전차륜조향 굴절차량의 안내제어를 위한 횡방향 동역학 모델

논 문

60-6-24

Lateral Dynamic Model of an All-Wheel Steered Articulated Vehicle for Guidance Control

윤 경 한[†] · 김 영 철^{*} · 민 경 득^{**} · 변 윤 섭^{***}

(Kyoung-Han Yun · Young-Chol Kim · Kyung-Deuk Min · Yeun-Sub Byun)

Abstract - This paper deals with the lateral dynamic model of an all-wheel steered articulated vehicle to design a guidance controller. Nonlinear dynamic model of articulated vehicle is developed by complementing the model about the BRT system of California PATH in U. S. A. and the Phileas system of the APTS in Netherlands. Linear lateral dynamic model has been derived from the nonlinear dynamic model under some assumptions associated with the driving conditions. To design a guidance controller, we derive a transfer function that is steering angle as input and lateral acceleration as output from the linear lateral dynamic model by applying the parameter of vehicle that is developed by Korea Railroad Research Institute. To validate the dynamic model, nonlinear dynamic model has been compared with a vehicle model that has been programmed in ADAMS, and linear dynamic model has been compared with a nonlinear dynamic model under some assumptions.

Key Words : All-wheel steered articulated vehicle, Lateral dynamic model, Guidance control

1. 서 론

전 세계적으로 도심 교통 혼잡도가 증가하고, 이로 인한 사회적비용 증가가 문제화 되면서 새로운 교통수단의 개발에 대한 필요성이 대두되고 있다. 이러한 필요성에 의해 전 세계적으로 40여개 대도시에서 광역급행버스체계(BRT : Bus Rapid Transit)를 도입하여 운행하고 있거나 도입을 계획하고 있으며, 국내에서는 정부 주도로 서울, 대전, 인천, 세종 등 4개 지역에서 광역 BRT 시스템 구축사업을 추진하고 있다. 한국 철도기술연구원에서 개발하고 있는 바이모달 트램은 BRT 시스템을 위한 신개념 교통수단으로써 버스과 지하철 또는 경전철의 장점을 가진 혼합형 교통수단으로 주목을 받고 있다. 바이모달 트램은 두 대의 버스가 연결된 굴절차량(articulated vehicle) 형태로 도로에 매설된 자석표지를 따라 운행하며, 자동운전 및 정밀정차가 가능한 미래형 교통수단으로 평가되고 있다. 또한 모든 바퀴가 독립적으로 조향될 수 있는 자동 조향제어 장치로 인해 정차할 때 최소한의 정류장 길이를 갖게 되어 접근성이 뛰어나고 관련 시설비용을 최소화 할 수 있어 이런 면에서는 기존의 경전철이나 지하철에 비해 매우 큰 장점을 가지고 있다고 할 수 있다[1].

이와 유사한 교통수단으로는 프랑스 Irisbus Iveco사의 CIVIS 시스템, 네덜란드 APTS사의 Phileas 시스템, 미국 PATH 연구소의 BRT시스템 등이 있다. CIVIS 시스템은 도로 중앙에 페인트로 표시된 두 줄 형태의 안내선을 카메라를 통해 인식하여 안내제어를 하는 광학적 안내방식(optical guidance system)을 사용하고 있으며, Phileas 시스템이나 PATH의 BRT 시스템은 도로 중앙에 설치된 자석표지를 기반으로 안내제어를 하는 방식을 사용하고 있다. 차량 형태에 있어서도 대부분 두 대의 버스가 연결된 굴절차량 형태이며, Phileas 시스템의 경우 세 대의 버스가 연결된 복굴절차량(double articulated vehicle)까지 개발되어 있다. 조향방식으로는 CIVIS 시스템과 Phileas 시스템이 모두 전차륜 조향 시스템(all wheel steering)을 적용하고 있으며, PATH의 BRT시스템은 전륜조향 시스템(front wheel steering)을 적용하고 있다[1][2].

굴절차량의 자동운전 시스템 설계에 대해서는 개략적인 형태나 접근방법만이 알려져 있으며, 세부적인 내용에 대해서는 알려진 바가 없다. 한국 철도기술연구원에서 제작한 굴절차량의 시험모델에서는 자동운전 시스템 중 안내제어 시스템의 경우 주행환경의 변화나 모델 불확실성에 대해서도 요구되는 제어성능을 만족시키기 위해 제어기 튜닝이 용이하도록 저차의 고정 이득을 갖는 선형제어기 설계를 목표로 하고 있다. 저차의 고정이득을 갖는 선형 안내제어기를 설계하기 위해서는 굴절차량의 선형 동역학 모델 및 조향각과 경로추종오차를 입출력으로 하는 전달함수 모델이 요구되며, 선형 동역학모델을 유도하고, 설계된 안내제어기의 성능검증을 하기 위해서는 실제 차량의 특성에 가까운 비선형 동역학 모델이 요구된다. 굴절차량의 비선형 동역학 모델에 대해서는 미국의 PATH 연구소와 네덜란드의 APTS사에서

[†] 교신저자, 정회원 : 국방과학연구소 선임연구원

E-mail : kimhy0114@hotmail.co.kr

^{*} 시니어회원 : 충북대 공대 전자공학과 교수

^{**} 정 회원 : 충북대 공대 전자공학과 박사과정

^{***} 정 회원 : 한국철도기술연구원 선임연구원

접수일자 : 2011년 3월 15일

최종완료 : 2011년 4월 26일

연구한 결과들이 발표되어 있으며, 선형 동역학 모델은 주행 속도가 일정하다는 가정으로 수립된 모델이나 비선형화한 방식의 선형 모델이 개발되어 안내제어기 설계에 적용된 결과들이 발표된바 있다[3][4][5].

본 연구는 한국 철도기술 연구원이 개발중인 바이모달 트램의 안내제어기 설계 및 검증을 위한 비선형/선형 동역학 모델과 전달함수 모델의 수립 및 수립된 모델에 대한 타당성 검토를 목적으로 한다. 비선형 동역학 모델은 미국과 네델란드에서 BRT시스템 및 Phileas 시스템 개발과 관련된 연구를 통해 발표된 모델을 보완하는 형태로 수립하였다. 수립된 비선형 모델의 타당성 검토를 위해 특정 주행조건에서 시뮬레이션을 통해 얻은 주행특성을 ADAMS환경에서 구현된 차량 동역학 모델과 비교하였다. 선형 동역학 모델은 미국 PATH 연구소의 연구결과와 유사한 방식으로 비선형 동역학 모델에 근거하여 주행환경에 대한 몇 가지 전제 조건하에 선형 근사화 기법을 이용하여 유도되었으며, 유도된 선형 동역학 모델에 한국 철도기술연구원에서 제작된 굴절차량 시험모델의 파라미터를 적용하여 조향각을 입력으로 하고, 경로추종오차를 출력으로 하는 전달함수 모델을 수립하였다. 선형 동역학 모델은 비선형 동역학 모델과 동일한 조건에서 주행 시뮬레이션을 하여 두 모델의 결과를 비교하는 방법으로 타당성을 검토하였다.

본 논문의 2장에서는 굴절차량의 비선형/선형 동역학 모델 및 전달함수 모델 수립에 대한 내용을 다루며, 3장에서는 비선형 동역학 모델 및 선형 동역학 모델의 타당성을 시뮬레이션을 통해 검증하며, 4장에서 본 논문에 대한 결론을 내린다.

2. 굴절차량의 동역학 모델

2.1 차량의 위치좌표

본 논문에서 서술하고자 하는 굴절차량은 두 개의 차량이 연결된 형태로 첫 번째 차량에 두 개의 차축(axle)이 설치되어 있고, 두 번째 차량에 한 개의 차축이 설치되어 있다. 굴절차량의 위치를 관성좌표계에서 나타낼 때에는 차량 기준점의 좌표와 차량의 중심축이 좌표계의 X-축과 이루는 각도로써 나타낸다. 두 개의 차량을 각각 일정 질량을 갖는 하나의 점으로 표현하여 운동학으로 특성을 나타내기 위해 차량의 기준점은 무게중심점으로 하며, 각 차량의 무게중심점을 그림 1에서와 같이 각각 c_1 , c_2 라 한다.

