대탄도탄 FMCW 탐색기를 위한 탄두부 추적 필터 설계

Warhead Tracking Filter for FMCW Seekers with Anti-Ballistic Missile Capability

한 슬 기* · 나 원 상† · 박 진 배** · 홍 영 곤*** · 박 성 호*** · 선 웅***

(Seul-Ki Han · Won-Sang Ra · Jin-Bae Park · Young-Gon Hong · Sung-Ho Park · Woong Sun)

Abstract - In this paper, a practical warhead tracking filter is proposed for developing a FMCW (Frequency Modulation Continuous Wave) seeker with anti-ballistic missile capability. For reliable warhead tracking, the measurement originated from the warhead section of a ballistic target should be separated from other measurements. Furthermore, since the FMCW seeker is based on triangular frequency modulation, the multiple measurements obtained in different chirp periods should be properly associated. As a systematic way to solve the problem, the measurement pairing problem under cluttered environment is reformulated as a data association filtering problem and the PDA (Probabilistic Data Association) scheme is applied. The proposed warhead tracking filter provides better warhead tracking performance compared to the conventional range tracking algorithm and nearest neighbor warhead tracking filter. The effectiveness and reliability of the proposed method are verified using the FMCW seeker simulator.

Key Words : FMCW seeker, Anti-ballistic missile, Warhead tracking, Data association

1. 서 론

대탄도탄 유도무기 체계는 탄도탄에 의한 대량살상 위협을 방어하기 위한 목적으로 개발된다. 탄도탄 표적은 고속·고기동 할 뿐만 아니라, 나선운동을 하며 자탄을 분사하는 경우가 많으므로 성공적인 탄도탄 방어체계를 구축하기 위해서는 고공에서 탄도탄 표적의 탄두부를 직격할 수 있는 능력을 갖추어야 한다 [1-3]. 대탄도탄 유도탄은 탐색기에서 제공되는 표적 정보에 의존하여 호밍(homing) 및 종말(terminal) 유도를 수행하게 되므로, 탐색기 정보를 이용한 탄두부 정밀 탐지추적 기술은 대탄도탄 유도탄 개발을 위한 핵심 요소기술이다 [4-6]. 그 기술적 중요성에도 불구하고, 탐색기 기반 탄도탄 탄두부를 분리추적 필터링 기법에 관한 체계적 연구개발 사례는 찾아보기 힘든 실정이다.

FMCW 탐색기를 이용한 탄도탄 표적의 탄두부 추적을 위해서는 여러 기술적 난제들을 해결해야 한다. 이해를 돕기 위해, 그림 1과 같이 삼각 송신주파수 변조방식을 채택하는 FMCW 탐색기의 표적추적 원리를 살펴보자. 먼저 상승·하강 chirp 구간에서 수신된 표적신호에 대하여 각각 FFT를 수행함으로써 합채널 스펙트럼을 산출하고, 문턱치를 상회하는 전역 첨두(global peak)를 검출한다. 검출된 첨두를 표적 반사신호로 간주하면, 첨두신호에 해당하는 FFT 셀 측정치를 이용하여 유도탄과 표적 간의 상대거리 및 접근속도를 산출할 수 있다 [7]. 그림 1에서 확인할 수 있듯이

그림 1 FMCW 탐색기 기반 다중 표적추적 측정치 조합 문제
Fig. 1 Pairing problem in multi-target tracking based on FMCW seeker

단일 표적을 추적하는 경우에는 단순한 알고리즘을 적용하더라도 상승·하강 chirp 구간에서의 측정치 연관에 별다른 문제가 발생하지 않는다. 하지만, 다중표적을 추적하기 위해서는 합채널 스펙트럼 상에 여러 개의 지역 첨두(local peak) 측정치들이 존재하게 되므로, 상승·하강 chirp 구간에서 이들 사이의 조합(pairing) 문제를 반드시 해결해야 한다. 만일 표적간의 거리 및 속도차가 분명하다면, 앞서 설명한 통상적인 신호처리 기법을 적용하더라도 다중표적의 거리 및 속도변화의 물리적 한계를 고려하여 다양한 측정치 조합 가능성에 대한 유효성을 판별할 수 있다. 하지만, 표적간 거리 및 속도차가 크지 않은 상황에서 다중표적 추적문제의 체계적 해결방안은 아직까지 제안된 바 없다 [8]. 이리

* 정 회 원 : 연세대학교 전기전자공학과

† 교신저자, 정회원 : 한동대학교 기계제어공학부

E-mail : wonsang@handong.edu

** 정 회 원 : 연세대학교 전기전자공학과 교수

*** 비 회 원 : LIG NeX1 ISR 연구센터

접수일자 : 2012년 2월 7일

최종완료 : 2012년 4월 23일

그림 2 탄도탄 표적 RCS 특성

Fig. 2 RCS characteristics of a ballistic missile target

한 다중표적 추정치 조합 문제는 클러스터 신호가 부정기적으로 출현 하는 경우 더욱더 심각해질 수 있다.

