공간고조파법을 이용한 반경방향 영구자석을 갖는 자기커플링의 와전류 손실 해석

Eddy Current Loss Analysis in Radial Flux Type Synchronous Permanent Magnet Coupling using Space Harmonic Methods

민 경 철* · 강 한 빛* · 박 민 규* · 조 한 옥** · 최 장 영*

(Kyoung-Chul Min · Han-Bit Kang · Min-Gyu Park · Han-Wook Cho · Jang-Young Choi)

Abstract - This paper deals with eddy current loss of magnetic coupling with radial permanent magnet (PM) using analytical method such as a space harmonic method. Superposition of two kinds analysis model is used to analyze eddy current loss induced in inner PM and outer PM of magnetic coupling. When the eddy current is induced, the environmental temperature increases, and the permanent magnet(PM) characteristics are degraded because the performance of PM is greatly influenced by temperature rise. Hence, the calculation of eddy current loss becomes an important factor in the magnetic coupling. In order to analyze eddy current loss, first, on the basis of the magnetic vector potential and two-dimensional(2-D) polar-coordinate system, the magnetic field solutions of the radial magnetized PM are obtained. And we obtain the analytical solutions for the eddy current density produced by permanent magnet. Lastly, analytical solutions for eddy current loss are derived by using equivalent, electrical resistance calculated from magnet volume and analytical solution for eddy current density. This analytical results are validated by comparing with the 2-D finite element analysis (FEA).

Key Words : Permanent magnet coupling, Eddy-current loss, Analytical solutions, FEA

1. 서 론

자기 커플링은 1차 측의 동력을 2차 측으로 전달하는데 있어서, 어떠한 기계적 접촉도 필요하지 않다. 이러한 특징으로 인해 자기커플링은 밀폐가 필요한 기구나 환경 등에서 동력을 전달하는데 널리 사용된다. 기존의 기계적인 커플링은 과도한 토크가 가해지면, 장치의 파손이 일어나는 문제점을 가지고 있었으나, 자기커플링은 과도한 토크가 발생할 시에 1차 측과 2차 측 사이에 슬립이 일어나면서 파손을 방지할 수 있게 된다[1]-[3].

자기커플링에 슬립이 일어나게 되면 도전율을 갖는 영구자석 내부에 시간에 따라 변화하는 자속이 인가되면서 와전류가 발생하게 된다. 자기커플링 내에서 발생한 와전류는 와전류 손실을 야기하여 1차 측에서 2차 측으로의 전달 효율을 감소시키며, 온도 상승으로 이어져 영구자석의 감자를 일으키게 되어 자석의 성능을 저하시킬 수 있으므로 자기커플링의 설계단계에서 와전류 손실을 고려하여야 한다.

와전류 손실해석에 주로 사용되는 해석방법은 유한요소해석법으로 다른 해석방법들 보다 정확도 측면에서 매우 우수하다. 게다가 여러 유한요소해석법을 이용한 상용소프트웨어의 사용으로 전공자가 아니더라도 누구나 손쉽게 와전류 손실 해석을 할 수 있다. 그러나 설계변수의 변경이 빈번한 초기설계단계에서 다양한 설계변수가 와전류 손실에 미치는 영향을 고려하는 데에는 위에서 언급한 유한요소법보다는 전자기장해석에 의한 방법이 조금 더 유용하고 빠른 해석이 가능할 것으로 생각된다. 뿐만 아니라, 해석적 방법을 통해 얻어진 해석 해는 와전류 손실에 직접적으로 영향을 주는 설계변수들과 이들의 관계를 규명해주는 장점을 갖는다.

