and settling time through simulation and practical experiment. From the result of both simulation and practical experiment, we evaluate and analyze the performance of the proposed optimal fuzzy controller from the comparison between PGAs and differential evolution algorithms. Also we show the superiority of the output performance as well as the characteristic of differential evolution algorithm.

Key Words : Fuzzy controller, LQR controller, Differential evolution, Rotary inverted pendulum system

1. 서 론

현대사회는 급격한 기술발전으로 인해 산업분야에서 사용되는 대다수의 시스템은 고차원에서 발생하는 비선형과 그로 인한 불확실성의 문제점을 가지고 있다. 따라서 산업분야의 제어이론을 적용한 제어기 설계는 많은 어려움을 겪어오고 있다. 지난 20년 동안 비선형 시스템에 대한 제어기 설계의 어려움을 극복하기 위해서 다양한 이론연구 및 구조설계가 개발되어졌다. 그중 과거 10년 전부터 비선형 시스템에 적용하기 위한 퍼지 논리 제어기(Fuzzy Logic Controller: FLC)는 급격하게 성장하였으며 많은 분야에 성공적으로 적용되었다[1,2].

퍼지 이론이 1965년 Zadeh에 의해 제창된 이래 여러 분야에서 응용이 시도되었다. 그 중 눈에 띄는 결과를 내놓는 분야가 제어분야이다[3,4]. 기존의 PID제어기가 선형 시스템에서는 우수한 성능을 보이나 비선형 동적 시스템, 고차 시스템, 수학적 모델 선정이 어려운 시스템에서는 비효과적인 것에 반해 퍼지 제어기는 인간의 지식과 경험을 이용한 지적 제어 방식으로 IF-THEN 형식의 규칙으로부터 제어 입력을 결정하는 병렬 형 제어이다. 이는 속응성과 강인성

이 좋은 제어기법으로 비선형성이 강하고 불확실하며 복잡한 시스템을 쉽게 제어 할 수 있는 장점을 가진다[5-9]. 퍼지 제어기에서 제어 규칙과 멤버십 함수 및 환산계수는 제어기의 핵심으로 이들의 설정에 따라 보다 효율적이고 안정적인 제어결과를 얻을 수 있다[5,8,10,11]. 그러나 이 퍼지 제어기의 제어 파라미터들은 수학적으로 결정하기가 매우 어렵기 때문에 일반적으로 전문가의 경험에 의해 결정되거나 시행착오를 거쳐 구하며, 최근에는 유전자 알고리즘(GA, Genetic Algorithms) 같은 진화 알고리즘을 이용하여 구하고 있다.

회전형 역 진자 시스템(Rotary Inverted Pendulum System : RIPS)은 로봇이나 2족 보행 로봇의 자세제어의 기본이 되는 비선형 시스템의 대표적인 예로서, 동역학적인 구조나 장치가 단순하며 수학적 모델이 잘 알려져 있다[12]. 이러한 회전형 역 진자 시스템에서 제어목적은 Rotating Arm을 원하는 위치에 오게 하고 그 위치에서 진자를 수직 위치의 불안정 평형 점 에 위치하도록 하는 것이다.

본 논문은 역 진자 시스템에 인간의 지식과 경험을 이용한 지적 제어 방식으로 IF-THEN 형식의 규칙으로부터 제어 입력을 결정하는 병렬 형 제어인 Fuzzy 제어기를 구성한다. 퍼지 제어기는 PID제어기와 비슷한 형태의 제어 파라미터들을 가지고 있다. 그러나 이 퍼지 제어기의 파라미터들은 수식에 의해 결정될 수 없어서, 시행착오를 거쳐 구하거나 개체집단 최적화 알고리즘이나 유전자 알고리즘 같은 최적화 알고리즘을 이용하여 구한다. 그러나 개체집단 최적화 알고리즘이 간단한 비선형 함수의 최적화 문제에서 기존의

* 정 회 원 : 수원대 공대 전기공학과 교수 · 공박

** 준 회 원 : 수원대 전기공학과 석사과정

† 교신저자, 시니어회원 : 수원대 공대 전기공학과 교수 · 공박

E-mail : ohsk@suwon.ac.kr

접수일자 : 2010년 7월 8일

최종완료 : 2010년 9월 19일

최적화 알고리즘보다 빠르게 수렴하는 것은 사실이나 세대가 진행됨에 따라서 급격한 군집 내 개체 값들의 다양성이 하락하고 이는 곧 지역해로 수렴하는 문제를 야기한다. 유전자 알고리즘은 전역 최적화에서 탁월한 결과를 보여주고 있기 때문에, 연구 초기에는 개체집단 최적화 알고리즘과 유전 알고리즘의 혼합을 고려했으나 유전자 알고리즘에는 유전형과 표현형간의 변환 과정이 필요하기 때문에 프로그램이 필요 이상으로 난해해지면서 비효율적인 모습을 보였다 [13]. 이 때문에 유전자 알고리즘과 유사한 교배와 돌연변이 과정을 가지면서도 개체집단 최적화 알고리즘과 같은 실수기반인 차분진화 알고리즘을 이용하여 회전형 역진자 시스템의 Fuzzy 제어를 위해 Rotating Arm의 각도 θ 와 Pendulum의 각도 α 를 제어하는 Fuzzy 제어를 구성하고, 제어기의 파라미터들을 최적화한다. 그리고 Inverted Pendulum의 최적제어에 자주 응용되는 LQR(Linear Quadratic Regulator) 제어와 시뮬레이션 및 실제 플랜트에 적용한 결과를 기존 유전자 알고리즘을 개선한 병렬 유전자 알고리즘과 비교하여 성능을 평가 한다.