전형적인 탄도탄 표적 반사신호에 대한 스펙트럼은 그림 2와 같다. 그림에서 확인할 수 있듯이 탄도탄 표적은 3개 정도의 주 반사점을 가지며 다중경로에 의한 클러스터도 빈번하게 관찰된다. 탄도탄 표적의 주 반사점인 동체부, 탄두부, 미익부 간의 거리는 수 m로 멀리 떨어져 있지 않으며, 속도도 거의 일정한 수준을 유지하는 특성이 있다. 따라서, FMCW 탐색기를 이용한 탄두부 추적을 위해서는 서로 다른 시구간에서 획득된 추정치들에 대한 조합(temporal correlation) 문제와 검출된 표적 및 클러스터 추정치에 대한 스펙트럼 영역에서의 상관(spatial correlation) 문제를 동시에 해결해야 한다. 이를 위해, 본 논문에서는 자료연관 필터링 관점에서 탄두부 추적문제를 재정의하고, 확률자료연관(PDA: probabilistic data association) 개념을 적용하여 탄두부 추적필터를 구성한다. 제안된 방법은 표적 동특성 모델에 기반하여 복수의 반사점을 갖는 탄도탄 표적에 대한 FMCW 탐색기의 추정치 조합 문제를 자연스럽게 해결할 수 있을 뿐만 아니라, 게이팅을 통해 획득된 유효 추정치들에 대한 확률자료연관 과정을 거침으로써 클러스터가 존재하는 상황에서도 안정적인 탄두부 추적성능을 제공할 수 있다는 장점을 갖는다 [9-12]. 물론, 계산량 측면만을 고려한다면 최근린(NN: nearest neighborhood)자료연관 개념 [13,14]의 적용도 고려할 만하지만 탄두부가 다른 반사점들과 멀리 떨어져 있지 않고 클러스터가 상존하는 상황에서는 계산량 보다는 유효추정치 판별의 안정성이 우선 고려되어야 하므로, 확률자료연관에 기반하여 탄두부 추적필터를 설계하는 것이 탄두부 추적의 신뢰도를 높일 수 있을 것으로 판단된다. FMCW 탐색기 시뮬레이터를 이용하여 제안된 탄두부 추적 알고리즘의 유용성 및 실제 적용가능성을 확인한다.

2. 탄도탄 상대운동 및 측정신호 모델

2.1 시선좌표계 탄도탄 표적 반사점 상대운동 모델

탄두부 추적필터 설계를 위해 사용되는 좌표계 정의는 표 1 및 그림 3, 4와 같다. 표 1에서 C_B^A 는 A-B좌표계 간 좌표 변환행렬이며, $R_q(\epsilon)$ 는 q 축에 대해 각도 ϵ 만큼을 회전시키는 회전행렬을 의미한다. 동체좌표계, 안테나 헤딩좌표계 그리고 시선좌표계에서의 관성각속도는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}\vec{\omega}_{IB}^B &\equiv \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + R_x(\phi) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + R_x(\phi)R_y(\theta) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \\ \vec{\omega}_{IB}^h &\equiv \begin{bmatrix} p_h \\ q_h \\ r_h \end{bmatrix} = \vec{\omega}_{IB}^B + \vec{\omega}_{Bh}^h = C_B^h \vec{\omega}_{IB}^B + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_g \\ 0 \end{bmatrix} + R_y(\theta_g) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi}_g \end{bmatrix} \\ \vec{\omega}_{ILOS}^{LOS} &\equiv \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \vec{\omega}_{IB}^{LOS} + \vec{\omega}_{hLOS}^{LOS} = C_h^{LOS} \vec{\omega}_{IB}^h + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{e}_y \\ 0 \end{bmatrix} + R_y(e_y) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{e}_z \end{bmatrix} \\ &\approx \begin{bmatrix} p_h + e_z q_h - e_y r_h - e_y \dot{e}_z \\ -e_z p_h + q_h + \dot{e}_y \\ e_y p_h + r_h + \dot{e}_z \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (1)$$

표 1 좌표계 정의

Table 1 Definition of coordinates system

좌표계	정 의
관성좌표계 (I-frame)	NED(North-East-Downward) 좌표계 X_I : 수평면에서의 초기 시선각도 방향 Z_I : 수직하 방향
동체좌표계 (B-frame)	X_B : 유도탄의 코(nose) 방향 Y_B : 유도탄의 1번 날개방향 $C_I^B = R_x(\phi)R_y(\theta)R_z(\psi)$ ϕ, θ, ψ : 롤, 피치, 요각
안테나 헤딩좌표계 (h-frame)	X_h : 탐색기 안테나 지향 방향 Y_h : 피치 김발각과 일치 $C_B^h = R_y(\theta_g)R_z(\psi_g)$ ψ_g, θ_g : 요, 피치 김발각
시선좌표계 (LOS-frame)	X_{LOS} : 실제 표적이 위치하고 있는 시선벡터 방향 $C_h^{LOS} = R_y(e_y)R_z(e_z)$

동체좌표계는 원점이 대탄도탄 요격용 유도탄의 무게중심에 위치하는 오른손 좌표계로 유도탄 탑재센서 장착을 위한 기준좌표계이다. 안테나 헤딩좌표계는 유도탄에 장착된 2축 김발형 FMCW 탐색기 안테나의 지향방향을 나타내기 위한 것이다. 시선좌표계는 실제 표적과 유도탄을 잇는 시선(line-of-sight) 벡터방향을 기준으로 정의되며, 안테나 헤딩좌표계와는 추적오차각(boresight error angle) e_y, e_z 만큼의 차이를 보인다.

탄두부 추적필터는 FMCW 탐색기 거리추적루프에 병렬 구현되며, 탐색기의 합채널 스펙트럼을 이용하여 탄두부까지의 상대거리 및 상대속도를 추정하는 것을 목적으로 한다. 따라서, 탄두부 추적필터 설계를 위해 유도탄과 탄두부 반사점간의 상대운동을 시선좌표계에서 기술할 필요가 있다. 탄도탄 무게중심으로부터 탄두부까지의 거리는 유도탄-탄도탄 표적 간 상대거리에 비해 상대적으로 매우 작으므로, 탄두부 반사점의 상대운동 모델을 탄도탄 표적 무게중심에 대한 운동방정식으로 근사해도 무방하다.