본 논문에서는 전자기 해석 방법 중 공간고조파 방법을 이용하여, 슬립이 일어난 자기 커플링의 내부에서 일어나는 와전류 손실에 대해서 다루고자 한다. 자기커플링에서의 와전류 발생은 적층이 되어있는 강판에서는 일어나지 않는다고 가정하고 와전류가 발생하는 외부자석과 내부자석 두 부분에서 와전류 손실 해석을 진행하고자 한다. 먼저, 2차원 극 좌표계와 자기벡터자위로부터, 영구자석에 의한 자속밀도 특성 식과 와전류특성 식을 유도하였다. 와전류 손실 계산 시에는 (r, θ, t) 함수인 와전류 밀도를 3중 적분해야 하는데 이는 해석적 부담이 매우 크므로 와전류 손실이 일어나는 영구자석을 도전율을 통해 저항으로 등가화 하여 와전류 손실을 계산하였다[4]. 본 논문에서 공간고조파 방법을 통해 구해진 영구자석에 의한 자속밀도 분포, 와전류 밀도 분포 및 와전류 손실에 대한 해석적 결과는 2차원 유한요소해석 결과와 비교하였을 때 잘 일치하는 것을 확인할 수 있었고

* Corresponding Author : Dept. of Electrical Engineering,
Chungnam National University, Daejeon, Korea.

E-mail: choi_jy@cnu.ac.kr

* Dept. of Electrical Engineering, Chungnam National
University, Daejeon, Korea.

** Dept. of Electric, Electronic and Comm. Eng. Edu.
Chungnam National University, Korea.

Received : July 24, 2014; Accepted : September 23, 2014

그림 1 반경방향 영구자석을 갖는 자기커플링의 구조

Fig. 1 Cross section and diagonal section of radial type synchronous magnetic coupling

그림 2 와전류가 발생하는 자기커플링의 해석 모델 : (a) 내부 영구자석에 의해 외부 영구자석에 와전류가 발생하는 해석모델 (b) 외부 영구자석에 의해 내부 영구자석에 와전류가 발생하는 자기커플링의 해석 모델

Fig. 2 Analysis model of the magnetic coupling which eddy current induced in : (a) Analysis model of the eddy current induced in outer PM by inner PM (b) Analysis model of the eddy current induced in inner PM by outer PM

이를 통해 본 논문에서 제시한 해석 방법이 자기커플링 초기설계 시에 와전류 손실을 예측하는 데에 있어서 도움이 될 수 있을 것이라고 사료된다.

2. 영구자석에 의한 자계특성 식

2.1. 해석모델

본 논문에서 해석한 반경방향 영구자석을 갖는 자기 커플링의 구조는 그림 1과 같다. 논문에서 사용된 자기커플링은 각각 안쪽과 바깥쪽에 반경방향으로 착자 된 4극 쌍의 영구자석을 가진다. 내부 영구자석과 외부 영구자석에서 발생하는 와전류 손실을 구하기 위해서는 두 개의 해석모델 선정이 필요하고 이는 그림 2와 같다. 그림 2 (a)는 내부 영구자석에 의해 외부 영구자석에 와전류가 발생하는 해석모델을 나타낸 것이고, 그림 2 (b)는 외부 영구자석에 의해 내부 영구자석에 와전류가 발생하는 해석모델을 나타낸 것이다.