2. 회전형 역진자 시스템 및 Fuzzy 제어기 설계

2.1 회전형 역진자 시스템(RIPS)

회전형 역진자 시스템(Rotary Inverted Pendulum)은 직립 진자로서 항상 수직을 유지하는 것을 목적으로 한다. 구성 요소로는 Rotating Arm, Pendulum, Potentiometer, SRV 모터로 이루어지고, 진자의 운동은 연직선 상에서 불안정한 상태가 되므로 이 시스템은 전압의 인가를 통해 모터를 구동시켜 Rotating Arm을 회전시키고, 이를 통해 Pendulum의 움직임을 제어하게 된다. 회전형 역진자 시스템에서 제어 목적은 Rotating Arm을 원하는 위치에 오게 하고 그 위치에서 진자를 수직 위치의 불안정 평형 점에 위치하도록 하는 것이다. 회전형 역진자 시스템의 전체적인 구성과 동작은 그림 1과 같고, 모터의 구동이 Rotating Arm의 원운동으로 연결되어 Pendulum을 제어하도록 되어있다.

그림 1 회전형 역진자 시스템의 구성 및 동작
Fig. 1 Construction and motion of Rotary Inverted Pendulum

Rotating Arm의 각도(θ)는 회전축을 기준으로 왼쪽으로 기울어진 방향을 +방향으로, Pendulum의 각도(α)는 수직축으로부터 기울어진 경사각이라 정의하고 오른쪽으로 기울어진 방향을 +방향으로 하였다. Euler-Lagrange 방정식과

Lagrangian 방정식을 이용하여 수학적 모델을 구하면 식 (1~3)과 같다.

$$(J_{eq} + mr^2)\ddot{\theta} - mLr\cos(\alpha)\ddot{\alpha} + mLr\sin(\alpha)\dot{\alpha}^2 = T_{output} - B_{eq}\dot{\theta} \quad (1)$$

$$\frac{4}{4}mL^2\ddot{\alpha} - mLr\cos(\alpha)\ddot{\theta} - mgL\sin(\alpha) = 0 \quad (2)$$

$$T_{output} = \frac{\eta_m \eta_g K_t K_g (V_m - K_g K_m \dot{\theta})}{R_m} \quad (3)$$

그리고 Pendulum의 각도(α)를 아주 작다고 가정하고, 식 (1~3)을 선형화하여 상태방정식을 만들면 식 (4)와 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{bd}{E} & -\frac{cG}{E} & 0 \\ 0 & \frac{ad}{E} & -\frac{bG}{E} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \theta \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ c \frac{\eta_m \eta_g \eta_t \eta_y}{R_m E} \\ b \frac{\eta_m \eta_g \eta_t \eta_y}{R_m E} \end{bmatrix} V_m \quad (4)$$

여기서, $a = J_{eq} + mr^2$, $b = mLr$, $c = \frac{4}{3}mL^2$,

$$d = mgL, \quad E = ac - b^2$$

$$G = \frac{\eta_m \eta_g K_t K_m K_g^2 + B_{eq} R_m}{R_m} \quad (5)$$

표 1 Pendulum의 파라미터 요약

Table 1 Parameters summary of rotary inverted pendulum

Parameter	Description
$J = 0.0036$	Equivalent Inertia as seen at the Load (kg.m ²)
$B_{eq} = 0.004$	Equivalent Viscous Damping Coefficient as seen at the Load (N.m.s/rd)
$r = 0.158$	Length of rotating arm (meters)
$m = 0.125$	Mass of Pendulum (kg)
$L = 0.168$	Length of Pendulum centre of mass (meters)
$g = 9.8$	Gravitational Constant on Earth (m/s ²)
$\eta_m = 0.69$	Motor Efficiency
$\eta_g = 0.9$	Gearbox Efficiency
T	Torque on the load from the motor
$k_t = 0.00767$	Motor Torque Constant (N.m/A)
$k_g = 19$	Total Gear Ratio
$k_m = 0.00767$	Motor Back-EMF Constant (V.s/rd)
$R_m = 2.6$	Motor Armature Resistance (Ohm)
V_m	Motor Input voltage
θ	Rotating arm angle
α	Pendulum angle

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 33.2953 & -16.7347 & 0 \\ 0 & 67.4805 & -11.8392 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \alpha \\ \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 29.4327 \\ 20.8226 \end{bmatrix} V_m \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \alpha \\ \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$S = [B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B], \text{rank}(S) = 4 \quad (8)$$

표 1의 수식을 대입하여 식 (4)를 다시 정리하면 식 (6)와 같다. 회전형 역 진자 시스템을 상태 공간 표현식으로 나타낸 식 (6)에서 시스템 행렬 A의 고유치를 구하여 보면, $s = \{0, -18.2242, -5.6498, 7.1393\}$ 이다. 여기에서 알 수 있듯이 회전형 역 진자 시스템은 우반부에 특성근을 하나 가지는 불안정한 시스템이다. 그리고 제어기 설계에 앞서 먼저 가제어성을 판별하여야 한다. 가제어성 판별은 위의 식 (8)같이 하며, 이때 가 제어 행렬이 full-rank이면 가 제어이다. 회전형 역 진자 시스템을 확인해보면 가 제어 행렬의 계수가 4이므로 시스템은 완전 상태 가제어 이다.