시선좌표계에서의 탄도탄 표적 운동 모델을 유도하기 위해, 유도탄-탄도탄 표적 간 상대거리를 $R = \|\vec{R}_{mt}^I\|$ 라 하고, 시선좌표계에서 표시된 관성좌표계 상대위치, 속도, 가속도를 각각 다음과 같이 정의한다.

그림 3 안테나 헤딩좌표계 정의
Fig. 3 Definition of an antenna heading frame

그림 4 시선좌표계 정의
Fig. 4 Definition of LOS frame

$$\vec{R}_{mt}^{LOS} = \begin{bmatrix} R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \frac{d\vec{R}_{mt}}{dt} \Big|_I^{LOS} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}, \frac{d^2\vec{R}_{mt}}{dt^2} \Big|_I^{LOS} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

관성좌표계에 대해 시선좌표계가 회전하므로, 표적 상대운동은 코리올리 법칙(Coriolis' law)에 의해 다음과 같이 기술된다.

$$\frac{d\vec{R}_{mt}}{dt} \Big|_I^{LOS} = \frac{d\vec{R}_{mt}}{dt} \Big|_{LOS}^{LOS} + \vec{\omega}_{LOS} \times \vec{R}_{mt}^{LOS} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\vec{R}_{mt}}{dt^2} \Big|_I^{LOS} &= \frac{d^2\vec{R}_{mt}}{dt^2} \Big|_{LOS}^{LOS} + \left(\frac{d\vec{\omega}_{LOS}}{dt} \right) \times \vec{R}_{mt}^{LOS} \\ &+ 2\vec{\omega}_{LOS} \times \frac{d\vec{R}_{mt}}{dt} \Big|_{LOS}^{LOS} + \vec{\omega}_{LOS} \times (\vec{\omega}_{LOS} \times \vec{R}_{mt}^{LOS}) \end{aligned} \quad (4)$$

식 (3) 및 (4)에 식 (2)을 대입하여 정리하면, 시선좌표계에서 표시된 관성좌표계 속도 및 가속도벡터를 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{R} \\ R\omega_z \\ -R\omega_y \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \vec{a}_t^{LOS} - \vec{a}_m^{LOS} = \begin{bmatrix} \ddot{R} - R(\omega_y^2 + \omega_z^2) \\ 2\dot{R}\omega_z + R\omega_z + R\omega_x\omega_y \\ -2\dot{R}\omega_y - R\omega_y + R\omega_x\omega_z \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서 $\vec{a}_t^{LOS} = [a_x^t \ a_y^t \ a_z^t]^T$, $\vec{a}_m^{LOS} = [a_x^m \ a_y^m \ a_z^m]^T$ 는 시선좌표계에서 표시된 표적 및 유도탄 가속도 벡터를 나타낸다. 동체좌표계 유도탄의 가속도 $\vec{a}_m^B$ 및 김발각이 항법장치 및 탐색기에서 제공되므로, 안테나 표적 지향각이 미소각이라는 가정 하에 시선좌표계 유도탄 가속도 벡터 $\vec{a}_m^{LOS}$ 를 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$\vec{a}_m^{LOS} = \begin{bmatrix} a_x^m \\ a_y^m \\ a_z^m \end{bmatrix} = C_h^{LOS} C_B^h \vec{a}_m^B \approx C_B^h \vec{a}_m^B \quad (7)$$

시선방향으로의 표적 기동을 고려하기 위해 1차 마코프 프로세스를 기술되는 Singer 모델을 도입한다.

$$\dot{a}_x^t = -\frac{1}{\tau_R} a_x^t + w_R \quad (8)$$

여기서 시선방향 표적가속도 변화율(jerk) w_R 은 분산이 $q_R = 2\sigma_R^2/\tau_R$ 인 영평균 백색 잡음으로 가정한다.

일반적으로 Singer 가속도 모델은 관성좌표계에서의 표적 운동을 분석하여 유도된 것이므로, 시선좌표계와 같이 회전하는 좌표계 상에서의 표적 기동을 엄밀히 기술하는 데에는 한계가 있다. 하지만, 탄두부 가속도 보다는 상대거리 및 접근속도를 추정하는데 추적필터의 설계목적이 있는 경우에는 표적 기동을 Singer 모델로 근사해도 전체적인 필터 성능에는 지장이 없을 것으로 사료된다.

이제, 식 (5), (6)의 X_{LOS} 축 성분과 식 (8)의 표적 기동모델을 결합하면, 연속시간 표적 상대운동 모델을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{R} \\ \dot{R} \\ \dot{a}_x^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \omega_{yz}^2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1/\tau_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ \dot{R} \\ a_x^t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} (-a_x^m) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w_R \quad (9)$$

$$\omega_{yz}^2 = \omega_x^2 + \omega_y^2$$

식 (9)로부터 상대거리 동특성이 시선각변화를 동특성과 서로 상관되어 있음을 확인할 수 있다. 상관성을 유발하는 항 ω_{yz}^2 은 안테나 지향오차각의 크기 및 시변화율이 매우 작다면, 탐색기에 장착되어 있는 자이로 출력을 이용하여 $\omega_{yz}^2 \approx q_h^2 + r_h^2$ 와 같이 근사할 수 있다.

