저압 열전자 방전 플라즈마의 Monte Carlo 시뮬레이션

Monte Carlo Simulation of Thermionic Low Pressure Discharge Plasma

고 욱 희*
(Wook Hee Koh)

Abstract - Nonlinear dynamical behaviors in thermionic low pressure discharge are investigated using a particle-in-cell(PIC) simulation. An electrostatic PIC code is developed to model the plasma discharge system including the kinetic effects. The elastic collision, excitation collision, ionization collision, and electron-ion recombination collision are considered in this code. The generated electrons and ions are traced to analyze physical characteristics of the plasma. The simulation results show that the nonlinear oscillation structures are observed for cold plasma in the system and the similar structures are observed for warm plasma with a shift in values of the bifurcation parameter. The detailed oscillation process can be subdivided into three distinct mode; anode-glow, temperature-limited, and double-layer modes.

Key Words : Monte Carlo, PIC simulation, Thermionic low pressure discharge, Pierce diode

1. 서 론

저압에서 열전자 방전(thermionic discharge)은 플라즈마를 생성하기 위한 방법으로 매우 널리 사용[1]되어 왔으며, 이러한 저압 열전자 방전은 매우 비선형적인 동력학적 특성을 가지고 있다는 것이 밝혀졌다[2-5]. 가장 이상적인 1차원 폐쇄 플라즈마 시스템은 고전적 Pierce 다이오드로 이것은 등전위(equipotential)로 유지되는 두 평행한 전극 사이에 움직이지 않는 이온들로 채워져 있는 구조로 되어 있고, 한쪽 전극으로부터는 냉 전자 빔이 일정한 비율로 방출되는 시스템이다[6]. 이러한 Pierce 다이오드는 전극에서 방출되는 전자 전류와 전극 사이의 거리로 결정되는 Pierce 매개 변수 $\alpha = L\omega_{pe}/v_0$ 의 특정 값에서는 매우 불안정해지며 비선형적으로 거동한다는 것이 발견되었다[6-12]. 여기서 L 은 전극 사이의 거리, v_0 은 전극으로부터의 전자의 방출 속력이고, ω_{pe} 는 전자 플라즈마 주파수이다.

고전적 Pierce 다이오드에서는 열음극(hot cathode)에서 방출되는 전자와 움직이지 않는 이온들에 의해서만 플라즈마가 형성되기 때문에 유체 모델(fluid model)을 사용하여 시뮬레이션을 하여도 동력학적인 특성을 잘 파악할 수 있다. 본 저자 등에 의해서 이루어진 이에 관한 연구는 이를 잘 보여 주고 있다[12]. 반면, 보다 일반적인 저압 열전자 방전에서는 방전 영역에서 전자들과 중성 입자 사이의 충돌에 의해 이온화가 진행되어 플라즈마가 형성된다. 그러므로 이러한 방전에서는 입자들 간의 충돌이 고려되어야 함은 물론이고, 전자들뿐 아니라 생성된 이온들의 운동 또한 적절히 다루어져야 플라즈마의 동력학적 특성을 정확히 파악할 수 있다. 이와 같은 이유로 유체 모델을 사용하여 열전자 방전

플라즈마의 비선형 동력학적 특성을 알아보는 것은 어렵다. 이런 경우에는 유체 모델보다 전자-입자의 충돌과 전자와 이온들의 운동을 상세히 다룰 수 있는 수치적 모델인 입자 모델(particle model)을 사용하는 것이 더 적합하다.

유사한 연구가 다른 연구자들에 의해 이루어진 바[9,11] 있으나 그 연구들은 XPDP1[14]과 같은 오래전에 개발된 코드를 사용해서 수행되었다. PIC(particle-in-cell) 방법을 이용한 저압 열전자 방전의 시뮬레이션에서는 물리적으로 정확한 모의 실험과 수치적 안정성이 보장되어야 하므로 아주 짧은 계산 시간 간격과 좁은 공간 격자의 크기 및 충분한 반복 계산이 요구된다. 따라서 매 계산 시간마다 많은 양의 계산이 반복되므로 매우 오랜 컴퓨터 계산 시간이 소요된다.