2.2 Fuzzy 제어기 설계

퍼지 제어기의 구조 및 제어 규칙은 최적 제어에 자주 응용되는 LQR(Linear Quadratic Regulator) 제어기의 형태 및 제어 동작에 기반 하여 설계하였다[20]. LQR 제어기의 형태는 그림 2와 같고, 식 (6)와 같은 상태 공간 모델로 표현한 시스템에서 제어 대상 시스템을 안정화 시키면서 식 (9)의 성능지수 J 를 최소화하는 최적 제어입력 $u(t)$ 를 구한다.

$$J = \int_0^\infty [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)]dt, u(t) = -Kx(t) \quad (9)$$

그림 2 LQR 제어기의 구조

Fig. 2 Construction of the LQR controller

식 (9)에서 Riccati 방정식을 통해 K 행렬을 구하고, 성능지수의 Q, R 행렬은 제어의 수렴속도와 안정성에 영향을 주는 변수로 설계자의 경험이나 시행착오에 의해 보통 구하게 된다. 그림 2에서 LQR 제어기의 형태 및 제어 동작을 보면 Rotating arm의 각도 (θ), Rotating arm의 각도의 변화분 ($\dot{\theta}$), Pendulum의 각도 (α), 그리고 Pendulum의 각도의 변화분 ($\dot{\alpha}$)를 입력으로 하고 각각의 입력에 K matrix를 곱한 후 합산하여 시스템의 입력전압 V 를 출력하게 된다[17].

그림 3은 설계된 퍼지 제어기의 구조를 보여준다. Rotating Arm의 각도 (θ)와 Pendulum의 각도 (α)를 제어하기 위해, LQR 제어기의 형태와 같이 Rotating arm의 각

도 (θ), Rotating arm의 각도의 변화분 ($\dot{\theta}$), Pendulum의 각도 (α), 그리고 Pendulum의 각도의 변화분 ($\dot{\alpha}$)를 입력으로 하고 시스템의 입력전압 V 를 출력으로 하는 4입력 1출력의 Fuzzy Inference System(FIS)을 구성하였다. 여기서 GE, GD, GE1, GD1, GC는 퍼지 제어기의 핵심 중 하나인 멤버십 함수의 제어영역을 결정하는 제어 파라미터로서, 최적의 제어기 설계에서 가장 중요한 관건으로 진화 알고리즘을 이용하여 동조하였다.

그림 3 설계된 퍼지제어기의 구조

Fig. 3 Construction of designed fuzzy controller

그림 4 입·출력 멤버십 함수

Fig. 4 Membership functions of input and output

LQR(Linear Quadratic Regulator) 제어기의 합산 동작에 기반 한, IF-THEN 형태를 취하는 퍼지 제어 규칙은 식 (11)과 같고, 그림 4는 퍼지 제어기의 입·출력 멤버십 함수를 보여준다. 4개의 입력 멤버십 함수는 모두 동일하고, 그림 4(b)에서 볼 수 있듯이 후반부 멤버십 함수는 싱글톤(Singleton)을 사용하였다. 멤버십 함수 위의 숫자들은 멤버십 함수의 Index를 의미한다. Index 값은 제어 규칙에서 식 (10)에 의한 후반부 멤버십 함수의 중심 값과 후반부 멤버십 함수를 결정할 때 사용된다.

$$(j+k+l+m) \times \frac{2}{(n-1) \cdot n} \quad (10)$$

j, k, l, m : 각 입력 멤버십 함수의 Index 값,
 N : 멤버십 함수의 개수, n : 입력의 개수

IF θ is j and $\dot{\theta}$ is k and α is l and $\dot{\alpha}$ is m , THEN Z_i is $z = j+k+l+m$ (11)
 z : 출력 멤버십 함수의 Index 값

본 연구에서 퍼지 추론의 전반부 적합도 연산은 식 (12)을 사용하고, 식 (13)을 통해 최종 추론 결과를 구한다. 퍼지 추론에 의해서 V_m^* 을 구하고, 퍼지 추론 규칙의 출력을

공정의 차원과 일치시키는 퍼지 환산계수인 GC를 곱하여 시스템의 입력 전압 V_m 을 최종적으로 출력한다.

$$w_i = \min \mu_{A_i}(\theta - R_0), \mu_{B_i}(\dot{\theta}), \mu_{C_i}(\alpha), \mu_{D_i}(\dot{\alpha}) \quad (12)$$

$$V_m^* = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot Z_i}{\sum_{i=1}^n w_i}, V_m = V_m^* \cdot GC \quad (13)$$

3. 차분진화 알고리즘을 이용한 제어기의 최적화

차분진화 알고리즘(differential evolution algorithm: DE)은 Price와 Storn에 의해 벡터 차분(vector differential)을 사용하여 Chebychev 다항곡선의 내삽문제(polynomial fitting problem)를 해결하는 과정에서 개발되었다[14,15]. 차분진화 알고리즘은 현재 널리 사용되고 있는 통계적 임의 탐색법인 유전 알고리즘(genetic algorithm: GA)과 유사한 알고리즘이다. 유전 알고리즘과 차분진화 알고리즘은 초기 개체군을 이루는 개체를 샘플링하고, 이들의 교배(crossover), 변이(mutation), 선택(selection) 과정을 거쳐 적합도(fitness)가 개선되는 새로운 개체들을 추출해 낸다는 공통점이 있다. 그러나 이런 연산 과정에서 GA알고리즘이 개체들의 표현형(phenotype)을 유전형(genotype)으로 바꾸는 코딩(coding)이 필요한 반면, 차분진화 알고리즘은 코딩 과정이 필요 없으며 개체를 벡터로 표현하기 때문에 이들의 산술적 연산을 통해 새로운 개체를 생성한다는 이점이 있다. 또한 유전 알고리즘의 단점이었던 너무 복잡한 구조와 연산대신 간단하고 합리적인 구조로 돼 있다. 다음은 차분진화 알고리즘과 병렬 유전자 알고리즘의 구조이다.