탐색기의 신호처리 주기를 T 라 하면, 식 (9)로부터 이산시간 표적 반사점 상대운동 모델을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{x}_{k+1} = F_k \mathbf{x}_k + G_k^c \mathbf{u}_k^c + \mathbf{u}_k \quad (10)$$

여기서 $\mathbf{x} = [R \ \dot{R} \ a_x^t]^T$ 는 추정하고자 하는 탄두부 상태변수, $\mathbf{u}^c$ 는 외부입력을 의미한다. 일반적으로 $\omega_{yz} T \ll 1$, $\omega_{yz}/\omega_0 \ll 1$, $T/\tau_R = \omega_0 T \ll 1$ 이 만족되므로 F , G^c 는 다음과 같이 근사된다.

$$F = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, G^c = \begin{bmatrix} G_1^c \\ G_2^c \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

그림 5 FMCW 탐색기 수신부

Fig. 5 Reception of FMCW seeker

$$\begin{aligned}
 F_{12} &= \frac{1}{2\omega_{yz}}(e^{\omega_{yz}T} - e^{-\omega_{yz}T}) \approx T \\
 F_{21} &= \frac{1}{2}\omega_{yz}(e^{\omega_{yz}T} - e^{-\omega_{yz}T}) \approx 0 \\
 F_{22} &= \frac{1}{2}(e^{\omega_{yz}T} + e^{-\omega_{yz}T}) \approx 1 \\
 F_{13} &= -\frac{1}{\omega_{yz}^2 - \omega_0^2}e^{-\omega_0T} \\
 &\quad + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\omega_{yz}^2 + \omega_0\omega_{yz}}e^{\omega_{yz}T} + \frac{1}{\omega_{yz}^2 - \omega_0\omega_{yz}}e^{-\omega_{yz}T}\right) \approx \frac{1}{2}T^2 \\
 F_{23} &= \frac{\omega_0}{\omega_{yz}^2 - \omega_0^2}e^{-\omega_0T} \\
 &\quad + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\omega_{yz} + \omega_0}e^{\omega_{yz}T} + \frac{1}{\omega_{yz} - \omega_0}e^{-\omega_{yz}T}\right) \approx T \\
 G_1^c &= \frac{1}{2}\frac{1}{\omega_{yz}^2}(e^{\omega_{yz}T} + e^{-\omega_{yz}T}) \approx \frac{1}{2}T^2 \\
 G_2^c &= \frac{1}{2}\frac{1}{\omega_{yz}}(e^{\omega_{yz}T} - e^{-\omega_{yz}T}) \approx T
 \end{aligned}$$

유사한 과정을 거쳐 표적 가속도 증분 u_k 의 통계적 특성을 산출할 수 있다.

$$u_k \sim N(0, Q_k), \quad Q_k \approx \frac{2\sigma_R^2}{\tau_R} \begin{bmatrix} T^5/20 & T^4/8 & T^3/6 \\ T^4/8 & T^3/3 & T^2/2 \\ T^3/6 & T^2/2 & T \end{bmatrix} \quad (12)$$

2.2 탄도탄 표적 측정신호 모델

FMCW 탐색기의 신호처리 방식을 고려하여 측정신호를 모델링한다. FMCW 탐색기가 삼각파형 주파수 변조방식을 채택하고 있다면, 송신신호 주파수 f_T 는 상승·하강 chirp 구간에서 f_c 를 중심으로 대역폭 B 내에서 선형적으로 증감한다.

$$f_T(t) = \begin{cases} f_c + \frac{B}{T}t, & t \in [-T/2, T/2] \\ f_c - \frac{B}{T}t, & t \in [T/2, 3T/2] \end{cases} \quad (13)$$

전형적인 FMCW 탐색기 슈퍼헤테로다인(superheterodyne) 수신기 구조는 그림 5와 같다. 탐색기 안테나에서 획득된 표적 반사신호와 표적 주파수 검출을 위한 기준신호로 사용

되는 송신신호는 모두 믹서를 거쳐 중간주파수(IF: intermediate frequency) 대역에서 증폭된다. 이때, AFC를 이용하면, 기준신호를 IFA의 통과대역에 묶어둘 수 있다. 중간주파수 대역 송신신호가 다시 한 번 믹서를 거치면 비트신호(beat signal)가 생성된다. FMCW 탐색기의 비트신호 주파수는 다음과 같이 계산된다.

$$f = \begin{cases} f_v + f_R, & f_v = \frac{2f_c v}{c}, f_R = \frac{2BR}{Tc} \\ f_c - f_R, & \end{cases} \quad (14)$$

여기서 R 과 v 는 FMCW 탐색기로부터 탄도탄 표적까지의 상대거리 및 접근속도이다. 샘플링된 비트신호에 대해 FFT를 수행하여 얻어진 지역 점유 스펙트럼에 해당하는 셀 번호는 다음 식을 만족한다.

$$k = f \cdot T \quad (15)$$

상승·하강 chirp 구간 각각에 대해 전역 점유 주파수 $\bar{f}$ 에 해당하는 셀 번호 측정치 $\bar{k}_{up}$, $\bar{k}_{dn}$ 을 획득할 수 있으므로, 최소자승 추정기법을 적용하여 전역 점유 반사점까지의 상대거리 $\bar{R}$ 와 접근속도 $\bar{v}$ 를 산출할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \bar{k}_{up} \\ \bar{k}_{dn} \end{bmatrix} = \frac{2T}{c} \begin{bmatrix} \frac{B}{T} & f_c \\ \frac{B}{T} & -f_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{R} \\ \bar{v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{up} \\ \epsilon_{dn} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \bar{R} \\ \bar{v} \end{bmatrix} = \frac{c}{4T} \begin{bmatrix} \frac{T}{B} & \frac{T}{B} \\ \frac{1}{f_c} & -\frac{1}{f_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{k}_{up} \\ \bar{k}_{dn} \end{bmatrix} \quad (16)$$