본 논문에서는 각각의 해석 모델을 공간고조파법을 이용하여 해석한 후 중첩을 이용하여 자기커플링에서 발생하는

그림 3 내부 영구자석에 의한 자계분포 해석을 위한 해석 모델

Fig. 3 Analytical model for the magnetic fields produced by inner PM

그림 4 외부 영구자석에 의한 자계분포 해석을 위한 해석 모델

Fig. 4 Analytical model for the magnetic fields produced by outer PM

와전류의 손실을 해석하였다. 해석을 위해 그림 3처럼 두 개의 해석모델을 도식화하였다. 그림 3은 내부 영구자석에 의해 외부 영구자석에 와전류가 발생하므로 외부 영구자석을 자석의 도전율 σ_m 을 갖는 도전체로 가정하였다. 그림 4는 외부 영구자석에 의해 내부 영구자석에 와전류가 발생하므로 내부 영구자석을 자석의 도전율 σ_m 을 갖는 도전체로 가정하였다. 그림 3은 자기커플링을 5개의 영역으로 나누어 제시하였다. I영역은 반경방향의 자화를 갖는 영구자석 영역을 나타내며 II영역은 공기극영역, III영역은 외부자석을 자석의 도전율 σ_m 을 갖는 도전체로 가정한 영역이다. 그림에서 R_c 는 회전자 철심의 외경, R_i 는 내부 영구자석의 외경, R_o 는 도전체의 내경, R_a 는 외부 영구자석의 외경을 나타낸다. 회전자 철심부분과 고정자 철심부분은 철로 이루어져있으며 투자율이 ∞ , 적층으로 인해 적은 양의 와전류가 흐르므로 도전율 σ 이 없다고 가정한다. 그림 3에서 회전할 수 있는 안쪽의 회전자 철심부분과 내부영구자석의 좌표축을 (r, θ) , 고정되어 있는 외부 영구자석과 고정자 철심부분의 좌표축을 (r, α) 로 나타내었다. 이때 안쪽 부분이 ω_r (rad/s)의 각속도로 회전한다면, 회전축은 $\theta = \alpha + \omega_r t$ 으로 나타낼 수 있다. 그림 4 역시 그림 3과 마찬가지로 자기커플링이 5개의 영역으로 구분되어 있고, 그림 3과 반대로 I영역이 도전체, III영역

역이 영구자석이라는 것만 제외하고 다른 해석 조건은 앞의 해석모델과 동일하다.

2.2 자화 모델링

그림 5 반경방향 영구자석의 수학적 자화분포 모델링을 위한 개념도

Fig. 5 Schematic for the mathematical modeling of magnetization distribution of radial flux type permanent magnet

자기커플링에 쓰인 반경방향 영구자석을 반경 방향으로 자른 후 펼치면 그림 5와 같이 표현되며, 반경방향 자화를 극 좌표계에서 수학적으로 모델링하기 위해 푸리에 급수를 사용하였다. 반경방향 자화는 평행방향 자화나 할박 자화와 달리 θ 방향으로는 자화성분이 없고 오로지 반경방향 성분만 있으므로 아래와 같이 표현한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \sum_{n=1}^{\infty} M_{rn} e^{-jn p \alpha, \theta} \vec{i}_r \\ M_{rn} &= \frac{p}{2\pi} \int_{-\pi/p}^{\pi/p} f(\theta) e^{jn p \alpha, \theta} d\alpha \\ &= \frac{jB_r}{n\pi\mu_0} (e^{-jn\pi(\alpha_p\theta_p)/2} - e^{jn\pi(\alpha_p\theta_p)/2}) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 p 는 극 쌍수를 나타내며, n 은 n 번째 고조파 차수를 의미한다. M_{rn} 은 n 차의 푸리에 계수를 의미하며 B_r 은 영구자석의 잔류자속 밀도를 μ_0 는 진공에서의 투자율을 나타낸다. 식 (1)에서 θ 를 사용해서 식을 전개했을 때는 내부 영구자석의 자화 모델링을, α 를 사용하였을 때는 외부 영구자석의 자화모델링을 수학적으로 나타낸 것이다. 그림 4는 반경방향 영구자석 자화성분의 전기적인 한주기를 나타내고 있으며, 극 당 차지하는 비율인 극호비는 $\alpha_p, \theta_p = \frac{2\pi c}{\pi}$ 로 표현 가능하다.

2.3 자계특성 식

자기커플링의 해석모델을 그림 3처럼 도식화 할 수 있으며 각 영역의 지배방정식을 구할 수 있다. 그림 3에서 제시하고 있는 내부 영구자석과 외부 도전체를 갖는 자기커플링의 해석 모델을 먼저 해석한다. 우선 내부 영구자석(I) 영역에서의 지배방정식을 구해보면, 식 (2.a)에서 영구자석은 $\nabla \times \mathbf{H} = 0$ 이고 자화 성분 $\mathbf{M}$ 을 가지고 있으므로 식(2.b)와 같이 유도 될 수 있다.