본 논문에서는 2단계 predictor-corrector scheme[16]을 적용하여 수치적 안정성을 확보하면서도 계산 시간 간격을 대폭 증가시킬 수 있게 하여 전체 계산 시간을 단축시키는 방법을 적용한 새로운 PIC 코드를 개발하였다. 본 모델에서는 Monte Carlo 방법으로 탄성(elastic) 충돌, 들뜸(excitation) 충돌, 이온화(ionization) 충돌을 다루며, 공간적 전하 분포에 의해 결정되는 전기장은 FEM(finite element method)을 사용하여 포아송 방정식(Poisson's equation)을 풀어 구한다. 개발된 코드를 이용하여 저압 열전자 방전 플라즈마의 비선형적 거동을 상세히 연구한다.

본 논문의 제2 절에서는 저압 열전자 방전의 시뮬레이션을 위해 개발한 수치 모델에 대하여 설명하고, 제3 절에서는 시뮬레이션 결과 및 토의를 제시하며, 제 4절에는 결론이 주어진다.

2. 저압에서의 열전자 방전 플라즈마의 수치 모델

저압 열전자 방전 시스템은 기본적으로 Pierce 다이오드와 유사하게 두 평행한 전극 사이로 방출체(emitter)인 전극

* Corresponding Author : Dept. of Electronics, Computer and Communication, Hanseo Univ.

E-mail : whkoh@hanseo.ac.kr

Received : October 7, 2012; Accepted : November 13, 2012

으로부터 열전자를 방출시켜주는 구조를 가지고 있다. 반맥스웰리안(half-Maxwellian) 속도 분포를 가지는 열전자가 전극으로부터 방출되면 이 전자들은 걸어준 전압에 의해 두 전극 사이에 형성되어 있는 전기장에 의해 가속된다. 이 과정에서 전자들은 중성 기체 입자와 탄성 충돌, 들뜸 충돌, 이온화 충돌 등을 하게 된다. 충분히 가속된 전자는 중성 입자와 충돌하여 전자와 이온을 생성하게 된다. 본 논문에서 충돌은 Monte Carlo 충돌 방법을 사용하여 다룬다[13]. 시간 간격 Δt 에서의 충돌 확률 P 는 아래와 같이 주어진다.

$$P = 1 - \exp[-N\sigma(\epsilon)v(\epsilon)\Delta t] \quad (1)$$

$$\sigma = \sigma_{el} + \sigma_{ex} + \sigma_{ion}$$

여기서, N 은 중성 기체의 밀도, v 는 전자의 속력, ϵ 은 전자의 에너지, 그리고 σ_{el} , σ_{ex} , σ_{ion} 은 각각 탄성 충돌(elastic collision), 들뜸 충돌(excitation collision), 이온화 충돌(ionization collision)에 의한 산란단면적(cross section)이다. 전자가 충돌 유무와 충돌의 종류는 0과 1사이의 두 개의 난수(random number) R_1, R_2 를 발생시켜 결정한다. 즉, 난수 R_1 이 $R_1 < P$ 의 조건을 만족하면 충돌이 발생했다고 가정한다. 충돌의 종류는 또다른 난수 R_2 로 결정한다. R_2 가 $0 \leq R_2 \leq \sigma_{el}/\sigma_t$ 조건을 만족하면 탄성 충돌을 한 것으로 가정하고, $\sigma_t \leq R_2 \leq (\sigma_{el} + \sigma_{ex})/\sigma_t$ 를 만족하면 들뜸 충돌을 한 것으로 가정하며, 그렇지 않은 경우에는 이온화 충돌을 한 것으로 가정하여 다룬다. 산란 단면적은 실험 데이터[15]를 근거로 피팅한 에너지에 따른 함수를 사용한다. 전자와 이온 들은 전극에서 흡수되거나 재결합 충돌에 의해 손실된다. 전자와 이온 간의 재결합 충돌도 마찬가지로 방법으로 다룬다.