차량의 중심축이 좌표계의 X-축과 이루는 각도를 방위각이라고 하며, 각 차량에 대해 ϵ_1 과 ϵ_2 로 표시한다. 첫 번째 차량의 무게중심점 c_1 의 위치를 $\mathbf{x}_{w,1}$ 이라 하고, $\mathbf{x}_{w,1}$ 의 좌표를 그림 1과 같이 $[x_{w,1} \ y_{w,1}]^T$ 로 표시하면, 두 번째 차량의 무게중심점 위치 c_2 는 $\mathbf{x}_{w,1}$ 의 좌표 및 차량 방위각, 차량의 길이 등에 대한 정보로써 계산이 가능하다.

굴절차량의 운동을 관성좌표계에서 나타낼 때 차량의 모든 위치정보는 첫 번째 차량의 무게중심점 c_1 의 좌표 및 각 차량의 방위각을 이용하여 표현할 수 있으므로, 차량의 위치벡터를 $\mathbf{q}_w$ 라 하고, $\mathbf{q}_w$ 는 식 (1)와 같이 표현한다.

$$\mathbf{q}_w = [x_{w,1} \ y_{w,1} \ \epsilon_1 \ \epsilon_2]^T \quad (1)$$

2.2 비선형 동역학 모델

굴절차량의 동역학 모델은 차량이 움직일 때 발생하는 관성 및 코리올리효과에 의한 힘과 곡선경로 주행에서 발생하는 원심력, 외부로부터 차량에 가해지는 구동력, 마찰력 등의 관계를 수학적으로 표현한 것으로써 식 (2)의 라그랑지 방정식을 이용하여 얻을 수 있다.

$$L = \mathbf{T} - V \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}_w} - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}_w} = \mathbf{F}_g$$

그림 1 관성좌표계에서 굴절차량의 표시

Fig. 1 Vehicle configuration at inertia frame

식 (2)에서 $\mathbf{F}_g$ 는 차량에 가해지는 외력을 나타내며, L , $\mathbf{T}$, V 는 각각 라그랑지안, 운동에너지, 위치에너지를 나타낸다. 굴절차량이 평면상에서 운동한다고 가정할 경우 위치에너지 V 는 무시할 수 있으며, 운동에너지 $\mathbf{T}$ 는 각 차량의 질량과 속도로써 식 (3)과 같이 표현된다.

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \mathbf{V}_{w,i}^T \mathbf{M}_i \mathbf{V}_{w,i} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_w^T \mathbf{M}_w \dot{\mathbf{q}}_w \quad (3)$$

$\mathbf{V}_{w,1}$ 과 $\mathbf{V}_{w,2}$ 는 두 차량의 무게중심점 c_1 , c_2 의 속도벡터를 관성좌표계에서 나타낸 것이며, 식 (4)에서와 같이 굴절차량의 위치벡터를 $\mathbf{q}_w$ 를 이용하여 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{V}_{w,1} = [\dot{x}_{w,1} \ \dot{y}_{w,1} \ \dot{\epsilon}_1]^T = \mathbf{J}_1 \dot{\mathbf{q}}_w$$

$$\mathbf{V}_{w,2} = [\dot{x}_{w,2} \ \dot{y}_{w,2} \ \dot{\epsilon}_2]^T = \begin{bmatrix} \dot{x}_{w,1} + d_{r1} \dot{\epsilon}_1 \sin \epsilon_1 + \dot{\epsilon}_2 d_{f2} \sin \epsilon_2 \\ \dot{y}_{w,1} - \epsilon_1 d_{r1} \cos \epsilon_1 - \epsilon_2 d_{f2} \sin \epsilon_2 \\ \dot{\epsilon}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{J}_2 \dot{\mathbf{q}}_w$$

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & d_{r1} \sin \epsilon_1 & d_{f2} \sin \epsilon_2 \\ 0 & 1 & -d_{r1} \cos \epsilon_1 & d_{f2} \sin \epsilon_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$\mathbf{M}_i$ 는 식 (5)와 같이 각 차량의 질량 M_i 와 요우 관성질량 I_{zi} 로 구성된 질량행렬이며, $\mathbf{M}_w$ 는 변환행렬 $\mathbf{J}_1$ 과 $\mathbf{J}_2$ 와 질량행렬 $\mathbf{M}_i$ 를 이용하여 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & I_{z1} \end{bmatrix}, \mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} m_2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_{z2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{M}_w = \sum_{i=1}^2 \mathbf{J}_i^T \mathbf{M}_i \mathbf{J}_i \quad (6)$$

식 (3)의 운동에너지 관계식을 이용하여 식 (2)의 라그랑지 방정식을 정리하면 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.[3]

$$\mathbf{M}_w \ddot{\mathbf{q}}_w + \mathbf{C}_w \dot{\mathbf{q}}_w = \mathbf{F}_g \quad (7)$$

계수 행렬 $\mathbf{M}_w$ 와 $\mathbf{C}_w$ 는 부록 B.1에 나타내었다. 차량에 가해지는 외력 $\mathbf{F}_g$ 는 식 (8)과 같이 타이어와 노면의 상호작용에 의한 힘과 외란으로 나누어진다.

$$\mathbf{F}_g = \mathbf{F}_{tire}(\mathbf{q}_w, \dot{\mathbf{q}}_w) + \mathbf{F}_{dist} \quad (8)$$

외란 $\mathbf{F}_{dist}$ 는 구름저항(rolling resistance), 도로 횡경사각(road banking angle) 및 바람에 의한 저항 등에 의해 발생되는 힘 성분으로 구성된다. 타이어와 노면의 상호작용에 의한 타이어 힘(tire force)은 차량에 가해지는 구동 토크에 의해 발생되는 힘과 차량이 곡선경로를 주행하게 될 때 미끄러짐 현상으로 인해 발생되는 횡방향 힘으로 구성된다.

그림 1에 나타난 굴절차량 구조에서 세 개의 차축에 대한 인덱스는 첨자 j 로 표현하며, 첫 번째 차축부터 각각 1, 2, 3의 인덱스로 나타낸다. 각 차축에 위치한 타이어는 좌측과 우측을 첨자 i 로 표현하여 구분하며, 좌측을 1, 우측을 2로 표현한다. 각 타이어의 힘을 $\mathbf{F}_{t,ij}$ 라고 하면, $\mathbf{F}_{t,ij}$ 는 그림 3에서와 같이 타이어 이동방향으로 작용하는 성분 $F_{tx,ij}$ 과 타이어 이동방향에 수직인 횡방향으로 작용하는 성분 $F_{ty,ij}$ 로 나타낼 수 있다. 타이어 이동방향으로 작용하는 성분 $F_{tx,ij}$ 는 타이어에 인가되는 구동토크에 의해 발생되며, 휠의 관성, 종방향 미끄러짐 특성 등 휠 동역학 특성으로부터 구해진다. 그러나 차량의 횡방향 운동특성을 다루기 위한 문제에서는 휠의 관성이나 종방향 미끄러짐 특성 등을 무시하므로 휠 반지름 r_{ij} 와 휠에 인가되는 구동토크 $T_{dr,ij}$ 의 관계로부터 주어진다. 타이어 이동방향에 수직인 횡방향으로 작용하는 성분 $F_{ty,ij}$ 는 차량이 곡선경로를 주행 할 때 타이어의 횡방향 미끄러짐 현상으로 인해 발생되는 힘이며, 타이어 미끄러짐각 α_{ij} 와 회전강성계수 C_{wj} 및 노면 마찰계수 μ 의 곱으로 주어진다.

타이어가 조향된 상태에서 구동력이 가해지면 타이어에 가해지는 힘의 방향과 차체가 관성력으로 인해 이동하는 방향의 차이로 인해 타이어에 미끄러짐 현상이 발생하여 그림 2에서와 같이 타이어가 이동하는 방향은 타이어 조향 방향과 일치하지 않는다.