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (2.a)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \nabla \times \mu_0 \mathbf{M} \quad (2.b)$$

식 (2.b)에서 자기벡터포텐셜의 정의 $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$ 와 Coulomb's Gauge를 이용하여 식을 정리하면 내부 영구자석 (I) 영역에서의 자기벡터포텐셜 식 (4.a)가 도출된다. 이와 마찬가지로 공극(II) 영역에서의 자기벡터포텐셜 식을 구하면, 자화 성분 $\mathbf{M}$ 도 없고 전류 성분 $\mathbf{J}$ 도 없으므로 식 (2.a)에서 식 (4.b)로 유도된다. 마지막으로 도체(III) 영역에서의 자기벡터포텐셜을 유도해보면, 도체는 전류 성분 $\mathbf{J}$ 가 있고 자화 성분 $\mathbf{M}$ 이 없으므로 $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$, $\mathbf{M} = 0$ 을 대입해서 식을 정리하면 식 (3)과 같이 유도된다.

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (3)$$

식 (3)에 자기벡터포텐셜의 정의 $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$ 와 Coulomb's Gauge를 이용하여 식을 정리하면 도체 영역에서의 자기벡터포텐셜 식 (4.c)가 도출된다. 자기벡터포텐셜은 전류의 방향과 같은 z 방향 성분만을 갖는다고 가정하면 $\mathbf{A} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n(r) e^{-jn p \theta} \vec{i}_z$ 으로 나타낼 수 있다.

$$\nabla^2 \mathbf{A}^I = -\mu_0 (\nabla \times \mathbf{M}) \quad (4.a)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A}^{II} = 0 \quad (4.b)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A}^{III} = -\mu_0 \mathbf{J} \quad (4.c)$$

식 (4.a)에 식 (1)에서 구한 자화성분 $\mathbf{M}$ 을 대입한 후 영구자석 영역에서의 Poisson's Equation을 정리하면 식 (5)와 같다.

$$\frac{\partial^2 A_n^I(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_n^I(r)}{\partial r} - \frac{(np)^2}{r^2} A_n^I(r) = -\frac{jnp\mu_0}{r} M_{rn} \quad (5)$$

식 (5)를 전개하여 자기벡터포텐셜의 해를 구하면 식 (6)을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{A}^I = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ C_n^I r^{np} + D_n^I r^{-np} - \frac{jnp\mu_0 M_{rn}}{1 - (np)^2} r \right\} e^{-jn p \theta} \vec{i}_z \quad (6)$$

도체(III) 부분의 자기벡터포텐셜 유도를 위해 $\mathbf{J}$ 를 구한다. 전류 성분은 $\mathbf{J} = \sigma_m \mathbf{E}$ 이고, 전계 $\mathbf{E}$ 는 Faraday's law에 따라 식 (7.a)으로 표현될 수 있다[5-6].

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\frac{\partial (\nabla \times \mathbf{A})}{\partial t} = \nabla \times \left(-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) \quad (7.a)$$

$$\mathbf{J} = \sigma_m \mathbf{E} = -\sigma_m \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (7.b)$$

위의 식 (7.b)을 식 (4.c)에 대입하면 식 (8)을 얻을 수 있다.

$$\nabla^2 \mathbf{A}^{III} = \mu_0 \sigma_m \frac{\partial \mathbf{A}^{III}}{\partial t} \quad (8)$$

식 (8)에 자기벡터포텐셜을 대입한 후 식을 정리하면 식 (9)와 같다.

$$\frac{\partial^2 A_n^{III}(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_n^{III}(r)}{\partial r} - \left\{ \frac{(np)^2}{r^2} + \beta_n^2 \right\} A_n^{III}(r) = 0 \quad (9)$$