생성된 전자와 이온들의 운동에 의해 전하의 공간적 분포가 변화되므로 전하들의 공간 분포 변화를 반영하기 위하여 매 시간마다 전기장을 계산해야 한다. 계산의 효율성을 높이기 위해 전기장은 Particle-in-cell(PIC) 방법을 사용하여 계산한다[15]. 즉, 전하로부터 가까운 두 계산 격자(grid)에 전하량을 선형적으로 할당하여 전하밀도를 구하고, 각 격자마다 결정된 전하밀도를 사용하여 Poisson 방정식을 풀어 전기장을 구한다. i 번째 격자에서의 전기장은 다음 식으로 주어진다.

$$\nabla^2 \phi_i = -\frac{\rho_i}{\epsilon_0} \quad (2)$$

$$\mathbf{E}_i = -\nabla \phi_i$$

식 (2)는 매 시간마다 계산되어야 하므로 많은 계산 시간을 요구하므로 계산 시간을 단축할 수 있는 효율적인 수치적 풀이 방법이 필요하다. 본 저자에 의해 개발된 유한요소법(finite element method)을 기반으로 하는 Poisson Solver를 사용하여 계산한다[12].

현 시간 단계에서 새롭게 계산된 전기장은 전하들에 힘을 작용하여 전하들의 공간적 배치를 새롭게 한다. 전하들의 다음 시간 단계에서의 새로운 위치를 계산할 때 시간 간격을 크게 하여도 수치적 안정성이 확보되도록 하기 위해 일종의 predictor-corrector 방법을 적용하여 운동방정식을 차

분 방정식(difference equation)으로 변환한다. i 번째 격자에서의 속도와 위치는 다음 식과 같이 2단계로 나타낼 수 있다.

1단계 (predictor):

$$\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}\right)_i = \frac{e}{m} \nabla \phi_i^t, \quad \left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_i = v_\xi^t \quad (3)$$

$$\bar{\mathbf{v}}_i^{t+\Delta t} = \mathbf{v}_i^t + \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}\right)_i^t \Delta t \quad (4)$$

$$\bar{x}_i^{t+\Delta t} = x_i^t + \left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_i^t \Delta t \quad (5)$$

2단계 (corrector):

$$\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}\right)_i^{t+\Delta t} = \frac{e}{m} \nabla \phi_i^{t+\Delta t}(\bar{x}_i^{t+\Delta t}), \quad \left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_i^{t+\Delta t} = \bar{v}_\xi^{t+\Delta t} \quad (6)$$

$$\mathbf{v}_i^{t+\Delta t} = \mathbf{v}_i^t + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}\right)_i^t + \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}\right)_i^{t+\Delta t} \right] \Delta t \quad (7)$$

$$x_i^{t+\Delta t} = x_i^t + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_i^t + \left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_i^{t+\Delta t} \right] \Delta t \quad (8)$$

여기서 t 는 계산 단계에서의 시간, Δt 는 시간 간격이다. 위 식들에서 공간에 대한 미분은 중간차분법(central difference)을 사용한다. 이와 같은 방법으로 식 (3)-(8)에 경계조건을 적용하여 $t+\Delta t$ 에서의 해를 구한다. 이 결과를 적용한 식 (2)의 Poisson 방정식은 이미 언급했던 대로 유한요소법(FEM)을 사용하여 풀어 $t+\Delta t$ 에서의 입자들의 위치와 속도를 구한다. 이와 같은 방법으로 매 시간의 단계마다 입자들의 위치와 속도 및 전위를 구하게 되면 시공간적으로 변하는 전자와 이온들로 이루어진 플라즈마의 동력학적 특성을 파악할 수 있다.

3. 결과 및 토의

전극 간의 거리 L 가 20cm 또는 1m인 두 극판 사이에 He 기체가 들어 있는 경우에 대해 극판에 전압 $V_a=30\sim 40V$ 를 걸어주었을 때 발생하는 저압 열전자 방전에 대한 시뮬레이션을 수행하였다. 먼저 전자와 중성 입자 간의 충돌을 고려하지 않고 음극에서 방출되는 전자의 속도 분포만을 고려하였을 경우의 시뮬레이션 결과를 제시하고, 다음으로 충돌이 있는 경우에 대한 시뮬레이션 결과를 제시한다.