타이어 미끄러짐각 α 와 휠 속도 방위각 ξ 는 그림에서와 같이 타이어와 차체의 방향과 차체의 실제 이동방향 사이의 각도를 나타낸다. 타이어 미끄러짐각 α 는 조향각 δ 와 휠 속도 방위각 ξ 의 차이로써 계산된다. 각 휠 위치에서의 휠 속도 방위각 ξ_{ij} 는 차량중심속을 기준으로 하는 좌표계에서 휠의 횡방향 속도 $V_{vy,ij}$ 와 종방향 속도 $V_{vx,ij}$ 의 비로써 식 (9)와 같이 구해진다. [2]

그림 2 타이어 힘 및 미끄러짐각의 정의

Fig. 2 Definition of tire force and slip angle

$$\xi_{ij} = \tan^{-1} \frac{V_{vy,ij}}{V_{vx,ij}} \quad (9)$$

타이어 미끄러짐각 α_{ij} 은 그림 3에서 $\alpha_{ij} = \delta_j - \xi_{ij}$ 의 관계가 있으므로 이 관계를 이용하여 계산된다.

위 관계들을 이용하면 타이어 힘을 $\mathbf{F}_{t,ij}$ 는 식 (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{F}_{t,ij} = \begin{bmatrix} F_{tx,ij} \\ F_{ty,ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{ij}^{-1} T_{dr,ij} \\ \mu C_{wj} \alpha_{ij} \end{bmatrix} \quad (10)$$

식 (10)에서 $T_{dr,ij}$ 는 각 휠에 인가되는 구동 토크이고, μ 는 도로점착계수를 나타내는 값으로서 도로 상태에 따라 0에서 1 사이의 값으로 주어지며, C_{wj} 는 j 번째 차축에 설치된 타이어의 회전강성 계수로써 같은 축에서는 좌측과 우측 타이어의 회전강성 계수가 같다고 가정한다. 회전강성 계수는 ADAMS환경에서 구현된 차량모델을 이용하여 $\mu = 1$ 인 주행환경에서 차량이 원운동을 하는 경우에 대한 시뮬레이션을 통해 횡방향 타이어 힘과 타이어 미끄러짐각을 계산하여 식 (10)에 나타난 두 값의 관계로부터 계산하였다. 조향각 δ_j 가 작을 경우 식 (10)을 첫 번째 차량의 차량 중심속 방향으로 기준으로 하는 좌표계로 회전변환하면 식 (11)과 같다.

$$\mathbf{F}_{v,ij} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \mathbf{F}_{t,ij} = \begin{bmatrix} r_{ij}^{-1} T_{dr,ij} - \delta_j \mu C_{wj} \alpha_{ij} \\ \delta_j r_{ij}^{-1} T_{dr,ij} + \mu C_{wj} \alpha_{ij} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \theta = \delta_j & \text{if } j=1,2 \\ \theta = \delta_j + \epsilon_2 - \epsilon_1 & \text{if } j=3 \end{cases}$$

식 (11)에서 타이어 힘 $\mathbf{F}_{v,ij}$ 의 종방향 성분 중 타이어 미끄러짐에 의한 성분인 $\delta_j \mu C_{wj} \alpha_{ij}$ 는 구동력에 의한 성분 $r_{ij}^{-1} T_{dr,ij}$ 에 비해 그 크기가 매우 작으므로 무시할 수 있다. 식 (11)의 타이어 힘 벡터 $\mathbf{F}_{v,ij}$ 를 관성좌표계로 회전변환한 후 야코비행렬 $(\partial \mathbf{x}_{wij} / \partial \mathbf{q}_w)^T$ 을 이용하면 식 (6)의 타이어 힘 $\mathbf{F}_{tire}(\mathbf{q}_w, \dot{\mathbf{q}}_w)$ 를 식 (12)에서와 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{F}_{tire}(\mathbf{q}_w, \dot{\mathbf{q}}_w) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial \mathbf{x}_{wij}}{\partial \mathbf{q}_w} \right)^T \begin{bmatrix} \cos\epsilon_1 & -\sin\epsilon_1 \\ \sin\epsilon_1 & \cos\epsilon_1 \end{bmatrix} \mathbf{F}_{v,ij} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 \mathbf{L}_{ij} \mathbf{F}_{v,ij}$$

$$\mathbf{L}_{ij} = \left(\frac{\partial \mathbf{x}_{wij}}{\partial \mathbf{q}_w} \right)^T \begin{bmatrix} \cos\epsilon_1 & -\sin\epsilon_1 \\ \sin\epsilon_1 & \cos\epsilon_1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

식 (12)에서 $\mathbf{x}_{wij}$ 는 각 휠의 위치를 관성좌표계에서 표현한 것으로써 식 (13)과 같다. 식 (13)에서 $l_{f1}, l_{r1}, d_{f2}, d_{r1}, l_{r2}$ 및 b_1, b_2, b_3 는 부록 A에 나타난 바와 같이 각각 차량의 길이 정보 및 차축의 폭을 나타내는 값 들이다.

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{w11} &= \mathbf{x}_{w,1} + l_{f1} \begin{bmatrix} \cos \epsilon_1 \\ \sin \epsilon_1 \end{bmatrix} - b_1 \begin{bmatrix} \sin \epsilon_1 \\ -\cos \epsilon_1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{x}_{w12} &= \mathbf{x}_{w,1} - l_{r1} \begin{bmatrix} \cos \epsilon_1 \\ \sin \epsilon_1 \end{bmatrix} - b_2 \begin{bmatrix} \sin \epsilon_1 \\ -\cos \epsilon_1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{x}_{w13} &= \mathbf{x}_{w,1} - d_{r1} \begin{bmatrix} \cos \epsilon_1 \\ \sin \epsilon_1 \end{bmatrix} - (d_{f2} + l_{r2}) \begin{bmatrix} \cos \epsilon_2 \\ \sin \epsilon_2 \end{bmatrix} - b_3 \begin{bmatrix} \sin \epsilon_2 \\ -\cos \epsilon_2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{x}_{w11} &= \mathbf{x}_{w,1} + l_{f1} \begin{bmatrix} \cos \epsilon_1 \\ \sin \epsilon_1 \end{bmatrix} + b_1 \begin{bmatrix} \sin \epsilon_1 \\ -\cos \epsilon_1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{x}_{w12} &= \mathbf{x}_{w,1} - l_{r1} \begin{bmatrix} \cos \epsilon_1 \\ \sin \epsilon_1 \end{bmatrix} + b_2 \begin{bmatrix} \sin \epsilon_1 \\ -\cos \epsilon_1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{x}_{w13} &= \mathbf{x}_{w,1} - d_{r1} \begin{bmatrix} \cos \epsilon_1 \\ \sin \epsilon_1 \end{bmatrix} - (d_{f2} + l_{r2}) \begin{bmatrix} \cos \epsilon_2 \\ \sin \epsilon_2 \end{bmatrix} + b_3 \begin{bmatrix} \sin \epsilon_2 \\ -\cos \epsilon_2 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (13)$$

식 (12)를 정리하여 벡터-행렬 형태로 나타내면 식 (14)와 같다.

$$\mathbf{F}_{tire}(\mathbf{q}_w, \dot{\mathbf{q}}_w) = \sum_{i=1}^2 \left\{ \mathbf{L}_{w,\xi} \mathbf{R}_{wi}^{-1} \mathbf{T}_{di} + \mathbf{L}_{w,yi} (\mathbf{R}_{wi}^{-1} \mathbf{T}_{Di} \delta_t + \mathbf{C}_t (\delta_t - \xi_{ti})) \right\}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{L}_{w,x1} &= [\mathbf{L}_{11[1,:]} \quad \mathbf{L}_{12[1,:]} \quad \mathbf{L}_{13[1,:]}] \\ \mathbf{L}_{w,x2} &= [\mathbf{L}_{21[1,:]} \quad \mathbf{L}_{22[1,:]} \quad \mathbf{L}_{23[1,:]}] \\ \mathbf{L}_{w,y1} &= [\mathbf{L}_{11[2,:]} \quad \mathbf{L}_{12[2,:]} \quad \mathbf{L}_{13[2,:]}] \\ \mathbf{L}_{w,y2} &= [\mathbf{L}_{21[2,:]} \quad \mathbf{L}_{22[2,:]} \quad \mathbf{L}_{23[2,:]}]\end{aligned}\quad (14)$$