식 (9)에서 β_n 은 $\beta_n = \sqrt{jnp\omega_r\mu_o\sigma_m}$ 으로 간단히 나타내었다. 식 (9)을 Vessel function을 이용해서 자기벡터포텐셜의 해를 구하면 식 (10)으로 정리 될 수 있다.

$$\mathbf{A}^{III} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{ C_n^{III} I_{np}(\beta_n r) + D_n^{III} K_{np}(\beta_n r) \} e^{-jnp\alpha} \vec{i}_z \quad (10)$$

식 (10)에서 I_{np} 와 K_{np} 는 np차 1,2 중 수정 베셀함수이다. 마지막으로 식 (4.b)을 전개하여 공극(II) 영역에서의 자기벡터포텐셜의 해를 구하면 식 (11)과 같다.

$$\mathbf{A}^{II} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{ C_n^{II} r^{np} + D_n^{II} r^{-np} \} e^{-jnp\alpha} \vec{i}_z \quad (11)$$

자기벡터포텐셜의 정의 $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$ 을 이용하여 식 (12)과 같이 영구자석에 의해 발생하는 법선 방향의 자속밀도와 접선방향의 자속밀도를 구해줄 수 있다.

$$\mathbf{B} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} A_z \vec{i}_r - \frac{\partial}{\partial r} A_z \vec{i}_\theta \quad (12)$$

이제 각 영역별로 자속밀도를 식 (13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{B}_r^I = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{jnp}{r} A_n^I(r) e^{-jnp\theta} \vec{i}_r \quad (13.a)$$

$$\mathbf{B}_\theta^I = - \frac{\partial}{\partial r} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^I(r) e^{-jnp\theta} \vec{i}_\theta$$

$$\mathbf{B}_r^{II} = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{jnp}{r} A_n^{II}(r) e^{-jnp\alpha} \vec{i}_r \quad (13.b)$$

$$\mathbf{B}_\theta^{II} = - \frac{\partial}{\partial r} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^{II}(r) e^{-jnp\alpha} \vec{i}_\theta$$

$$\mathbf{B}_r^{III} = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{jnp}{r} A_n^{III}(r) e^{-jnp\alpha} \vec{i}_r \quad (13.c)$$

$$\mathbf{B}_\theta^{III} = - \frac{\partial}{\partial r} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^{III}(r) e^{-jnp\alpha} \vec{i}_\theta$$

식 (6), (10), (11)에 제시된 미정계수 $C_n^I, C_n^{II}, C_n^{III}, D_n^I, D_n^{II}, D_n^{III}$ 은 식 (13)을 적절한 경계조건에 대입하여 전개함으로써 간단히 구할 수 있다. 위의 과정과 같이 다른 해석 모델인 외부 영구자석에 의해 내부 영구자석에서 와전류가 발생하는 모델도 아래의 식과 같이 자기벡터포텐셜을 구할 수 있다.

$$\mathbf{A}^I = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{ C_n^I I_{np}(\beta_n r) + D_n^I K_{np}(\beta_n r) \} e^{-jnp\theta} \vec{i}_z \quad (14.a)$$

$$\mathbf{A}^{II} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{ C_n^{II} r^{np} + D_n^{II} r^{-np} \} e^{-jnp\alpha} \vec{i}_z \quad (14.b)$$

$$\mathbf{A}^{III} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ C_n^{III} r^{np} + D_n^{III} r^{-np} - \frac{jnp\mu_o M_{rn}}{1-(np)^2} r \right\} e^{-jnp\alpha} \vec{i}_z \quad (14.c)$$

식 (14)에서 $\beta_n = \sqrt{-jnp\omega_r\mu_o\sigma_m}$ 으로 위의 다른 모델의 β_n 과는 차이가 있다. 내부 영구자석을 갖는 해석 모델을 해석했을 때처럼 외부 영구자석을 갖는 해석 모델도 자기벡터포텐셜의 정의 $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$ 을 이용해서 식 (12)와 같이 영구자석에 의해 발생하는 법선 방향의 자속밀도와 접선방향의 자속밀도를 구할 수 있으며 구해진 자속밀도를 적절한 경계조건에 대입하여 미정계수를 얻을 수 있다.