일반적으로 FMCW 탐색기 수신부는 표적 반사신호의 주파수 검출 및 추적을 용이하게 하기 위해 그림 5와 같이 PLL(phase-lock loop)을 채택하고 있다. 이 경우 측정방정식은 다음과 같이 수정된다.

$$y_k = H_k x_k + v_k \quad (17)$$

여기서

$$\begin{aligned}
 y &= \begin{cases} -\bar{k}_{up} + k_{cf} + \frac{2B}{c}\bar{R} + \frac{2f_c T}{c}\bar{v}, & up-chirp \\ \bar{k}_{dn} + k_{cf} + \frac{2B}{c}\bar{R} - \frac{2f_c T}{c}\bar{v}, & down-chirp \end{cases} \\
 H &= \begin{cases} \begin{bmatrix} \frac{2B}{c} - \frac{2f_c T}{c} & 0 \end{bmatrix}, & up-chirp \\ \begin{bmatrix} \frac{2B}{c} & \frac{2f_c T}{c} \end{bmatrix}, & down-chirp \end{cases}
 \end{aligned}$$

위의 식에서 k_{cf} 는 협대역필터의 중심주파수 f_{cf} 에 대응하는 셀 번호를 나타낸다.

3. 정밀 탄두부 추적필터 설계

본 절에서는 탄두부 추적필터링 기법을 간략히 정리한다. 복수의 표적 반사신호 및 클러터가 빈번하게 출현하는 상황에서 FMCW 탐색기의 스펙트럼 측정치에 대한 조합 문제를 효과적으로 해결하기 위해, 확률자료연관 기법에 기반하여 탄두부 추적필터를 설계한다.

Step 1. Time Update

탄두부 반사점 상대운동 모델을 이용하여 사전 탄두부 상태추정치를 다음과 같이 갱신할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = F_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}, \quad P_{k|k-1} = F_k P_{k-1|k-1} F_k^T + Q_k \quad (19)$$

이때, $\hat{\mathbf{x}}_{0|0}$ 는 FMCW 탐색기의 전역 침두 측정치와 사전에 주어진 대략적인 탄도탄 표적의 길이 d_t 를 이용하여 계산(概算) 가능하다. 그림 2에서 확인할 수 있듯이 전역 침두 측정치는 동체부 혹은 미익부 반사점에 기인할 가능성이 매우 높다. 따라서, 탄두부의 초기 상대거리 및 접근속도 사전 추정치 $\{\hat{R}_0^{head}, \hat{R}_0^{head}\}$ 를 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$\hat{R}_0^{head} \approx \bar{R} - d_t, \quad \hat{R}_0^{head} \approx -\bar{v} \quad (20)$$

탄도탄과 유도탄의 거리에 비해 탄도탄 반사점간의 거리는 매우 가까우므로, 초기화 과정 중에는 전역 침두 측정치를 이용하여 산출된 접근속도를 탄두부의 접근속도로 근사해도 무방하다.

Step 2. Measurement Validation (Gating)

측정치 갱신을 수행하기에 앞서 탄두부 측정치일 가능성이 낮은 측정치를 걸러낸다. 사전 추정치를 기준으로 유효영역 Ω , 즉 게이트 내에 존재하는 탐색기 측정치를 유효측정치로 판별한다.

$$\Omega_k = \{\mathbf{z} [\mathbf{y}_k^j - H_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}]^T S_k^{-1} [\mathbf{y}_k^j - H_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}] \leq \gamma\}, \quad j=1, \dots, n \quad (21)$$

여기서 $\mathbf{y}_k^j$ 는 합채널 스펙트럼으로부터 검출된 j 번째 지역 침두 측정치를 나타낸다. n 는 검출된 측정치의 총 개수이며, γ 는 게이팅 확률 P_G 에 따라 정해지는 값이다. S_k 는 잔차 $\mathbf{y}_k^j - H_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ 의 공분산이다. 유효영역의 부피는 다음과 같이 계산된다.

$$V_k^j = c_n \gamma^{n/2} |S_k|^{1/2}, \quad n=1 \quad (22)$$

여기서 c_n 는 n 차원의 단위 초구(超球)의 부피로 $c_1=2$ 이다. 탄두부 추적은 탄도탄 주 반사점 및 다중경로에 의한 클러터가 동시에 취득되는 상황에서 수행된다. 게이팅 과정은 불필요한 측정치를 사전에 제거함으로써 추적 필터의 계산량 감소 및 측정치 신뢰도를 향상시키는 역할을 한다.

Step 3. Measurement Update

k 번째 스캔(scan)에서 게이팅 과정을 거친 i 번째 유효측정치 $\mathbf{z}_k^i$ 의 유래(표적 혹은 클러터)에 대한 가설을 수립하고, 가설 신뢰도를 계산한다. 가설의 신뢰도는 유효측정치가 탄두부로부터 유래되었을 가능성에 대한 지표, 즉 측정치와 탄

두부 트랙(track) 간의 연관가설 확률 β_i 를 의미한다고 할 수 있다. 따라서, 탄두부 사후 추정치 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ 는 유효측정치 각각에 대해 산출된 사후 추정치 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^i$ 를 연관가설 확률 β_i 를 이용하여 가중 합(Gaussian mixture) 함으로써 계산 가능하다.