식 (14)의 각 계수행렬은 부록 B. 2에 수록하였다. 식 (7)과 식 (14)로부터 굴절차량의 비선형 동역학 모델은 식 (15)와 같이 나타낼 수 있다.[1]

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_w \ddot{\mathbf{q}}_w + \mathbf{C}_w \dot{\mathbf{q}}_w \\ = \sum_{i=1}^2 \left\{ \mathbf{L}_{w,\xi} \mathbf{R}_{wi}^{-1} \mathbf{T}_{di} + \mathbf{L}_{w,yi} (\mathbf{R}_{wi}^{-1} \mathbf{T}_{Di} \delta_t + \mathbf{C}_t (\delta_t - \xi_{ti})) \right\} + \mathbf{F}_{dist}\end{aligned}\quad (15)$$

2.3 횡방향 선형 동역학 모델

식 (15)의 동역학 모델은 비선형 모델이며, 고정이득의 조향 제어기 설계를 하기 위해서는 횡방향 선형 동역학 모델을 필요로 한다. 횡방향 선형 동역학 모델은 첫 번째 차량의 무게중심점의 움직임을 관성좌표계에서 나타낸 식 (15)를 차량고정좌표계로 변환한 후 몇 가지 가정을 이용하여 얻을 수 있다.식 (16)은 관성좌표계의 위치벡터 $w\mathbf{q}$ 의 시간변화량을 차량고정좌표계로 회전 변환하는 관계를 나타낸다.

$$\begin{aligned}\mathbf{q}_w &= [x_{v,1} \quad y_{v,1} \quad \epsilon_1 \quad \epsilon_2]^T \\ \dot{\mathbf{q}}_w &= \mathbf{T} \dot{\mathbf{q}}_v \\ \mathbf{T} &= \begin{bmatrix} \cos \epsilon_1 & \sin \epsilon_1 & 0 & 0 \\ -\sin \epsilon_1 & \cos \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (16)$$

식 (15)의 비선형 동역학 모델을 식 (16)의 변환관계를 이용하여 차량고정좌표계로 변환하면 식 (17)과 같다.[1]

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_v \ddot{\mathbf{q}}_v + \mathbf{C}_v \dot{\mathbf{q}}_v &= \sum_{i=1}^2 \left\{ \mathbf{L}_{v,\xi} \mathbf{R}_{wi}^{-1} \mathbf{T}_{di} + \mathbf{L}_{v,yi} (\mathbf{R}_{wi}^{-1} \mathbf{T}_{Di} \delta_t + \mathbf{C}_t (\delta_t - \xi_{ti})) \right\} \\ \mathbf{M}_v &= \mathbf{T}^{-T} \mathbf{M}_w \mathbf{T}^{-1} \\ \mathbf{C}_v &= \mathbf{T}^{-T} \mathbf{C}_w \mathbf{T}^{-1} + \mathbf{T}^{-T} \dot{\mathbf{M}}_w \mathbf{T}^{-1} \\ \mathbf{L}_{v,\xi} &= \mathbf{T}^{-T} \mathbf{L}_{w,\xi} \\ \mathbf{L}_{v,yi} &= \mathbf{T}^{-T} \mathbf{L}_{w,yi}\end{aligned}\quad (17)$$

식 (17)의 각 계수행렬들은 부록 B.3에 수록하였다. 식 (17)은 상태변수 모델 형태로 표현할 경우 각 계수행렬들이 굴절각 ϵ_A 와 주행속도 V_{vx} 의 함수형태로 표시되며, 다음과 같은 몇 가지 가정을 이용하면 이 식으로부터 굴절차량의 횡방향 선형 동역학 모델 얻을 수 있다.[4]

가정 1. 차량의 주행속도가 일정하다. ($\ddot{x}_v = \dot{V}_{vx} \simeq 0$)

가정 2. 굴절각 ϵ_A 와 조향각 δ_t 가 매우 작다.

$$(\epsilon_A = \epsilon_2 - \epsilon_1 \simeq 0)$$

가정 3. 좌측과 우측 타이어의 미끄러짐이 동일하다.

$$(\xi_{t1} = \xi_{t2})$$

식 (9)의 휠 속도 방위각 관계식에 대해 휠의 종방향 속도 $V_{vx,ij}$ 와 $V_{vy,ij}$ 는 식 (13)의 휠 위치 관계식으로부터 식 (18)의 회전변환을 이용하여 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} V_{vx,ij} \\ V_{vy,ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \epsilon_1 & \sin \epsilon_1 \\ -\sin \epsilon_1 & \cos \epsilon_1 \end{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_{wij}\quad (18)$$

식 (18)과 위의 세 가지 가정을 이용하여 차량고정 좌표계에서 선형 근사화된 각 휠의 속도를 구하면 식 (19)와 같다.

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} V_{vx,11} \\ V_{vy,11} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} V_{vx,21} \\ V_{vy,21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{v,1} - b_1 \dot{\epsilon}_1 \\ \dot{y}_{v,1} + l_{f1} \dot{\epsilon}_1 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{y}_{v,1} + l_{f1} \dot{\epsilon}_1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} V_{vx,12} \\ V_{vy,12} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} V_{vx,22} \\ V_{vy,22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{v,1} - b_2 \dot{\epsilon}_1 \\ \dot{y}_{v,1} - l_{r1} \dot{\epsilon}_1 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{y}_{v,1} - l_{r1} \dot{\epsilon}_1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} V_{vx,13} \\ V_{vy,13} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} V_{vx,23} \\ V_{vy,23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V - \dot{y}_{v,1}(\epsilon_1 - \epsilon_2) - d_{r1} \sin \theta \dot{\epsilon}_1 - b_3 \dot{\epsilon}_2 \\ V(\epsilon_1 - \epsilon_2) + \dot{y}_{v,1} - d_{r1} \dot{\epsilon}_1 - (d_{f2} + l_{r2}) \dot{\epsilon}_2 \end{bmatrix} \\ &\approx \begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{y}_{v,1} - d_{r1} \dot{\epsilon}_1 - (d_{f2} + l_{r2}) \dot{\epsilon}_2 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (19)$$

식 (19)의 결과를 이용하여 선형화된 타이어 미끄러짐각을 구하면 식 (20)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \\ \alpha_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{21} \\ \alpha_{22} \\ \alpha_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} - \frac{1}{V} \begin{bmatrix} \dot{y}_v + l_{f1} \dot{\epsilon}_1 \\ \dot{y}_v - l_{r1} \dot{\epsilon}_1 \\ \dot{y}_v - d_{r1} \dot{\epsilon}_1 - (d_{f2} + l_{r2}) \dot{\epsilon}_2 \end{bmatrix}\quad (20)$$

차량 주행속도가 일정하다는 가정을 이용하여 식 (17)에서 종방향 성분을 분리하고 식 (20)의 선형화된 타이어 미끄러짐각 모델을 적용하면 식 (21)의 횡방향 선형동역학 모

델을 얻을 수 있다.