단순 유전자 알고리즘(SGAs)의 문제점을 해결하기 위하여 병렬 유전자 알고리즘(Parallel Genetic Algorithms ; PGAs)이 제시된다. 단순 유전자 알고리즘은 단일 집단을 사용하는 반면 병렬 유전자 알고리즘은 단일 집단을 여러 개의 부분 집단으로 나누어 격리시키고, 서로 격리된 각 부분 집단이 독립적이면서 병렬적으로 진화해 가는 유전자 알고리즘이다. 하지만 병렬 유전자 알고리즘은 많은 연산자가 요구되면서 복잡한 구조와 더 긴 컴퓨팅 시간이 요구된다. 차분진화 알고리즘은 이에 비해 간단한 구조와 빠른 속도가 장점이기도 하다.

(a) 병렬 유전자 알고리즘

(b) 차분진화 알고리즘

그림 5 병렬 유전자 알고리즘과 차분진화 알고리즘의 순서도
Fig. 5 Flowcharts of parallel genetic algorithms and differential algorithms

차분진화 알고리즘에서는 초기 개체군을 이루는 모든 개체들을 벡터로 표현하는데, 이들을 파라미터 벡터라고 표현한다. 집단 크기는 진화 과정에서 변하지 않는다.

$$v_{jG} \in R^D \quad j = 1, 2, \dots, NP \quad (14)$$

여기서 NP 는 파라미터 벡터의 개수이고, 이 값은 최적화 과정에서 일정하며, 설계자가 문제에 따라 정의할 수 있는 샘플링 개수이다. G 는 파라미터 벡터가 몇 번째 세대인가를 표현하며 알고리즘에서는 최적화 횟수(Generation)를 의미한다. 파라미터 벡터의 차원은 목적함수를 이루는 설계변수의 개수 D 와 같으며, 초기 파라미터는 벡터 가용 영역(feasible region)에서 임의로 선택하되, 일반적으로 균등 확률 분포를 따르도록 한다[16].

그림 6 초기 파라미터 벡터의 구조

Fig. 6 Construction of initial parameter vectors

초기화 단계에서는 모든 벡터에서 각 결정 파라미터는 랜덤으로 할당되고, 돌연변이 과정을 거쳐 재생산과 선택과정을 거친다. 그림 6은 목적함수에 따른 차분진화 알고리즘을 이용하여 최적의 파라미터 벡터의 구조를 나타낸다.

차분 진화의 핵심은 변화된 목적 변수 벡터를 발생하는 체계이다. 차분 진화는 두 개의 개체 벡터의 차이에 가중치를 곱한 것을 세 번째 개체 벡터에 더해서 교배용 벡터를 발생한다. 이 벡터와 교배 대상 벡터가 교배되어 새로운 벡터가 얻어진다. 이 새로운 벡터의 목적함수 값이 교배 대상 벡터의 것 보다 좋으면 이 벡터로 교배 대상 벡터를 대체한다. 이는 유전자 알고리즘에서 사용되는 엘리트전략과 유사한 효과를 거둘 수 있다. 집단에서 선택된 벡터의 거리와

방향 정보를 사용하여 벡터를 랜덤하게 변화시키는 것이 차분 진화로 하여금 뛰어난 수렴 성능을 갖도록 해준다.

차분진화 알고리즘은 더하기 연산자를 사용함으로써 이전 가우시안 기반의 탐색기법에서 발생된 수학적 복잡성을 피할 수 있게 되었다. 또한 Storn과 Price는 차이 벡터 (difference vectors)의 변화를 줌으로써 탐색 공간을 확대 또는 축소시킬 수 있음을 알게 되었으며, 진화 도중에 스케일 인자(F)값을 가변시킬 수 있는 방법도 제안 하였다. 기본적인 차분 진화 알고리즘의 기법은 크게 두 가지 종류이다 (DE/rand/1/bin, DE/best/2/bin).

다양한 변종은 다음과 같은 기호법에 따라서 분류 된다. DE/x/y/z; 여기서 x는 돌연변이 벡터를 만들기 전에 부모 벡터를 선택하는 방법으로서 DE/rand/y/z는 부모 벡터집단을 랜덤하게 발생시키는 것이고 반면에 DE/best/y/z는 우수한 순위의 벡터로 부모벡터 집단을 구성하는 것이다. y는 벡터의 유전자를 변동시키기 위해 참여하게 되는 부모 벡터 집단 내의 벡터의 개수를 의미한다. 마지막으로 z는 자식 벡터 집단을 만들기 위해서 난수를 발생시키는 확률 분포의 종류를 의미한다.

본 연구에서 쓰인 DE/rand/1/bin을 중심으로 DE의 원리를 설명하면,

각각의 변화 대상 벡터 $x_{i,G}$ ($i=1,2,...,Popsiz$)에 대해 집단에서 랜덤하게 선택된 서로 다른 3개의 벡터로부터 교배용 벡터를 식 (15)과 같이 만든다.

$$v_{i,G+1} = x_{r_1,G} + F \cdot (x_{r_2,G} - x_{r_3,G}) \quad (15)$$

여기서 r_1, r_2 와 r_3 은 $[0, Popsiz-1]$ 범위의 서로 다른 정수이고 $F > 0$ 이다. 선택된 정수 r_1, r_2 와 r_3 은 변화대상 벡터의 인덱스 i 와는 다른 값이다. $x_{r_1,G}$, $x_{r_2,G}$ 와 $x_{r_3,G}$ 는 i 번째 새로운 개체 $v_{i,G+1}$ 을 만들기 위해 사용된 서로 다른 개체들이고, G 는 세대를, F 는 선택된 교배 대상 벡터들의 차이 ($x_{r_2,G} - x_{r_3,G}$)을 제어하는 파라미터로 0과 2사이의 값을 갖는다. $v_{i,G+1}$ 를 발생하기 위해 선택된 벡터 $x_{r_1,G}$ 는 $v_{i,G}$ 와 관련이 없는 집단에서 랜덤하게 선택된 개체이다. 그림 7은 2차원 평면에서 식 15의 벡터 생성 과정을 보여준다.