그림 1과 그림 2는 He 기체의 압력이 2.3mTorr이고 전극 간의 거리가 20cm인 두 극판에 40V의 전압을 걸어주었을 경우 그리고 $\alpha=2.8376\pi$ 일 때 각각 $x=0$ 에서의 전기장 $E_x(0)$ 의 시간에 따른 변화(time history)와 위상 공간(phase space)에서의 도표를 나타낸 것이다. 전기장 $E_x(0)$ 는 1주기 진동을 하고 있음을 알 수 있다. 위상 공간의 도표를 보면 열운동이 없는 냉 전자(cold electron)의 경우와는 달리 한 개의 닫힌 곡선으로 나타나는 대신에 주 궤적을 따라 퍼져 있는 특징을 보여준다. 이것은 전자의 열운동 때문에 나타나는 효과를 보여주는 것이다.

그림 3과 그림 4는 He기체의 압력이 2.3mTorr이고 전극 간의 거리가 1m인 두 극판에 40V의 전압을 걸어주었을 경

우 혼돈(chaotic) 상태일 때 각각 $x=0$ 에서의 전기장 $E_x(0)$ 의 시간에 따른 변화(time history)와 위상 공간(phase space)에서의 도표를 나타낸 것이다. 전기장 $E_x(0)$ 는 전기장은 불규칙적이고 일정하지 않게 진동하고 있는 것을 볼 수 있다. 즉, 혼돈 진동(chaotic oscillation)을 하고 있음을 알 수 있다. 또한 위상 공간의 도표에서도 특정한 닫힌 궤적을 따라 움직이지 않고 영역 내의 모든 곳을 지나가고 있어 혼돈 운동을 하고 있음을 또 한번 보여주고 있다.

그림 5는 전자들의 위치와 속도의 x 성분에 대한 위상 공간에서의 도표를 나타낸 것이다. 양극과 음극 근방의 전자들을 제외한 두 극 사이의 중앙 부근에 위치한 전자들은 서로 다른 방향으로 진행하는 두 개의 빔을 형성하고 있다. 특히 $x=0.45\text{m}$ 근방에서는 빔의 상대 속도의 크기는 최대로 약 $1.3 \times 10^7 \text{m/s}$ 에 달한다. 또한 중심부의 전자들은 두 전극 사이의 중심점을 평형 위치로 하여 x 축을 따라 진동하고 있으며, 이때의 진동의 각진동수는 $5.52 \times 10^7 \text{rad/s}$ 로 전자들의 플라즈마 진동수 $5.6 \times 10^7 \text{rad/s}$ 과 거의 같음을 알 수 있다.

이 결과들로부터 음극(cathode)으로 부터 열운동이 없는 냉 전자 빔이 방출되는 경우와 비교했을 때 Pierce 매개 변수의 값이 달라지기는 하지만 열운동이 있는 플라즈마의 경우도 열운동이 없는 플라즈마의 경우와 유사한 동력학적 특성을 보여주고 있음을 알 수 있다.

그림 1 $\alpha=2.8376\pi$ 일 때 $x=0$ 에서의 시간에 따른 전기장.
Fig. 1 Time history of electric field at $x=0$ for $\alpha=2.8376\pi$.

그림 2 $\alpha=2.8376\pi$ 일 때 위상 공간에서의 도표.
Fig. 2 Phase space diagram for $\alpha=2.8376\pi$.

그림 3 혼돈 진동을 할 때 시간에 따른 전기장.
Fig. 3 Time history of electric field for chaotic oscillation.

그림 4 혼돈 진동을 할 때 위상 공간에서의 도표
Fig. 4 Phase space diagram for chaotic oscillation.

그림 5 혼돈 진동할 때 위상 공간 $x-v_{ex}$ 에서의 도표.
Fig. 5 Phase space diagram $x-v_{ex}$ for chaotic oscillation.