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \sum_{i=1}^{n_z} \beta_i \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^i, \quad P_{k|k} = P_{k|k}^0 + dP_k \quad (23)$$

여기서

$$\begin{aligned} K_k &= P_{k|k-1} H_k^T S_k^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^i &= \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + K_k \mathbf{r}_k^i, \\ \mathbf{r}_k^i &= \mathbf{z}_k^i - H_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \\ P_{k|k}^0 &= \beta_0 P_{k|k-1} + (1 - \beta_0) (P_{k|k-1} - K_k S_k K_k^T) \\ dP_k &= K_k \left[\sum_{i=1}^{n_z} \beta_i \mathbf{r}_{i,k} \mathbf{r}_{i,k}^T - \mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^T \right] K_k^T \end{aligned}$$

위의 식에서 n_z 는 게이팅 과정을 거친 유효측정치의 총 개수, K_k 는 칼만 이득, $\mathbf{r}_k^i$ 는 i 번째 유효측정치의 잔차, $\mathbf{r}_k$ 는 각 측정치 잔차의 가중치 합을 의미한다. $P_{k|k}^0$ 는 단일 측정치가 존재하는 상황에 대한 오차 공분산, dP_k 는 측정치 연관 불확실성을 반영하기 위해 더해지는 오차 공분산 증가분이다.

Step 4. Association Probability

탄두부 사후 추정치를 구하기 위하여 사용되는 연관 확률은 다음과 같이 계산된다.

$$\beta_k^i = \begin{cases} \frac{1}{c} \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{r}_k^i S_k^{-1} (\mathbf{r}_k^i)^T\right), & i=1, \dots, n_z \\ \frac{1}{c} \lambda \frac{\sqrt{2\pi|S_k|}}{P_D} (1 - P_D P_G), & i=0 \end{cases} \quad (24)$$

여기서 P_D 는 표적탐지확률이며, c 는 정규화 상수이다. $i=0$ 은 유효측정치가 모두 클러터로부터 유래하였다고 가정하는 경우를 의미한다. 탄두부 반사점을 제외한 측정치를 클러터로 간주하면, 매 스캔마다 n_z (all clutter) 혹은 n_z-1 (single target measurement)개의 클러터가 존재하게 된다. 따라서, 클러터 밀도 λ 는 게이트 부피를 이용하여 $\lambda \approx n_z / V_k^j$ 로 근사 가능하다. 이 경우, 연관가설 확률은 다음과 같이 재정의 된다.

$$\beta_{i,k} = \begin{cases} \frac{1}{c} \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{r}_k^i S_k^{-1} (\mathbf{r}_k^i)^T\right), & i=1, \dots, n_z \\ \frac{1}{c} \frac{n_z}{V_k^j} \frac{\sqrt{2\pi|S_k|}}{P_D} (1 - P_D P_G), & i=0 \end{cases} \quad (25)$$

4. 탄두부 추적필터 성능검증

4.1 모의실험 결과

제안한 탄두부 추적기법의 성능을 검증하기 위하여 그림 6의 탄도탄 표적 궤적에 대한 모의실험이 수행된다. 그림 6에서 R_h, R_b, R_t 는 유도탄으로부터 탄두부, 동체부, 미익부 반사점까지의 상대거리, v_h, v_b, v_t 는 각 반사점의 접근속도를 의미한다. 탄도탄 표적의 시선좌표계 상대운동 특성을 손쉽게

그림 6 유도탄-탄도탄 상대운동 궤적: 모의실험
Fig. 6 Ballistic target trajectory: simulation results

그림 7 탄두부 상태추정치의 RMSE: 모의실험
Fig. 7 RMSE of range and closing velocity estimates of warhead: simulation results

게 확인할 수 있도록, 상대거리 차 및 상대속도 차로 궤적을 표현하였다. 그림 6에서 확인할 수 있듯이, 각 반사점간 거리 차는 시간에 상관없이 거의 일정하게 유지되는 특성이 있으며, 접근속도는 모든 반사점에 대해 큰 변화가 없음을 확인할 수 있다. 추적필터 설계변수는 다음과 같다.

$$P_D^{head} = 80[\%], T = 10[ms], \lambda = 4, R = 1[\alpha \ell^2]$$

P_D^{head} 는 탄두부 반사점의 검출확률, T 는 탐색기 신호처리 주기, λ 는 클러터 반사점의 평균 개수, R 은 침투 셀 측정잡음 분산이다. 클러터는 탄두부로부터 약 6[m] 이내에 생성되며, 클러터와 탄두부의 접근속도 차이는 약 $\pm 0.6[m/s]$ 인 것으로 가정한다. 보안규정 송신신호 주파수 변조 대역폭 B 와 중심 주파수 f_c 의 정확한 수치는 제시할 수 없다.

성능비교를 위하여 최적칼만필터(OKF: optimal Kalman filter) 및 최근린 자료연관필터(NNF: nearest neighborhood

그림 8 설계변수에 따른 탄두부 추적성공확률 변화
Fig. 8 Tracking success probability variations to the design parameters

filter)의 탄두부 추적성능이 함께 제시된다. OKF는 자료연관과정 없이 탄두부 측정치만을 이용하여 추적이 이루어지는 이상적인 상황을 가정한 것으로, 실제로는 구현이 불가능하지만 추적필터의 성능한계를 가늠하는 용도로 활용된다.

100회 몬테카를로 시뮬레이션을 수행한 후, 탄두부 추적성능을 분석하였다. 추적필터에 의해 추정된 트랙 순도(track purity)가 80%를 상회하는 경우를 추적성공으로 판단하였다. 이때, 트랙 순도는 클러터 환경 하에서 추적필터가 탄두부 반사점에 해당하는 측정치를 얼마나 사용하였는지를 나타내는 것으로 자료연관 성능을 평가하는 기준이 된다. 예를 들어, 탄두부 측정치를 항상 사용하는 OKF의 트랙 순도는 100%가 되며, 이는 자료연관이 이상적으로 이루어지고 있음을 의미하는 것이다. 탄두부 반사점 사용의 유무는 실제실험에서는 확인이 불가능하므로 트랙 순도는 모의실험에서만 계산할 수 있다.