그림 7 2차원 목적함수 평면에서의 새로운 벡터의 생성
Fig. 7 Generation of new vectors in two dimension

차분 변화를 통해 얻어질 벡터가 식 16과 같이 d차원이라 하자. 이 벡터는 식 15의 교배용 벡터와 교배 대상 벡터인

$x_{i,G}$ 를 교배하여 만들어진 것이다. 생성된 벡터의 다양성을 증가시키기 위해 주로 균일 교배과정을 식 17과 같이 이루어진다.

$$x'_{i,G+1} = (x_{1i,G+1}, x_{2i,G+1}, \dots, x_{di,G+1}) \quad (16)$$

$$x'_{ji,G+1} = (v_{ji,G+1} * x_{ji,G}) \quad j=1, \dots, d \quad (17)$$

*는 교배 연산자로 균일 교배가 주로 사용 된다. 균일 교배는 식 18과 같다.

$$x'_{ji,G+1} = \begin{cases} v_{ji,G+1} & \text{if } (rand \leq Cr) \\ x_{ji,G} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (18)$$

rand는 0과 1사이의 랜덤 변수이고, Cr은 교배율이다. 교배 후 만들어진 개체의 생존 여부는 $x'_{i,G+1}$ 와 $x_{i,G}$ 의 성능 비교를 통해 이루어진다. $x'_{i,G+1}$ 의 적합도가 $x_{i,G}$ 의 것 보다 더 우수하면 $x_{i,G+1} = x'_{i,G+1}$ 이 되고 그렇지 않으면 $x_{i,G+1} = x_{i,G}$ 로 이전 개체를 그대로 사용한다. 이러한 과정은 설계자가 정해진 세대횟수만큼 반복하며, 결국 목적 함수 값이 작은 파라미터 벡터들로 구성된 개체군이 만들어진다. 이 벡터 중 가장 작은 목적 함수 값이 전역해가 된다.

그림 8 교배 과정의 예시

Fig. 8 Illustration of crossover

그림 8은 교배과정에 대한 예를 보여주고 있다. Mutant 벡터 $v_{i,G+1}$ 를 생성하여 무작위로 할당된 크로스 오버율이 Mutant 벡터의 각 파라미터에 할당되게 된다. 이를 정해진 CR과 비교하여 교배가 된다. 만약 Mutant 벡터의 파라미터 중 GD, GC의 크로스 오버율이 정해진 CR보다 작거나 같다면 기존 Target 벡터 $x_{i,G}$ 와 교배되어 새로운 Trial 벡터 $u_{i,G+1}$ 이 생성된다.

자연 연산자는 단순히 양쪽의 경쟁하는 벡터들(Target과 Trial벡터)의 목적 함수 값만을 비교하여 더 나은 개체를 다음 세대의 구성원으로 택한다. 이것을 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{if } \Phi(\vec{a}_i(g)) < \Phi(\vec{a}_i(g)) \text{ then } \vec{a}_i(g+1) &:= \vec{a}_i(g) \\ \text{else } \vec{a}_i(g+1) &:= \vec{a}_i(g); \quad i=1,2,\dots,\mu \end{aligned} \quad (19)$$

여기서 ϕ 는 최소화 되어야 하는 목적 함수이다.

차분 진화에서는 실수를 직접 사용하기 때문에 개체 평가 시에 유전자형을 표현형으로 변환할 필요가 없다. 다음 세대를 위한 개체 선정이 적합도 비교에 의해서만 이루어지기 때문에 일반적인 진화알고리즘에서 필요한 선택 메커니즘과 최대 또는 최소화 문제에 따른 적합도 함수로의 변환이 필요 없다. 이는 알고리즘의 처리 속도에 개선에 유리하다. 차분 진화의 실행 단계를 정리하면 다음과 같다.

Step 1 : 초기 집단 구성(랜덤 값으로 μ 개의 개체를 초기화. 각 개체는 n 개의 목적변수로 구성, $t=0$)

$$P(t) = a_1(t), a_2(t), \dots, a_\mu(t), a_k = x_{1k}, \dots, x_{nk}$$

Step 2 : 집단내의 모든 개체의 목적함수($Func$) 평가
 $\Phi(t) = \Phi(a_1(t)), \dots, \Phi(a_\mu(t)), \Phi(a_k(t)) = Func(x_{1k}, \dots, x_{nk})$

Step 3 : 모든 개체 ($i = 1, \dots, \mu$)에 대해 차분 변화를 위한 개체 a_{r1} , a_{r2} 와 a_{r3} 를 선택하여 교배용 벡터를 만들고 이를 교배 대상 벡터와 교배함

$$v_i(t) = a_{r1}(t) + F \cdot (a_{r2}(t) - a_{r3}(t)); \text{교배용 벡터}$$

$$x'_i(t) = (v_i(t) * a_i(t)); \text{교배}$$

Step 4 : 모든 개체의 목적함수 ($Func$)평가

$$\Phi(t) = \Phi(x'_1(t)), \dots, \Phi(x'_\mu(t))$$

$$\text{if}(\Phi(x'_i(t)) > \Phi(a_i(t))) \quad a_{i(t)} = x'_i(t)$$

Step 5 : 종료조건을 확인하고 종료조건이 만족되지 않으면 $t=t+1$ 로 하고 Step 3로 복귀.