다음으로 전자와 중성 입자 간의 충돌을 고려하였을 경우의 시뮬레이션 결과를 제시한다. 압력이 200mTorr인 He기체가 두 전극 사이에 들어 있는 있고 전극 간의 거리가 20cm일 때, 극판에 30V의 전압을 걸어주었을 경우 양이온 밀도의 평균값과 $x=5\text{cm}$ 에서 전위를 시간에 따라 나타내면 그림 6과 같다. 평균 양이온 밀도와 $x=5\text{cm}$ 에서의 전위는 0.56ms의 같은 주기로 진동하고 있음을 볼 수 있다. 이는 이온이 전자에 비해 이동도가 매우 작으므로 열운동에 의한 효과는 나타나지 않으며 전기장을 따르는 표류 운동에 의한 효과만을 보여주는 것이다.

그림 6 $p=200\text{mTorr}$, $V_a=30\text{V}$, $L=20\text{cm}$ 일 때 평균 이온 밀도와 전위의 시간 변화.

Fig. 6 Time evolutions of average ion density and electric potential at $x=5\text{cm}$ for $p=200\text{mTorr}$, $V_a=30\text{V}$, $L=20\text{cm}$.

그림 7은 $p=2.3\text{mTorr}$, $V_a=40\text{V}$, $L=20\text{cm}$ 인 경우 시간 20ms일 때의 전위, 전자와 양이온의 밀도 및 전자와 양이온의 위치와 속도의 x 성분에 대한 위상 공간에서의 도표를 나타낸 것이다. 전위는 음극 앞쪽에서 음극에서의 전위보다 더 낮아지는 영역을 갖게 되는데 이것을 가상음극(virtual cathode)이라고 한다. 음극에서 방출된 전자 중 대다수는 이곳에서 반사되고, 이들 중 가상음극을 넘을 만큼 충분히 큰 운동 에너지를 갖는 것만이 이곳을 뛰어 넘어 양극 쪽으로 갈 수 있다. 큰 에너지를 갖는 전자들이 양극 근방에 이르게 되면 강한 전기장 때문에 더욱 가속되어 중성 입자들을 이온화시키기에 충분한 에너지를 갖게 된다. 그러므로 양극 근방에 도달한 전자들 중 상당수가 중성 입자와 이온화 충돌을 하여 그 근방에 양이온과 전자들을 생성하게 된다. 양극 근방에서 생성된 양이온들은 전기장의 영향으로 음극 쪽으로 가속되어 운동하게 되므로 결국에는 음극에 흡수되게 된다. 그림 7(c)의 전하 밀도와 (b)와 (d)의 전자와 양이온의 위상 공간에서의 도표는 음극 근방에는 속력이 느린 전자들

그림 7 $p=2.3\text{mTorr}$, $V_a=40\text{V}$, $L=20\text{cm}$ 일 때 양극 글로우 모드.

Fig. 7 Anode Glow Mode for $p=2.3\text{mTorr}$, $V_a=40\text{V}$, $L=20\text{cm}$.

이 집중되어 있고 양극 쪽으로 갈수록 가속된 전자들이 많이 분포하고 있고, 또한 양극 근방에는 느린 속도 분포를 갖는 양이온이 집중되어 있는 반면 음극 근방에서는 빠른 속도 분포를 갖는 양이온들이 분포하고 있음을 보여주고 있어 위의 설명을 잘 뒷받침해 준다. 이와 같은 방전 모드를 양극 글로우 모드(Anode Glow Mode; AGM)라 한다.