먼저, 탄두부 추적이 성공한 경우, 추적필터의 추정성능을 비교한 결과는 그림 7과 같다. 탄두부 추적이 성공한 경우, 제한한 기법과 NNF 모두 우수한 추정성능을 제공하는 것을 확인할 수 있다. 추적필터의 유용성을 검증하기 위해서는 추정성능과 함께 추적필터의 신뢰도, 즉 추적성공 확률 자체를 비교하여야 한다. 실제 상황에서는 탄두부 검출 확률, 주파수 측정오차, 클러터 밀도가 달라질 수 있으며 이러한 변화가 추적 성능에 미치는 영향을 알아보기 위하여 추적 성공 확률 변화추이를 그림 8에 제시하였다. 제한된 방법을 사용하는 경우, 설계파라미터가 변화하더라도 NNF에 비해

그림 9 유도탄-탄도탄 상대운동 궤적: 시뮬레이터
Fig. 9 Ballistic target trajectory: simulator

그림 10 지역첨두 셀 번호 측정치
Fig. 10 Cell measurements of local peaks

더 높은 추적성공확률을 기대할 수 있다. 추적성공확률은 탄두부 검출확률이 증가할수록, 첨두 주파수 측정 정확도가 향상될수록 증가하는 경향을 보인다. 클러터 밀도가 높아질수록 추적성공 확률이 다소 낮아지지만 그 영향은 크지 않은 것으로 보인다. 모의실험 결과, 제안한 기법이 NNF에 비해 추정성능과 운용 신뢰도 측면 모두에서 나은 결과를 제공함을 확인할 수 있다.

4.2 FMCW 탐색기 시뮬레이터를 이용한 실험결과

FMCW 탐색기의 하드웨어 특성이 반영된 시뮬레이터를 이용하여 제안한 확률자료연관필터 기반의 탄두부 추적 알고리즘의 실제 적용가능성을 타진한다.

추적필터의 성능 분석을 위하여 사용된 탄도탄 표적의 상대운동 궤적 및 셀 측정치는 각각 그림 9 및 10과 같다. 그림 6의 모의실험 시나리오와 달리 탄두부와 동체 반사점간의 거리가 매우 인접한 상태이므로, 탄두부 추적필터의 성능이 더욱 명확히 드러나는 조건임을 알 수 있다. 식 (16)의

그림 11 탄두부 추적오차: 시뮬레이터
Fig. 11 Warhead tracking error: simulator

(a) NNF기반의 탄두부 추적필터

(b) 제안된 확률자료연관 기반의 탄두부 추적필터

그림 12 탄두부 추적필터의 잔차 특성
Fig. 12 Residual characteristic of warhead tracking filter

전역 첨두 추적 알고리즘, NNF 및 제안된 탄두부 추적필터의 추정오차를 그림 11에 각각 도시하였으며, NNF 및 제안된 탄두부 추적필터의 잔차 특성은 그림 12와 같다. 게이트(gate)는 잔차의 상·하한선으로 식 (21)로부터 $\pm \sqrt{7} \hat{\sigma}_k$ 로 계산된다. 탄두부 추적 알고리즘은 1[sec]에 초기화 되었다. 전역 첨두 추적을 통해 획득된 상대거리의 경우 4[m] 내외의 오차를 포함하고 있음을 알 수 있다. 이는 전역 첨두 측정치가 동체부 혹은 미익부 반사점에 기인한 것임을 암시하는 것이다. 전역 첨두 추적 알고리즘의 경우 1~4[sec] 구간에서 접근속도 오차가 크게 증감하는 특성을 보이는데, 이는 표적 동특성이 알고리즘에 고려되지 않아 접근속도 변화를

반영하지 못하기 때문인 것으로 생각된다. 이와 달리 표적 동특성 모델에 기반하여 설계된 NNF와 제안된 기법의 접근 속도 추정치는 매우 빠른 수렴속도로 참값에 수렴한다. 그림 11의 상대거리 추정오차로부터 NNF가 3.5[sec] 근방에서 탄두부 추적에 실패함을 알 수 있다. 그림 12의 잔차 특성을 볼 때, NNF는 3.5[sec]초 이후 탄두부 측정치가 아닌 동체부 측정치를 사용하여 필터의 추정치 갱신을 수행하나, 제안한 기법은 탄두부 측정치를 올바르게 사용하고 있음을 확인할 수 있다. 이러한 결과는 NNF가 연관가설 확률을 고려하지 않은 채 사전 추정치에 가장 근접한 측정치를 사용하는 방식을 채택하는 데서 기인하는 것이다. 즉, 탄두부 측정치가 검출되지 않아 사전 추정치의 예측오차가 증가하거나 클러터가 존재 하는 상황에서 NNF기반 탄두부 추적필터는 안정적인 추정성능을 제공하기가 어렵다. 반면, 제안된 기법은 연관가설에 대한 확률을 고려함으로써, 보다 안정적인 탄두부 추적 성능을 제공할 수 있다는 장점이 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 대탄도탄 유도무기에 탑재되는 FMCW 탐색기를 이용한 탄두부 추적 알고리즘을 제안하였다. 복수의 탄도탄 표적 반사점 및 다중 경로에 의한 클러터가 상존하는 상황에서 삼각 주파수 변조 방식을 채택하는 FMCW 탐색기의 측정치 조합 문제가 자료연관 필터링 문제의 특수한 형태로 귀결된다는 사실에 착안하여, 탄두부 추적필터를 설계하기 위한 체계적 방법론을 정립하였다. 탄두부가 타 표적 반사점과 인접해 있는 상황에서 안정적인 탄두부 추적성능을 획득하기 위해 확률자료연관 기법을 적용하는 방안이 고려되었다. 제안된 탄두부 추적기법은 비교적 간단한 구조를 가지므로 실시간 구현에 적합할 뿐만 아니라, 만족할만한 탄두부 추적 성능을 제공해 준다는 장점이 있다. FMCW 탐색기 시뮬레이터로부터 획득된 탐색기 출력을 활용하여 제안한 기법의 실제 적용가능성을 확인하였다.