4. 회전형 역 진자 시스템의 시뮬레이션 및 결과

설계된 최적 퍼지 제어기를 기존의 유전자 알고리즘을 개선한 HFCGA 최적 제어기 및 LQR(Linear Quadratic Regulator) 제어와 비교하여 그 성능을 평가하였다. 시뮬레이션에서 시스템의 초기 값은 Rotating Arm의 각도 (θ)는 $0.5[\text{rad}]$, Pendulum의 각도 (α)는 $-0.016[\text{rad}]$ 로 설정하였고, Rotating Arm의 각도 (θ)의 목표 값은 $0[\text{rad}]$ 로 설정하였다. 비교 대상이 되는 LQR제어기는 식 (20)과 같은 성능지수 J 를 최소화하는 제어 이득행렬 K 를 구하는 것으로 정의된다.

$$J = \int (x^T Q x + u^T R u) dt, u = -Kx \quad (20)$$

성능지수의 Q , R 행렬은 설계자의 경험이나 시행착오에 의해 보통 구해지며 본 논문에서는 QUANSER사에서 제공한 식 (21)과 같은 행렬을 사용하였고, 구해진 K 값은 $\{1.826, 1.811, -23.985, -3.399\}$ 이다.

$$Q = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, R = [1.5] \quad (21)$$

본 논문에서 사용한 실수코딩 기반 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘의 파라미터 및 연산자는 표 2와 같다. 병렬 유전자 알고리즘의 특성을 나타내기 위하여 5개의 부분 집단을 나누고 각 부분집단마다 서로 다른 환경을 주어 독립적

인 진화가 이루어지게 하였다. 문턱적합도가 높은 집단을 엘리트 집단으로 지정하고 열등한 개체들이 많은 집단에 교배율과 돌연변이율을 높여 우수한 염색체로 진화하도록 설정하였다. 또한 적합도가 높은 개체들을 상위 집단으로 이동시키는 이주 연산은 전체 세대수의 10%마다 이주를 하여 부분집단들의 염색체를 교환하도록 하였다. 수행전략은 단순 유전자 알고리즘과 비교하기 위해서 동일하게 사용하였다. 그리고 목적함수로는 식 (23)을 동일하게 사용하였다.

표 2 DE와 HFCGA의 파라미터 및 연산자

Table 2 Operators and parameters of DE and HFCGA

		차분진화 알고리즘		계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘
Parameter	세대수	100	세대수	100
	집단크기	150	집단크기	[30 30 30 30 30]
	F weight	0.95	교배율	[0.95 0.75 0.65 0.65 0.65]
	돌연변이율	0.2	돌연변이율	[0.2 0.15 0.1 0.1 0.1]
			이주	전체 세대수의 10%마다
Operator			문턱적합도	[0 0.1 0.3 0.5 0.85]
	돌연변이 연산자	DE/rand/1	선택연산자	선형 순위 선택 알고리즘
			교배연산자	수정된 단순 교배 알고리즘
			돌연변이 연산자	균일 돌연변이 알고리즘
			엘리트 전략	엘리트 전략

$$ITAE = \int t |E(t)| dt \quad (22)$$

$$f = ITAE_{\theta} + ITAE_{\alpha} \quad (23)$$

그림 9 최적화 알고리즘의 세대수에 따른 목적함수 값

Fig. 9 Objective values according to the increase of the optimal algorithms

그림 9는 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘과 차분진화 알고리즘의 세대수 증가에 따른 성능지수 값을 보여주었고, 탐색 초기 범위 및 구한 환산계수는 표 3과 같다. 성능지수 값이 세대가 거듭할수록 조금씩 수렴해 가는 모습을 볼 수 있는데 이것은 초기의 다양한 개체들이 우수한 염색체로 진화해가고 세대가 거듭할수록 최적의 해를 찾아가는 것이다. 그림 9에서 값이 작을수록 최적 해를 나타냄으로 기존의 계층적 공정 경쟁 유전자 알고리즘보다 차분진화 알고리즘의 성능이 우수함을 알 수 있다.

표 3 초기 탐색 범위 및 최적화된 환산계수

Table 3 Initial search ranges and optimized scaling factors

		최적화된 환산계수	초기 탐색범위
Fuzzy Controller + DE	GE	0.9048	0 ~ 10
	GD	0.7882	0 ~ 10
	GE1	-10.1209	-50 ~ 0
	GD1	-1.2587	-50 ~ 0
	GC	9.4329	0 ~ 10
Fuzzy Controller + HFCGA	GE	1.1630	0 ~ 10
	GD	3.0940	0 ~ 10
	GE1	-25.1237	-50 ~ 0
	GD1	-5.0183	-50 ~ 0
	GC	8.7022	0 ~ 10

표 4 시뮬레이션에서의 제어 성능 비교(RIPS)

Table 4 Comparison of controller performance in simulation

		Optimization by DE	Optimization by HFCGA
Max Overshoot (max point)	θ	-0.07 degree	-1.91 degree
	α	5.42 degree	3.87 degree
Settling Time (2%이내)	θ	0.75sec	1.50sec
	α	1.41sec	1.45sec
정상상태 오차		0	0
목적 함수 값(ITAE의 합)		3.4992	5.6598

그림 10 회전형 역 진자 시스템의 시뮬레이션 결과

Fig. 10 Output results of RIPS in simulation

그림 10의 시뮬레이션 결과를 보면 DE를 이용한 최적 퍼지제어기가 HFCGA를 사용한 퍼지제어기보다 수렴속도가 빠름을 볼 수 있다. 시뮬레이션에서의 제어 성능을 비교한 표 4에서 Pendulum의 각도 (α)의 최대 오버슈트를 제외한 다른 부분에선 DE를 이용한 최적 퍼지제어기의 성능이 더 좋았고, 제어기 둘 다 목표 값에 수렴함을 볼 수 있었다. 전체적으로 평가하였을 때 제안된 최적 퍼지제어기의 성능이 우수함을 확인하였다.