그림 8은 $p=10\text{mTorr}$, $V_a=40\text{V}$, $L=20\text{cm}$ 인 경우 시간 20ms일 때의 전위, 전자와 양이온의 밀도 및 전자와 양이온의 위치와 속도의 x 성분에 대한 위상 공간에서의 도표를 나타낸 것이다. 그림 8(a)의 전위 분포는 그림 7에 비해 두 배정도 큰 전기장이 음극 근방에 형성되는 것을 보여 준다. 음극에서 방출된 전자 중 이 전기장을 극복한 전자들만이 방전 영역 내에 도달하게 되므로 방전 영역에 있는 전자들은 이온화 충돌을 일으킬 수 있을 만큼의 충분히 높은 에너지를 갖게 된다. 따라서 $x=10\text{cm}$ 이후의 영역에서는 거의 전 영역에 걸쳐 밀도가 높은 플라스마가 형성되게 되므로 플라스마의 밀도가 빔의 밀도보다 더 높게 된다. 이런 경우 방전 전류(discharge electric current)는 음극에서 방출되는 전자에 의한 빔 전류(beam electric current)에 의해서 제한되게 된다. 이와 같은 방전 모드를 온도 제한 모드(Temperature Limited Mode; TLM)라 한다. 그림 8(b)의 전자의 위상 공간에서의 도표는 속도 분포 곡선의 꼬리 쪽에 해당하는 매우 큰 에너지를 가지고 있는 전자들이 존재하고 있음을 보여 주고 있다. 이 영역에 이렇게 큰 에너지를 갖는 전자들이 존재하는 한 중성 입자들은 계속적으로 이온화 충돌을 일으키게 되고, 그에 따라 이 영역에서는 전자와 양이온들이 계속적으로 생성된다. 다시 말해 음극에서 방출되는 전자의 온도가 방전을 제한하게 되므로 TLM 방전 모드라 한다.

그림 8(a)의 전위 그래프에서 볼 수 있듯이 음극 근방에 매우 큰 전기장이 형성되어 있는 것을 보여 주는데, 이것 때문에 이 영역에 있는 양이온들은 음극을 향해 매우 큰 가속도로 운동하게 된다. 따라서 양이온들은 음극 근방에 거의 머물러 있지 않게 된다. 그림 8(c)에서 양이온들의 밀도 분포와 그림 8(d)의 양이온의 위상 공간에서의 도표는 이와

그림 8 $p=10\text{mTorr}$, $V_a=40\text{V}$, $L=20\text{cm}$ 일 때 온도 제한 모드.

Fig. 8 Temperature Limited Mode for $p=10\text{mTorr}$, $V_a=40\text{V}$, $L=20\text{cm}$.

같은 현상이 있음을 잘 보여주고 있다.

AGM일 때 양극 근방의 이온화가 발생하는 영역(양극 글로우 영역)에서 이온화에 의해 생성되는 이온들의 수가 이 영역을 벗어나는 양이온들의 수보다 많아지게 되면 더 이상 AGM 모드가 유지되지 못하고 TLM 모드로 바뀌게 된다. 양극 글로우 영역의 길이 l 에 대한 간단한 표현을 도입하여 이 영역에서 이온화 충돌 진동수가 양이온의 충돌 진동수보다 크다는 조건을 쓰면 다음과 같이 된다.

$$n_0 \sigma_{ion} v_e > \frac{\bar{v}_i}{l}, \quad l \approx L \left(\frac{V_a - \epsilon_{ion}}{V_a} \right) \quad (9)$$

여기서 ϵ_{ion} 은 이온화 에너지를 기본전하량 e 로 나눈 이온화 전압, n_0 는 중성 기체 밀도, σ_{ion} 은 이온화 단면적, $\bar{v}_e$ 와 $\bar{v}_i$ 는 각각 양극 글로우 영역에서의 전자의 평균 속도와 양이온의 평균 속도이다. $\bar{\phi}$ 는 이 영역에서의 평균 전위로 이온화율과 평균 이온 속도는 아래와 같이 나타 낼 수 있다.

$$\sigma_{ion} v_e = \sigma_{ion} (\bar{\phi}) (2e\bar{\phi}/m_e)^{1/2} \quad (10)$$

$$\bar{v}_i = (2e\bar{\phi}/m_i)^{1/2} \quad (11)$$

식 (10), (11)을 식 (9)에 넣어 정리하면 다음과 같은 전압과 기체 압력과 극판 사이의 거리의 곱 pL 의 관계식을 얻는다.

$$V_a > \frac{\sqrt{m_i/m_e} \epsilon_{ion} \sigma_{ion} k_n pL}{\sqrt{m_i/m_e} \epsilon_{ion} k_n pL - 1} \quad (12)$$

여기서 k_n 은 실온(297K)에서 $3.25 \times 10^{22} \text{ Torr} \cdot \text{m}^{-3}$ 로 주어지는 상수이다.