식 (21)의 각 계수행렬은 부록 C에 나타내었다.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{C}_1 + \mathbf{D})\dot{\mathbf{q}} - (\mathbf{K} + \mathbf{E})\mathbf{q} &= (\mathbf{F} + \mathbf{F}_1)\delta_t \\ \mathbf{q} &= [y_v \quad \epsilon_1 \quad \epsilon_2]^T \end{aligned} \quad (21)$$

2.4 전달함수 모델

굴절차량은 기준 주행경로에 매설된 자석표지를 감지하기 위해 세 개의 자석감지센서를 가지고 있다. 세 개의 센서는 부록의 그림 A.1에 제시된 바와 같이 첫 번째 차량에 2개, 두 번째 차량에 1개가 설치되어 각 센서 위치에서 기준경로의 자석표지와 차량의 사이의 경로 추종 오차를 측정한다. 세 개의 자석감지센서를 각각 $S1$, $S2$, $S3$ 라 하고, 각 센서에서 측정된 경로 추종 오차를 y_{r1} , y_{r2} , y_{r3} 라 하면, 두 번째 자석감지센서 $S2$ 에서 측정되는 경로추종오차 y_{r2} 는 식 (22)와 같이 차량고정좌표계의 위치벡터를 이용하여 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} y_{r1} &= V \sin \epsilon_{err1} + \cos \epsilon_{err1} y_{v,1} + l_{s1} \cos \epsilon_{err1} \dot{\epsilon}_1 \\ \epsilon_{err1} &= \epsilon_1 - \epsilon_{R1} \\ y_{r2} &= V \sin \epsilon_{err2} + \cos \epsilon_{err2} y_{v,1} - l_{s2} \cos \epsilon_{err2} \dot{\epsilon}_1 \\ \epsilon_{err2} &= \epsilon_1 - \epsilon_{R2} \\ y_{r3} &= V \sin \epsilon_{err3} + \cos \epsilon_{err3} y_{v,1} - d_{r1} \cos \epsilon_{err3} \dot{\epsilon}_1 - (d_{f2} + l_{s3}) \cos \epsilon_{err3} \dot{\epsilon}_{c2} \\ \epsilon_{err3} &= \epsilon_2 - \epsilon_{R3} \end{aligned} \quad (22)$$

식 (22)의 경로추종오차 모델에서 ϵ_{Ri} 는 자석감지센서 S_i 의 위치를 기준 주행 경로에 수직 투영시킨 점 R_i 에서의 접선 방위각이며, $\epsilon_{err i}$ 는 방위각 추종 오차이다. 자석감지센서 $S2$ 위치 및 y_{r2} , ϵ_{R2} 의 관계를 그림 5에 나타내었다.

그림 3 경로 추종 오차
Fig. 3 Path tracking error

경로추종오차 y_{r1} , y_{r2} , y_{r3} 가 충분히 작을 경우 방위각 추종오차도 매우 작으며, 이 가정을 이용하여 경로오차 모델식을 선형화 하면 식 (18)과 같다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{y}_{r1} \\ \dot{y}_{r2} \\ \dot{y}_{r3} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & V & 0 & 1 & l_{s1} & 0 \\ 0 & V & 0 & 1 & -l_{s2} & 0 \\ 0 & V & 0 & 1 & -d_{r1} & -(d_{f2} + l_{s3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} - V \begin{bmatrix} \epsilon_{R1} \\ \epsilon_{R2} \\ \epsilon_{R3} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{C} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} + \mathbf{D} \end{aligned} \quad (23)$$

식 (21)과 식 (23)을 이용하여 $\mathbf{x} = [\mathbf{q}^T \quad \dot{\mathbf{q}}^T]^T$ 를 상태변수로 하고, $\mathbf{u} = \delta_t$ 를 입력, $\mathbf{y} = [y_{r1} \quad y_{r2} \quad y_{r3}]^T$ 를 출력으로 하는 상태방정식으로 나타내면 식 (24)와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{K} + \mathbf{E}) & -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{C}_1 + \mathbf{D}) \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}) \end{bmatrix} \mathbf{u} \\ &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \dot{\mathbf{y}} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D} \end{aligned} \quad (24)$$

출력모델에서 벡터 $\mathbf{D}$ 는 기준주행경로의 형태에 따라 주어지는 값이므로, 차량이 주행할 경로가 미리 주어져 있다면 주행경로에 대한 데이터베이스를 통해 알 수 있는 상수이다. 출력 $\mathbf{y}$ 에 대한 2차 미분값을 구하면 식 (25)와 같다.

$$\ddot{\mathbf{y}} = \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + V[\dot{\epsilon}_{R1} \quad \dot{\epsilon}_{R2} \quad \dot{\epsilon}_{R3}]^T = \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \rho \quad (25)$$

위 식에서 ρ 는 기준주행경로의 회전곡률반경 R 의 역수로 주어지는 값이다. 제어기 $C(s)$ 가 포함된 조향제어 시스템의 페루프 블록선도는 그림 4와 같다.

그림 4 조향제어 시스템의 페루프 블록선도
Fig. 4 Block diagram of steering control system

식 (25)에서 $V[\dot{\epsilon}_{R1} \quad \dot{\epsilon}_{R2} \quad \dot{\epsilon}_{R3}]^T$ 항은 그림 4에서와 같이 외란형태로 페루프 시스템에 인가되는 값으로써 차량의 위치에 따라 미리 알 수 있는 값이다. 이 항은 전향보상기(feedforward compensator)를 사용하여 보상할 수 있으므로 전달함수에서는 고려하지 않는다.

그림 4에서 조향각 δ_t 를 입력으로 하고, 횡방향 가속도 $\ddot{y}$ 를 출력으로 하는 전달함수 $\mathbf{G}(s)$ 를 구하면 식 (26)과 같이 3-입력, 3-출력의 다변수 시스템이 된다.

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & G_{13}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & G_{23}(s) \\ G_{31}(s) & G_{32}(s) & G_{33}(s) \end{bmatrix} \quad (26)$$

횡방향 선형 동역학 모델이 차량 주행속도가 일정하다는 가정을 이용하여 유도되었으므로, 이 모델을 근거로 하여 얻

어진 전달함수 $G(s)$ 의 각 부 시스템 $G_{ij}(s)$ 는 속도에 따라 변하게 된다. 한국 철도기술연구원에서 제작중인 굴절차량의 주행 가능한 곡선경로의 최소 회전반경은 12m이며, 최소 회전반경을 갖는 곡선구간에서의 주행속도는 4m/s 정도의 범위를 고려하고 있다. 이러한 설계 요구조건을 고려하여 주행속도 4m/sec에서 구한 전달함수 모델을 부록 D에 수록하였다.

3. 시뮬레이션 및 모델 검증

시뮬레이션에 사용된 굴절차량 모델은 한국 철도기술연구원에서 제작한 바이모달 트램 시험용 차량이며, 그림 5와 같이 두 대의 차량이 연결된 구조에 세 개의 차축이 설치되어 있고, 각 차축의 모든 바퀴가 조향 가능하다. 구동 토크는 두 번째 차축과 세 번째 차축에 인가되며, 세 개의 자석감지 센서가 설치되어 차량과 주행 경로에 매설된 자석표지의 상대 거리를 측정할 수 있도록 되어있다.

그림 5 전차륜 조향 굴절차량
Fig. 5 All-wheel steered articulated vehicle

식 (15)의 비선형 동역학 모델에 대한 타당성을 검토하기 위해 세 가지 형태의 주행경로에 대한 주행시뮬레이션을 통해 ADAMS 환경에서 구현된 차량모델의 시뮬레이션 결과와 비교하였다. ADAMS 환경에서 구현된 차량모델은 한국 철도기술연구원 주관의 신에너지 바이모달 수송 시스템 개발 과제와 관련하여 바이모달 트램 시험용 차량의 물리적, 기계적 특성 및 구조를 반영하여 (주)TUR에서 개발된 모델로서 차량의 동역학 특성분석에 사용되고 있는 모델이다.[6]

주행시뮬레이션은 원형경로, S자형 경로, 사인함수 모양의 경로 등 세 가지 모양의 곡선 및 직선과 곡선이 조합된 경로에 대해 수행하였으며, 곡선경로에서 회전반경에 대한 두 모델의 차이를 보기 위해 회전반경이 다른 세 가지의 곡선을 주행경로에 적용하였다. 곡선경로에 적용된 회전반경은 각각 150m, 75m, 50m 세 가지이며, 원형 경로를 기준으로 세 가지의 회전반경에 대응하는 1축 조향각은 각각 3° , 6° , 9° 이다. 원형경로는 회전반경 50m를 적용하였으며, S자형 경로의 곡선부분은 회전반경 75m를 적용하고, 사인함수형 경로에서는 최소 회전반경을 갖는 곡선분의 회전반경을 150m로 적용하였다. 모델의 특성을 개루프 상태, 즉 수동운전 상태에서 보기 위해 주행속도는 최소 회전반경을 갖는 곡선에서 수동운전으로 주행 가능한 범위를 고려하여 4m/s로 하였다. 또한 수동운전 상태에서는 2축과 3축의 조향이 불가능하기 때문에 1축의 바퀴만 조향하도록 하였다. 그림 6은 세 가지 형태의 경로를 주행하는 경우에 대해 비선형 모델과 ADAMS 환경에서 구현된 차량모델의 주행 시

뮬레이션 결과를 관성좌표계에서 차량의 위치변화로 비교한 것이다. 시뮬레이션 결과 두 모델의 위치는 곡선부분에서 20~40cm 범위의 차이를 보이며, 회전반경이 작은 곡선에서 비교적 큰 차이를 나타냈다. 이러한 차이는 두 모델에 적용된 타이어의 미끄러짐 특성에 대한 모델의 차이로 인해 발생한 것으로 보인다.