그림 11은 입력부분에 화이트 노이즈를 각각 5%를 첨가하여 각 제어기의 외란에 대한 견실성을 보여준다. 그림 11의 (a)는 θ 의 비교로 노이즈를 첨가하지 않았을 때 보다 DE제어기와 HFCGA제어기의 성능 차이를 확연히 볼 수 있다. HFCGA의 결과 수렴구간에 도달하는 시간이 노이즈 첨

가 전과 비교해 더 지연되는 반면 DE의 경우는 노이즈 첨가 전과 비슷한 성능을 보인다. 그림 11의 (b)를 보면 노이즈 첨가 전과 비슷한 결과를 확인 할 수 있다.

(a) θ 시뮬레이션 결과 (b) α 시뮬레이션 결과

그림 11 HFCGA제어기와 DE제어기의 외란에 대한 견실성 비교

Fig. 11 Comparison of the dynamic response between the HFCGA controller and DE controller with the noise

그림 12은 실제 플랜트에 LQR 제어기, 제안된 DE를 이용한 최적 퍼지제어기 및 HFCGA를 사용한 최적 퍼지 제어기를 적용한 결과를 보여준다. 실제 플랜트에서는 Pendulum을 $-180^\circ(\text{degree})$ 에서 시작하여 Pendulum을 위로 세우기 위한 self election swing 동작을 하고, Pendulum의 각도 (α)가 $\pm 1^\circ(\text{degree})$ 에 도달할 때부터 제어기가 동작하도록 설정하였다.

(a) α 플랜트 결과 (b) θ 플랜트 결과

그림 12 회전형 역 진자 시스템의 실제 플랜트 결과

Fig. 12 Output results of RIPS in practical experiment

Pendulum의 각도 (α)의 결과에서는 본 연구에서 제안된 DE를 이용한 최적 퍼지 제어기는 HFCGA를 이용한 퍼지 제어기보다 좀 더 빠르게 수렴되어 제어가 된다. Rotating Arm의 각도 (θ)의 결과비교에서 보면 DE로 최적화한 퍼지 제어기가 오버슈트도 적었으며 더 신속하게 제어가 됨을 볼 수 있다. 두 제어기 모두 진동 하지만 퍼지 제어기가 좀 더 안정된 제어를 보여준다.

시뮬레이션과 실제 플랜트의 결과 차이는 실제 플랜트에 서는 Pendulum의 관성, Potentiometer에서의 위치 측정 오차, Rotating Arm의 각도 (θ)의 초기 값의 차이 및 실험의 장소와 환경 등에 의해서 비선형적 특성이 달라지기 때문이다. 참고로 실제 플랜트결과에서 초기부분의 큰 진동들은 Pendulum을 위로 세우기 위한 Swing 동작이다.

5. 결 론

본 논문에서는 병렬 유전자 알고리즘인 HFCGA와 DE기 반 퍼지 LQR 제어기들의 최적 설계에 관하여 연구하였으며, 이를 실질적인 비선형 시스템(Rotary Inverted Pendulum System)에 적용하여 제안된 최적의 제어기들의 성능을 비교 및 분석하였다.

회전형 역 진자 시스템에서 제어목적은 Rotating Arm을 원하는 위치에 오게 하고 그 위치에서 진자를 수직 위치의 불안정 평형 점에 위치하도록 하는 것으로, Rotating Arm의 각도(θ)와 Pendulum의 각도 (α)를 제어하는 퍼지 제어기를 구성하였다. 구성된 퍼지 제어기는 Inverted Pendulum의 최적 제어에 자주 응용되는 LQR 제어기의 형태 및 제어 동작에 기반 하여 설계하였고, 제어기에서 중요한 비중을 차지하는 제어 파라미터를 차분진화 알고리즘을 이용하여 최적화하였다.

시뮬레이션 결과에서 HFCGA를 사용한 최적 퍼지 제어기와 비교해 보았을 때, 제안된 DE를 이용한 최적 퍼지 제어기가 Rotary Arm의 각도(θ)와 Pendulum의 각도(α)의 제어 성능 면에서 오버슈트는 조금 크지만 응답 면에서 훨씬 더 빠른 수렴 속도를 지니고 있다. 차분진화 알고리즘은 계층적 경쟁 경쟁 유전자 알고리즘보다 최적의 해를 찾고, 훨씬 빠르게 수렴하는 것을 볼 수 있다.

실제 Plant에 적용하여 self election을 통한 최적화된 제어기의 성능을 평가한다. 앞서 본 그림 10에서 보여진 것 같이 시뮬레이션 결과로 HFCGA 제어기와 DE 제어기의 성능을 나타내며 그림 12에서와 같이 실제 플랜트에서 DE 제어기가 HFCGA 제어기보다 오버슈트가 적고 빠른 수렴속도를 보여준다. 이것은 Fuzzy LQR제어기가 실제 비선형 Plant에 대하여 강력하고 안정적인 제어 성능을 입증하였고 차분진화 알고리즘을 이용한 파라미터 동정도 실제 Plant에 적용이 가능하다는 것을 보였다. 시뮬레이션 결과와 실제 플랜트 결과와의 차이는 관성, 위치 측정 오차, 초기 값의 차이 및 실험의 장소와 환경 등에 의해서 비선형적 특성이 달라지기 때문으로, 플랜트의 비선형 특성이 고려된 모델을 기반 하여 최적 Fuzzy Cascade 제어기를 설계한다면 더욱 우수한 성능의 제어기를 얻을 수 있을 것이다.