감사의 글

본 연구는 2011년도 LIG NeX1 감시정찰연구소의 지원에 의하여 이루어졌습니다. 연구지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- [1] S. Josef, "On the feasibility of "hit-to-kill" in the interception of maneuvering targets", *Proc. American Control Conference*, pp.3358-3363, 2001.
- [2] J. Shinar and V. Turetsky, "Meeting the challenges of modern interceptor guidance by non-conventional approaches", *Med. Conf. Control and Automation*, pp.1563-1568, 2009.
- [3] D. Emeliyanov, E. Rubinovich, and B. Miller, "Information set-based guidance algorithm against a decelerating maneuvering target", *IEEE Trans. Aerospace and Electronics Systems*, pp.65-74, 2005.
- [4] D.E. Mosher, "The grand plans", *IEEE Spectrum*, pp.28-39, 1997.
- [5] C.M. Johnson, "Ballistic missile defense radars", *IEEE Spectrum*, pp.32-41, 1970.
- [6] G.N. Lewis, and T.A. Postol, "Future challenges to ballistic missile defense", *IEEE Spectrum*, pp.60-68, 1997.
- [7] G.W. Stimson, *Introduction to Airborne Radar*, SCITECH PUBLISHING, INC., 1998.
- [9] Y. Bar-shalom and E. Tse, "Tracking in a cluttered environment with probabilistic data association," *Automatica*, vol.11, no.5, pp.451-460, 1975.
- [10] S. Blackman and R. Popoli, *Design and Analysis of Modern Tracking Systems*, Norwood, MA:Artech House, 1999.
- [11] T. Kirubarajan and Y. Bar-shalom, "Probabilistic data association techniques for target tracking in clutter," *Proceedings of the IEEE*, vol.92, no.3, pp.536-557, 2004.
- [12] Y. Bar-shalom, F. Daum, and J. Huang, "The Probabilistic Data Association Filter," *IEEE Control Systems*, vol. 29, no. 6, pp. 82-100, 2009.
- [13] S.S. Blackman, *Multiple-target tracking with radar application*, ARTECH HOUSE, INC., 1986.
- [14] O. Gerad, S. Coraluppi, C. Carthel, and D. Grimmett, "Benchmark analysis of NURC multistatic tracking capability", NURC-PR-2006-009
- [15] X. Rong Li, and Y. Bar-shalom, "Tracking in clutter with nearest neighbor filters: analysis and performance," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 32, no. 3, pp. 995-1010, 1996.

저 자 소 개

한 슬 기 (韓 슬 기)

2009년 연세대학교 전기전자공학과(공학사). 현재 동 대학원 전기전자공학과 석·박사통합과정 재학 중. 관심분야는 상태추정 이론, 다중표적추적 및 융합필터, FMCW 레이더 응용 등.

나 원 상 (羅 元 祥)

1998년 연세대학교 전기공학과(공학사). 2000년 동 대학원 전기컴퓨터공학과(공학석사). 2009년 동 대학원 전기전자공학과(공학박사). 2000년 3월~2009년 2월 국방과학연구소 유도조종부 선임연구원. 2009년~현재 한동대학교 기계제어공학부 조교수. 관심분야는 강인 상태추정 이론, 표적추적 필터, 유도조종기법 등.

박진배 (朴珍培)

1977년 연세대학교 전기공학과(공학사). 1985년, 1990년 미국 Kansas 주립대학교 전기공학과 공학석사, 공학박사. 1990년 ~1991년 Kansas 주립대학교 전기 및 컴퓨터공학과 조교수. 1992년~현재 연세대학교 전기전자공학과 교수. 관심 분야는 제어이론, 상태추정이론, 인공지능, 자율이동로봇 응용, 하다마드 변환을 이용한 광계측, 시간-주파수 영역 반사파 계측 신호처리 등.

홍영곤 (洪領坤)

2007년 부산대학교 전자전기통신공학과(공학사). 2009년 동 대학원 전자전기공학과(공학석사). 2009년~현재 LIG넥스원 감시정찰연구소 ISR 연구센터 선임연구원. 관심분야는 탐색기 모델링 및 시뮬레이션, 레이더 신호처리, 디지털 중계기, 적응 필터 등.

박성호 (朴成浩)

2006년 경상대학교 제어계측공학과(공학사), 2008년 광주과학기술원 정보통신공학과(공학석사), 2008년~현재 LIG넥스원 감시정찰연구소 ISR연구센터 선임연구원. 관심분야는 탐색기 모델링 및 시뮬레이션, 레이더 신호처리 등

선웅 (宣雄)

1986년 연세대학교 전기공학과(공학사). 1988년 동 대학원 전기공학과(공학석사). 2003년 동 대학원 전기전자공학과(공학박사). 1988년 2월~2000년 6월 국방과학연구소 선임연구원. 2009년~현재 LIG넥스원 수석연구원. 관심분야는 IMINT, SAR 및 고주파탐색기시스템 등.