(a) 원형 경로 (조향각 9°)
상 : 조향각, 하 : 주행경로

(b) S자형 경로 (최대조향각 6°)
상 : 조향각, 하 : 주행경로

(c) 사인함수형 경로 (최대조향각 3°)
상 : 조향각, 하 : 주행경로

그림 6 비선형 모델과 ADAMS 모델의 주행경로 비교
적색 실선 : 비선형 모델, 청색 점선 : ADAMS 모델
Fig. 6 Driving path comparison of nonlinear dynamic model and ADAMS model
Solid red line : Nonlinear dynamic model
Dotted blue line : ADAMS model

선형 동역학 모델은 안내제어기 설계를 위한 목적으로 사용될 것이며, 안내제어 문제는 차량이 정해진 주행경로를 기준으로 좌우로 일정한 오차범위 내에서 움직이는 경우를 고려하는 것이므로 선형 동역학 모델과 비선형 동역학 모델의 유사성은 사인함수형 경로의 주행특성에 대해 비교하였다. 사인함수형 경로에서 조향각의 최대값은 3° 이며, 조향각의 주파수는 0.1Hz, 0.5Hz, 1Hz 세 가지를 적용하였다. 그림 7은 식 (15)의 비선형 동역학 모델과 식 (21)의 선형 동역학 모델의 주행 시뮬레이션 결과를 차량고정좌표계에서의 차량 위치로 비교한 것이다. 차량이 직선경로를 중심으로 좌우로 대략 1.5cm~17cm의 범위로 움직이는 경우에 해당되며, 시뮬레이션 결과를 보면 두 모델의 위치오차는 1cm 미만으로 매우 유사함을 알 수 있다.

그림 7 비선형 모델과 선형 모델의 주행경로 비교

적색실선 : 비선형 모델, 흑색점선 : 선형모델

Fig. 7 Driving path comparison of nonlinear and linear dynamic model

Solid red line : Nonlinear dynamic model

Dotted black line : Linear dynamic model

4. 결 론

굴절차량은 새로운 미래형 도심 교통수단으로써 경전철이나 지하철 등에 비해 많은 장점을 가지고 있으며, 세계 여러 나라에서 유사한 형태의 차량시스템이 개발되고 있다. 본 연구에서는 굴절차량의 자동운전 시스템 개발을 위한 시작 단계로써 차량의 비선형 및 선형 동역학 모델 개발에 대한

내용을 다루었다.

비선형 동역학 모델은 굴절차량의 동역학 특성 분석 및 자동운전 시스템의 조향, 추진, 정밀정차 제어 알고리즘 성능에 대한 시뮬레이션, 선형 동역학모델 유도를 위한 목적으로 미국, 네덜란드 등의 국가에서 연구되어 발표된 내용을 보완하는 형태로 개발되었다. 비선형 동역학 모델은 차량 주행 시뮬레이션을 통해 ADAMS 환경에서 개발된 차량모델과 특성을 비교하였으며, 비교 결과 직선경로와 회전반경 50m~150m의 범위의 곡선경로 주행에서 두 모델의 위치 차이는 20cm~40cm의 범위로 유사한 특성을 보였다.

조향제어 알고리즘 개발에 사용될 전달함수 모델 유도를 위한 목적으로 개발된 선형 동역학 모델은 비선형 동역학 모델을 기반으로 하여 차량의 주행속도, 굴절각 및 조향각, 타이어 미끄러짐 현상과 관련된 세 가지 가정을 적용하여 유도되었다. 굴절차량이 직선경로나 곡선경로를 회전반경이 매우 큰 곡선경로를 일정한 속도로 주행하는 경우 입력되는 조향각이나 차량의 굴절각은 매우 작으며, 타이어의 미끄러짐 현상이 거의 없으므로 차량의 횡방향 운동이 매우 작다. 횡방향 선형 동역학 모델은 비선형 동역학 모델에 이러한 조건을 적용하여 유도되었다. 현재 개발이 진행되고 있는 한국 철도기술연구원의 굴절차량은 주행 가능한 최소 회전반경이 12m정도이며, 최소 회전반경을 갖는 곡선구간에서의 평균 주행속도를 4m/s 정도의 범위로 고려하고 있다. 횡방향 선형 동역학 모델의 타당성은 사인함수형 경로에 대한 주행시뮬레이션을 하여 차량고정좌표계에서 얻어진 차량 위치를 동일한 조건에서 실시한 비선형 동역학모델의 시뮬레이션 결과와 비교하여 검토하였다. 주행속도 4m/s에 대해 유도된 횡방향 선형 동역학 모델의 시뮬레이션 결과는 비선형 동역학 모델의 시뮬레이션 결과와 비교한 결과 차량고정좌표계에서 두 모델의 위치 차이는 1~2cm 정도의 차이로 매우 유사한 특성을 보였다. 조향제어기 설계를 위한 전달함수 모델은 주행속도 4m/s를 기준으로 유도된 선형 동역학 모델로부터 각 바퀴의 조향각을 입력으로 하고 경로추종오차를 출력으로 하는 구조로 유도되었다. 유도된 전달함수 모델은 3-입력, 3-출력의 다변수 시스템으로 1축과 2축에 대한 입출력 구조는 상호결합도가 높으며, 3축은 상대적으로 상호결합도가 낮아 조향제어기를 설계할 때 디커플링 문제를 고려해야 할 것으로 보인다.

부 록

A. 차량 파라미터

그림 A.1 굴절차량이 파라미터

파라미터		단위	값
무 게	m_1	kg	9289
	m_2	kg	9676
길 이	d_{r1}	m	5.972
	d_{f2}	m	2.925
	l_{f1}	m	2.839
	l_{r1}	m	4.86
	l_{r2}	m	3.538
차축 폭 (half width of axle)	b_1	m	1.102
	b_2	m	1.0805
	b_3	m	1.0805
마그네트 센서 위치	l_{s1}	m	1.879
	l_{s2}	m	3.6
	l_{s3}	m	2.388
타이어(휠) 반경	r_1	m	0.469
	r_2	m	0.517
	r_3	m	0.517
회전강성 계수	C_{w1}	N/rad	117941
	C_{w2}	N/rad	159752
	C_{w3}	N/rad	184254
요우 관성 질량	I_{z1}	$kg \cdot m^2$	121000
	I_{z2}	$kg \cdot m^2$	53600