감사의 글

본 연구는 중소기업청에서 지원하는 2010년도 산학연 공동 기술개발사업(No. 00043125)의 연구수행으로 인한 결과물임을 밝힙니다 그리고 2010년도 정부(과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(NRF-2009- 0074928).

참 고 문 헌

- [1] H. J. Lee, J. B. Park and G. Chen, "Robust Fuzzy Control of Nonlinear Systems with Parametric Uncertainties," *IEEE Trans. on Syst.*, Vol. 9, No. 2, pp. 369-379, 2001.
- [2] H.-N. Wu and K.-Y. Cai, "Robust fuzzy control for uncertain discrete-time nonlinear Markovian jump systems without mode observations," *Information Sciences* Vol. 177, Issue 6, pp. 1509-1522, 2007.
- [3] Adcock TA. What is fuzzy logic? An overview of the latest control methodology. TI Application Report, January; p. 1-7. 1993.
- [4] Sugeno M, editor. Industrial applications of fuzzy control. Amsterdam: North-Holland; 1985.
- [5] 오성권, "C 프로그래밍에 의한 퍼지모델 및 제어시스템", 내하출판사., 2002.
- [6] C. C. Lee, "Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller - part I and part II," *IEEE Trans. on Syst., Man Cybern.*, vol. 20, pp. 404-435, 1990.
- [7] L. Wang, "Stable and Optimal Fuzzy Control of Linear Systems," *IEEE Trans. on Fuzzy Syst.* vol. 6, no.1, pp.137-143, 1998.
- [8] S.-K. Oh, W. Pedrycz, S.-B. Rho and T.-C. Ahn, "Parameter estimation of fuzzy controller and Its application to inverted pendulum" *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 17, Issue 1, February 2004, Pages 37-60.
- [9] K. Passino i S. Yurkovich, "Fuzzy Control", Addison-Wesley Longman, Ohio 1998.
- [10] Zhen-yu Zhao, Massayoshi Tomizuka, Satoru Isaka. "Fuzzy Gain Scheduling of PID Controllers" *IEEE Transactions on systems, man and Cybernetic*. Vol23, No.5. Sep./Oct. 1993.
- [11] Li Zheng. " A Practical Guide to Tune of PI Like Fuzzy Controllers." *IEEE*. 1992
- [12] R. Ortega, M. W. Spong, F. Gomez-Estern, and G. Blankenstein, "Stabilization of a class of underactuated mechanical systems via interconnection and damping assignment," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 47, no. 8, pp. 1218-1233, Aug 2002.
- [13] J. J. Jung, T. H. LEE "Global Optimization Using Differential Evolution Algorithm", *KIEE The Korean*

Society of Mechanical Engineers, vol. 27, no. 11, pp. 1809-1814, 2003

- [14] Price, K, "Differential evolution vs. the contest functions of the 2nd ICEO," *Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, pp. 153~157, 1997.
- [15] Storm, R., "Ont the usage of differential evolution for function optimization," *Proceedings of the 1996 North American Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS)*, IEEE Press, pp. 519~523, 1996.
- [16] 정재준, 이태희, "차분진화 알고리즘을 이용한 전역최적화", 대한기계학회, 대한기계학회 논문집 A권 제27권 제11호, pp. 1809-1814, 2003.
- [17] Sung-Kwun. Oh, Seung-Hyun. Jung, W. Pedrycz, "Design of optimized fuzzy cascade controllers by means of Hierarchical Fair Competition-based Genetic Algorithms", *Expert Systems with Applications*, Volume 36, Issue 9, pp. 11641-11651, 2009

저 자 소 개

김 현 기 (金賢起)

1977년 연세대학교 전기공학과 졸업, 동대학원 석사(1985), 박사(1991). 1997~현재 경기지역 산학연 기술지원단 단장, 1998~현재 산업기술정책연구소 심의위원, 2000~현재 사단법인 산학연 컨소시엄 전국협의회 회장, 1989~현재 수원대

학교 전기공학과 교수, 관심분야는 시스템 자동화 및 감시제어, 지능형 모델링 및 제어등.

Tel : 031-220-2666

Fax : 031-220-2667

E-mail : hkkim@suwon.ac.kr

이 동 진 (李東鎭)

2009년 수원대학교 전기공학과 졸업.

2009~현재 동 대학원 석사과정. 관심 분야는 퍼지 제어기, 퍼지 추론 시스템, 뉴럴 네트워크, Granular Computing, 진화론적 최적화 알고리즘.

Tel : 031-222-6544

Fax : 031-220-2667

E-mail : wdkim@suwon.ac.kr

오 성 권 (吳聖權)

1981년 연세대학교 전기공학과 졸업, 동대학원 석사(1983), 박사(1993). 1983-1989년 금성산전연구소(전임연구원). 1996-1997년 캐나다 Manitoba 대학 전기 및 컴퓨터공학과 Post-Doc. 1993-2004년 원광대학교 전기전자 및 정보공학부 교수. 2005~현재 수원대학교 전기공학과 교수, 2002~현재 대한전기학회, 제어로봇시스템학회, 퍼지및지능시스템학회 편집위원. 관심분야는 퍼지 시스템, 퍼지-뉴럴 네트워크, 자동화 시스템, 고급 computational intelligence, 지능 제어등.

Tel : 031-229-8162

Fax : 031-220-2667

E-mail : ohsk@suwon.ac.kr