식 (12)에 따라 AGM과 TLM 두 모드의 경계가 되는 매개변수 값을 구할 수 있다. He 기체의 경우 $V_a = 40\text{V}$, $L = 20\text{cm}$ 일 때 두 모드의 경계가 되는 p 값은 약 2.7mTorr 이다. 따라서 이 값보다 압력이 작은 그림 7의 경우는 AGM, 이 값보다 압력이 큰 그림 8의 경우는 TLM 모드가 된다.

그림 9는 $p = 200 \text{ mTorr}$, $V_a = 40\text{V}$, $L = 20\text{cm}$ 인 경우 시간 20 ms 일 때의 전위, 전자와 양이온의 밀도 및 전자와 양이온의 위치와 속도의 x 성분에 대한 위상 공간에서의 도표를 나타낸 것이다. 압력이 높아지게 되면 이온들과 중성 입자간의 충돌도 증가하게 된다. 방전 영역에서의 빈번한 충돌에 의해 에너지를 잃게 된 이온들은 이동도(mobility)도 낮아지므로 이온들은 잘 움직이지 않고 그 곳에 머물게 된다. 따라서 양이온의 밀도가 전자의 밀도보다 더 크게 되고 이로 인해 압력이 낮았을 때보다 전위는 낮아지게 되어 그림 9(a)에서 보는 것처럼 양극 근방을 제외한 중간 영역에서 평평한 모양의 전위 분포를 갖게 된다. 그림 9(b)의 전자의 위상 공간에서의 도표는 그림 8(b)의 압력이 $p = 10 \text{ mTorr}$ 인 경우와 비교하였을 때, 방전 영역에서 높은 에너지를 갖는 전자가 수가 현저하게 줄어 들었다는 것을 보여준다. 또한 그림 9(d)의 양이온의 위상 공간에서의 도표는 그림 8(d)와 비교하였을 때 양이온들의 속도가 거의 0에 근접해 있음을 보여 주고 있다. 그림 8(c)와 그림 9(c)를 비교해보면 전자

밀도와 양이온 밀도 모두 $x > 10\text{cm}$ 의 방전 영역에서 현저히 증가 되어 있음을 볼 수 있다. 앞서 설명한 대로 기체 압력의 증가는 결국 그림 9(a)의 전위 그래프에서 볼 수 있는 바와 같이 음극과 양극 근방에서는 가파르고 중간 영역에서는 평평한 모양의 전위 분포가 형성되게 된다. 즉, 이중층(double layer)이 형성되게 되므로 이와 같은 방전 모드를 이중층(Double Layer Mode; DLM)라 한다.

그림 9 $p = 200 \text{ mTorr}$, $V_a = 40\text{V}$, $L = 20\text{cm}$ 일 때 이중층 모드.
Fig. 9 Double Layer Mode for $p = 200 \text{ mTorr}$, $V_a = 40\text{V}$, $L = 20\text{cm}$.

그림 10은 $p = 10 \text{ mTorr}$, $V_a = 40\text{V}$, $L = 20\text{cm}$ 인 경우 시간 t 가 3 ms , 12 ms , 20 ms 인 순간의 전위와 전자 및 양이온의 위치와 속도의 x 성분에 대한 위상 공간에서의 도표를 나타낸 것이다. $t = 3 \text{ ms}$ 일 때 AGM의 전위 분포를 보면 음극 근방에 가장 음극이 형성되어 있다. $t = 12 \text{ ms}$ 일 때 양극 근방에 있는 가속된 전자들은 기체 입자들과 이온화 충돌을 하여 전자와 양이온들을 생성하게 되고, 시간이 지나갈수록 이온화 충돌이 계속되어 이 영역의 양이온들의 수가 증가하게 되므로 전위 곡선의 모양이 위로 볼록한 형태로 변화하게 된다. 시간이 $t = 20 \text{ ms}$ 에 이르게 되면 음극 근방을 제외하고는 전위의 곡선이 평평해지는 형태로 변하면서 방전 모드가 TLM으로 바뀌게 된다. 입력 매개변수가 $p = 10 \text{ mTorr}$, $V_a = 40\text{V}$, $L = 20\text{cm}$ 일 경우에는 시간에 변함에 따라 AGM에서 TLM으로 모드 변환이 일어나는 것을 알 수 있다.