B. 비선형 동역학 모델의 계수행렬

B.1 라그랑지 방정식 식 (7)의 계수행렬

$$\mathbf{M}_w = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & 0 & m_2 d_{r1} \sin \epsilon_1 & m_2 d_{f2} \sin \epsilon_2 \\ 0 & m_1 + m_2 & -m_2 d_{r1} \cos \epsilon_1 & -m_2 d_{f2} \cos \epsilon_2 \\ m_2 d_{r1} \sin \epsilon_1 & -m_2 d_{r1} \cos \epsilon_1 & m_2 d_{r1}^2 + I_{z1} & m_2 d_{r1} d_{f2} \cos(\epsilon_1 - \epsilon_2) \\ m_2 d_{f2} \sin \epsilon_2 & -m_2 d_{f2} \cos \epsilon_2 & m_2 d_{r1} d_{f2} \cos(\epsilon_1 - \epsilon_2) & m_2 d_{f2}^2 + I_{z2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_w = \begin{bmatrix} 0 & 0 & m_2 d_{r1} \dot{\epsilon}_1 \cos \epsilon_1 & m_2 d_{f2} \dot{\epsilon}_2 \cos \epsilon_2 \\ 0 & 0 & m_2 d_{r1} \dot{\epsilon}_1 \sin \epsilon_1 & m_2 d_{f2} \dot{\epsilon}_2 \sin \epsilon_2 \\ 0 & 0 & 0 & -m_2 d_{r1} d_{f2} \dot{\epsilon}_2 \sin(\epsilon_2 - \epsilon_1) \\ 0 & 0 & -m_2 d_{r1} d_{f2} \dot{\epsilon}_2 \sin(\epsilon_2 - \epsilon_1) & 0 \end{bmatrix}$$

B.2. 타이어 마찰력 모델 식(14) 및 관성좌표계 비선형 동역학 모델 식 (15)의 계수행렬

$$\mathbf{L}_{w,x1} = \begin{bmatrix} \cos \epsilon_1 & \cos \epsilon_1 & \cos \epsilon_2 \\ \sin \epsilon_1 & \sin \epsilon_1 & \sin \epsilon_2 \\ -b_1 & -b_2 & d_{r1} \sin(\epsilon_1 - \epsilon_2) \\ 0 & 0 & -b_3 \end{bmatrix}, \mathbf{L}_{w,x2} = \begin{bmatrix} \cos \epsilon_1 & \cos \epsilon_1 & \cos \epsilon_2 \\ \sin \epsilon_1 & \sin \epsilon_1 & \sin \epsilon_2 \\ b_1 & b_2 & d_{r1} \sin(\epsilon_1 - \epsilon_2) \\ 0 & 0 & b_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{w,y1} = \begin{bmatrix} -\sin \epsilon_1 & -\sin \epsilon_1 & -\sin \epsilon_2 \\ \cos \epsilon_1 & \cos \epsilon_1 & \cos \epsilon_2 \\ l_{f1} & -l_{r1} & -d_{r1} \cos(\epsilon_1 - \epsilon_2) \\ 0 & 0 & -(d_{f2} + l_{r2}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{w,y2} = \begin{bmatrix} -\sin \epsilon_1 & -\sin \epsilon_1 & -\sin \epsilon_2 \\ \cos \epsilon_1 & \cos \epsilon_1 & \cos \epsilon_2 \\ l_{f1} & -l_{r1} & -d_{r1} \cos(\epsilon_1 - \epsilon_2) \\ 0 & 0 & -(d_{f2} + l_{r2}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{wi} = \begin{bmatrix} r_{i1} & 0 & 0 \\ 0 & r_{i2} & 0 \\ 0 & 0 & r_{i3} \end{bmatrix}, \mathbf{T}_{Di} = \begin{bmatrix} T_{dr,i1} & 0 & 0 \\ 0 & T_{dr,i2} & 0 \\ 0 & 0 & T_{dr,i3} \end{bmatrix}, \mathbf{T}_{di} = \begin{bmatrix} T_{dr,i1} \\ T_{dr,i2} \\ T_{dr,i3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_t = \begin{bmatrix} C_{w1} & 0 & 0 \\ 0 & C_{w2} & 0 \\ 0 & 0 & C_{w3} \end{bmatrix}, \delta_t = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix}, \xi_{ti} = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix}$$

B. 3 차량고정좌표계 비선형 동역학모델 식 (17)의 계수행렬

$$\mathbf{M}_v = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & 0 & 0 & m_2 d_{f2} \sin \theta \\ 0 & m_1 + m_2 & -m_2 d_{r1} & -m_2 d_{f2} \cos \theta \\ 0 & -m_2 d_{r1} & m_2 d_{r1}^2 + I_{z1} & m_2 d_{r1} d_{f2} \cos \theta \\ m_2 d_{f2} \sin \theta & -m_2 d_{f2} \cos \theta & m_2 d_{r1} d_{f2} \cos \theta & m_2 d_{f2}^2 + I_{z2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_v = \begin{bmatrix} 0 & -(m_1 + m_2) \dot{\epsilon}_1 & m_2 d_{r1} \dot{\epsilon}_1 & m_2 d_{f2} \dot{\epsilon}_2 \cos \theta \\ (m_1 + m_2) \dot{\epsilon}_1 & 0 & 0 & m_2 d_{f2} \dot{\epsilon}_2 \sin \theta \\ -m_2 d_{r1} \dot{\epsilon}_1 & 0 & 0 & -m_2 d_{r1} d_{f2} \dot{\epsilon}_2 \sin \theta \\ -m_2 d_{f2} \dot{\epsilon}_1 \cos \theta & -m_2 d_{f2} \dot{\epsilon}_1 \sin \theta & m_2 d_{r1} d_{f2} \dot{\epsilon}_1 \sin \theta & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{v,x1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cos \theta \\ 0 & 0 & \sin \theta \\ -b_1 & -b_2 & -d_{r1} \sin \theta \\ 0 & 0 & -b_3 \end{bmatrix}, \mathbf{L}_{v,x2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cos \theta \\ 0 & 0 & \sin \theta \\ b_1 & b_2 & -d_{r1} \sin \theta \\ 0 & 0 & b_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{v,y1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\sin \theta \\ 1 & 1 & \cos \theta \\ l_{f1} & -l_{r1} & -d_{r1} \cos \theta \\ 0 & 0 & -(d_{f2} + l_{r2}) \end{bmatrix}, \mathbf{L}_{v,y2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\sin \theta \\ 1 & 1 & \cos \theta \\ l_{f1} & -l_{r1} & -d_{r1} \cos \theta \\ 0 & 0 & -(d_{f2} + l_{r2}) \end{bmatrix}$$

$$\theta = \epsilon_2 - \epsilon_1$$

C. 선형 동역학 모델 식 (21)의 계수행렬

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & -m_2 d_{r1} & -m_2 d_{f2} \\ -m_2 d_{r1} & m_2 d_{r1}^2 + I_{z1} & m_2 d_{r1} d_{f2} \\ -m_2 d_{f2} & m_2 d_{r1} d_{f2} & m_2 d_{f2}^2 + I_{z2} \end{bmatrix}, \mathbf{C}_1 = V \begin{bmatrix} 0 & (m_1 + m_2) & 0 \\ 0 & -m_2 d_{r1} & 0 \\ 0 & -m_2 d_{f2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D} = \frac{2}{V} \begin{bmatrix} C_{u1} + C_{u2} + C_{u3} & C_{u1} l_{f1} - C_{u2} l_{r1} - C_{u3} d_{r1} & -C_{u3} (d_{f2} + l_{r2}) \\ C_{u1} l_{f1} - C_{u2} l_{r1} - C_{u3} d_{r1} & C_{u1} l_{f1}^2 + C_{u2} l_{r1}^2 + C_{u3} d_{r1}^2 & d_{r1} C_{u3} (d_{f2} + l_{r2}) \\ -C_{u3} (d_{f2} + l_{r2}) & d_{r1} C_{u3} (d_{f2} + l_{r2}) & C_{u3} (d_{f2} + l_{r2})^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = C_{w3} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & d_{r1} & -d_{r1} \\ 0 & (d_{f2} + l_{r2}) & -(d_{f2} + l_{r2}) \end{bmatrix}, \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & d_{r1} & -d_{r1} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F} = 2 \begin{bmatrix} \frac{T_{dr,11} + T_{dr,21}}{r_1} & \frac{T_{dr,12} + T_{dr,22}}{r_2} & \frac{T_{dr,13} + T_{dr,23}}{r_3} \\ \frac{T_{dr,11} + T_{dr,21}}{r_1} & -l_{r1} \frac{T_{dr,12} + T_{dr,22}}{r_2} & -d_{r1} \frac{T_{dr,13} + T_{dr,23}}{r_3} \\ 0 & 0 & -(d_{f2} + l_{r2}) \frac{T_{dr,13} + T_{dr,23}}{r_3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} C_{u1} & C_{u2} & C_{u3} \\ l_{f1} C_{u1} & -l_{r1} C_{u2} & -d_{r1} C_{u3} \\ 0 & 0 & -(d_{r1} + l_{r1}) C_{u3} \end{bmatrix}$$

D. 조향제어시스템의 전달함수 (주행속도 4m/s)

$$G_{11}(s) = \frac{34.59s^4 + 1535s^3 + 1.629 \times 10^4 s^2 + 1.878 \times 10^4 s + 5792}{s^4 + 54.6s^3 + 918.2s^2 + 5061s + 2826}$$

$$G_{21}(s) = \frac{5.672s^4 + 255.4s^3 + 2921s^2 + 1.083 \times 10^4 s + 5792}{s^4 + 54.6s^3 + 918.2s^2 + 5061s + 2826}$$

$$G_{31}(s) = \frac{1.098s^4 + 3.087s^3 - 590.4s^2 + 5792}{s^4 + 54.6s^3 + 918.2s^2 + 5061s + 2826}$$

$$G_{12}(s) = \frac{13.04s^4 + 441.5s^3 + 2595s^2 - 7635s - 5792}{s^4 + 54.6s^3 + 918.2s^2 + 5061s + 2826}$$

$$G_{22}(s) = \frac{69.26s^4 + 2247s^3 + 1.618 \times 10^4 s^2 + 320s - 5792}{s^4 + 54.6s^3 + 918.2s^2 + 5061s + 2826}$$

$$G_{32}(s) = \frac{-18.08s^4 + 148.7s^3 + 4744s^2 + 1.121 \times 10^4 s - 5792}{s^4 + 54.6s^3 + 918.2s^2 + 5061s + 2826}$$

$$G_{13}(s) = \frac{-0.3494s^4 + 23.79s^3 + 129.7s^2 + 0.002767s + 0.01508}{s^4 + 54.6s^3 + 918.2s^2 + 5061s + 2826}$$

$$G_{23}(s) = \frac{-15.51s^4 - 154.3s^3 + 129.7s^2 - 0.01794s + 0.01508}{s^4 + 54.6s^3 + 918.2s^2 + 5061s + 2826}$$

$$G_{33}(s) = \frac{78.15s^4 + 1298s^3 + 5249s^2 - 0.02645s + 0.01508}{s^4 + 54.6s^3 + 918.2s^2 + 5061s + 2826}$$

감사의 글

본 연구는 한국철도기술연구원 2008년도 위탁과제 (과제명 : 굴절차량의 자동 안내/추진제어 기술 개발) 의 지원으로 수행된 결과입니다.

참 고 문 헌

- [1] 한국 철도기술 연구원, “신에너지 바이모달 저장굴절차량개발 연구보고서”, 건설교통부 국가교통핵심기술개발사업 제4차년도 연차보고서, pp. 10-20, 2007. 4.
- [2] Huei Peng, Masayoshi Tomizuka, "Lateral Control of Front-Wheel-Steering Rubber-Tire Vehicles", BERKELEY Research Report UCB-ITS-PRR-90-5, July 1990.
- [3] Dirk de Bruin, Lateral Guidance of All-Wheel Steered Multiple-Articulated Vehicle, Ph. D thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 2001.
- [4] Meihua Tai, Jenu-Yu Wang, Pushkar Hingwe, Chieh Chen, Masayoshi Tomizuka, "Lateral Control of Heavy Duty Vehicles for Automated Highway Systems", California PATH Research Report UCB-ITS-PRR-98-8, Feb. 1998.
- [5] D. de Bruin, P.P.J. van den Bosch, "Modeling and control of a double articulated vehicle with four steerable axles", Proceedings of American Control Conference, June 1999.
- [6] 한국 철도기술 연구원, “신에너지 바이모달 수송 시스템개발 연구보고서”, 건설교통부 국가교통핵심기술개발사업 제7년도 연차보고서, pp. 734-751, 2010. 8.
- [7] Jurgen Guldner, Han-Shue Tan, Satyajit Patwardhan, "Analysis of Automatic Steering Control for Highway Vehicles with Look-down Lateral Reference Systems", PATH Technical Note 96-3, April 1996.
- [8] 민경득, 윤경한, 김영철, 변운섭, “굴절차량의 안내/추진제어 설계용 Toolbox”, 전기학회 논문집, Vol. 57, No. 11, pp. 2074-2079, 2008.
- [9] 이영화, 김석일, 서명원, 김대영, 김동룡, “타이어의 코너링강성이 4륜조향 자동차의 조향특성에 미치는 영향”, 한국자동차공학회 추계학술대회 논문집, pp. 203-212, 1994.
- [10] Y. S. Byun et al. 3, "Longitudinal Control of bimodal-tram using Sliding Mode Control", Proc. of ICCAS 2008, pp. 1439-1442, 2008.
- [11] Meihua Tai, Jenu-Yu Wang, Pushkar Hingwe, Chieh Chen, Masayoshi Tomizuka, "Lateral Control of Heavy Duty Vehicles for Automated Highway Systems", California PATH Research Report UCB-ITS-PRR-98-8, Feb. 1998.
- [12] Chen, C. and Tomizuka, M., "Dynamic Modeling for Articulated Vehicles for Automated Highway Systems", Proceedings of the American Control Conference, Seattle, pp. 653-657, 1995.
- [13] Mao-Jun He and Wen-Jian Cai, "New Criterion for Control-Loop Configuration of Multivariable Processes", American Chemical Society, vol. 43, pp. 7057-7064, 2004.
- [14] D. de Bruin, A. A. H. Damen, P.P.J. van den Bosch, "Backstepping Control for Lateral Guidance of All-wheel Steered Multiple Articulated Vehicles", IEEE Intelligent Transportation Systems, Oct. 2000.
- [15] Jurgen Guldner, Han-Shue Tan, Satyajit Patwardhan, "Analysis of Automatic Steering Control for Highway Vehicles with Look-down Lateral Reference Systems", PATH Technical Note 96-3, April 1996.

저 자 소 개

윤 경 한 (尹慶漢)

1968년 5월 22일생. 1991년 충북대 전자공학과(공학사). 1993년 동 대학원 전자공학과 (공학석사). 1993년~현재 국방과학연구소 선임연구원.

Tel : 042-821-2979

Fax : 042-821-2390

E-mail : kimhy0114@hotmail.com

김 영 철 (金 永 喆)

1981년 고려대학교 전기공학과(공학사),
1983년 서울대학교 전기공학과(공학석사), 1987년 서울대학교 전기공학과(공학박사),

1988년~현재 충북대학교 전기전자컴퓨터공학부 교수. 1992년~1993년 미국

Texas A&M Univ. Post-Doctoral Fellow. 2001년~2002년 미국 Vandervilt Univ./Tennessee State Univ. 방문교수. 대한전기학회 제어계측연구회장.

Tel : 043-261-2475

Fax : 043-272-2475

E-mail : yckim@cbnu.ac.kr

민 경 득 (閔 庚 得)

1981년 5월 7일생. 2007년 충북대 전자공학과 졸업. 2010년 동 대학원 제어계측공학과(공학석사). 2010년~현재 동 대학원 전자공학과 박사과정.

Tel : 043-273-3968

Fax : 043-272-2475

E-mail : min_k_d@cbnu.ac.kr

변 윤 섭 (邊 允 燮)

1967년 8월 17일생. 1994년 2월 대전산업대학교 전자공학과(공학사). 1996년 충북대학교 전자공학과(공학석사). 1996년~현재 한국철도기술연구원 선임연구원

Tel : 031-460-5437

Fax : 031-460-5024

E-mail : ysbyun@krri.re.kr