그림 10 $p = 10 \text{ mTorr}$, $V_a = 40\text{V}$, $L = 20\text{cm}$ 일 때 AGM에서 TLM로의 모드 변화.

Fig. 10 Mode transition from AGM to TLM for $p = 10 \text{ mTorr}$, $V_a = 40\text{V}$, $L = 20\text{cm}$.

4. 결 론

본 논문에서는 Monte Carlo 충돌 방법을 적용한 PIC (particle-in-cell) 모델을 사용한 시뮬레이션 코드를 개발하여 저압 열전자 방전 플라즈마의 비선형적 거동을 연구하였다. 본 코드는 시뮬레이션 계산 시간을 줄이기 위해 2단계 predictor-corrector 방법을 적용하여 개발하였고, 충돌은 탄성(elastic), 들뜸(excitation), 이온화(ionization) 충돌을 Monte Carlo 방법으로 다루었으며, 전하의 공간적 분포에 의해 결정되는 전기장은 포아송 방정식(Poisson's equation)을 FEM 방법으로 풀어 결정하였다.

헬륨 기체에 대한 시뮬레이션 결과 압력의 변화에 따라 각각 양극-글로우(anode-glow) 모드, 온도 제한(temperature limited) 모드, 이중층(double layer) 모드의 세 가지의 비선형적 진동 모드들이 관측 되었다. 이 결과는 앞선 연구자들에 의해 보고된 결과와 정성적으로 일치하는 것으로 시뮬레이션 코드의 신뢰성을 보여준다. 이와 같이 우리의 코드는 저압 열전자 방전 플라즈마에 관한 동력학적 특성 연구를 위한 시뮬레이션에 활용될 수 있다.

감사의 글

본 연구는 2009년도 한서대학교 교비 학술연구 지원 사업에 의하여 연구되었음.

References

- [1] Y. P. Raizer, Gas Discharge Physics, (Berlin:Springer, 1991).
- [2] T. Klinger, F. Greiner, A. Rohde and A. Pier, Phys. Plasma 2, 1822 (1995).
- [3] P. Y. Cheung and A. Y. Wang, Phys. Rev. Lett. 59, 551 (1987).
- [4] C. A. Capeau, G. Bachet, and F. Doveil, Phys. Plasmas 2, 4650 (1995).
- [5] W. X. Ding, T. Klinger, and A. Piel, Phys. Lett. A 222, 409 (1996).
- [6] J. R. Pierce, J. Appl. Phys. 15, 721 (1944).
- [7] J. R. Cary, J. Appl. Phys. 53, 3303 (1982).
- [8] B. B. Godfrey, Phys. Fluids 30, 1553 (1987).
- [9] F. Greiner, T. Klinger, H. Klostermann and A. Pier, Phys. Rev. Lett. 70, 3071 (1993).
- [10] T. L. Crystal and S. Kuhn, Phys. Plasma 28, 2116 (1985).
- [11] H. Matsumoto, H. Yokoyama, and D. Summers, Phys. Plasma 3, 177 (1996).
- [12] Wook Hee Koh, In-Ho Park, J. Korean Vacuum Society 21, No.5, 249 (2012).
- [13] Wook Hee Koh and In-Ho Park, "Numerical Simulation of Point-to-Plane Corona Discharge using a Monte Carlo Method", Vacuum 84, p.550, (2010).
- [14] C. K. Birdshall, IEEE Trans. Plasma Sci. 19, 65 (1991).

[15] S. C. Brown, Basic data of plasma physics, (Cambridge:M.I.T, (1967).

[16] J. C. Butcher, Numerical Methods for Ordinary Differential Equations, New York: John Wiley & Sons, (2003)

저 자 소 개

고 옥 희 (高旭熙)

1959년 6월 21일생. 1983년 서울대학교 물리교육과 졸업. 1985년 KAIST 물리학과 졸업 (이학석사). 1992년 KAIST 물리학과 졸업 (이학박사). 1993년~현재 한서대학교 전자컴퓨터통신학부 교수

Tel : 041-660-1322

E-mail : whkoh@hanseo.ac.kr