3. 와전류 손실

그림 6 와전류 손실의 계산을 위한 개념도

Fig. 6 Schematic for the calculation of eddy current losses

3.1 와전류 밀도특성 식

식 (7.b)에 미정계수가 구해진 자기벡터포텐셜을 대입해 주면 내부 영구자석을 갖는 모델에서 도체(III)로 가정된 외부 영구자석에 흐르는 와전류와 외부 영구자석을 갖는 모델에서 도체(I)로 가정된 내부 영구자석에 흐르는 와전류를 식 (15)와 같이 유도할 수 있다.

$$\mathbf{J}^I = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} jnp\sigma_m\omega_r \left\{ C_n^I I_{np}(\beta_n, r) + D_n^I K_{np}(\beta_n, r) \right\} e^{-jnp\theta} \vec{i}_z \quad (15.a)$$

$$\mathbf{J}^{III} = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} jnp\sigma_m\omega_r \left\{ C_n^{III} I_{np}(\beta_n, r) + D_n^{III} K_{np}(\beta_n, r) \right\} e^{-jnp\alpha} \vec{i}_z \quad (15.b)$$

3.2 와전류 손실

내부 영구자석에 의해 외부 영구자석에 와전류가 유도되는 모델의 와전류 손실을 구하면, 외부 영구자석 한 극에 유도되는 와전류 손실의 총합 P_{eddy} 은 식 (16)로 나타낼 수 있다[7]-[10].

$$P_{eddy} = \frac{\omega_r}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \int_{\gamma-(\alpha_m)/2}^{\gamma+(\alpha_m)/2} \int_{R_a}^{R_o} \rho J_e^2 r dr d\theta dt \quad (16)$$

식 (16)에서 ρ 는 영구자석의 저항률이다. 식 (16)을 사용한 자기커플링의 와전류 손실의 예측은 (r, θ, t) 의 함수인 와전류 밀도 제곱의 3중적분이라는 측면에서 해석적 부담이

그림 7 내부 영구자석을 갖는 해석모델의 2D FEM과 공간 고조파법의 자속밀도 비교

Fig. 7 Comparison of analytical results with 2D FEM for the magnetic flux density of analysis model which has inner PM according to radial position : (a) $r=R_c$, (b) $r=R_o$

매우 크므로 본 논문에서는 앞서 유도한 와전류 밀도와 도전율을 기본으로 저항으로 환산된 영구자석 체적을 이용하여 와전류 손실을 구하였다. 그림 6 (a)를 보면 영구자석 극쌍 당 유도되는 와전류 손실은 식 (17)으로 표현할 수 있다.

$$P_{eddy} = I_c^2 R_{pm} = (J_{rms} S)^2 l_a / (\sigma_m S) = (J_{rms})^2 S l_a / \sigma_m \quad (17)$$

위의 식 (17)에서 R_{pm} 은 영구자석 극쌍 당 저항이고 I_c 는 극쌍 당 흐르는 와전류이다. J_{rms} 은 극쌍 당 흐르는 와전류 밀도의 실효값을 나타내며, S 는 와전류가 흐르는 영구자석의 극쌍 당 넓이, l_a 는 와전류가 흐르는 길이를 나타낸다. 여기에서 $S = \frac{\pi(R_o^2 - R_i^2)}{p}$ 이고, 본 논문에서 해석하고 있는 와전류는 $\vec{i}_z$ 방향만을 갖는다고 가정하였으므로, l_a 는 자기커플링의 축 방향 길이에 해당한다. 식 (17)에서 와전류 밀도의 실효값을 나타내는 J_{rms} 은 반경의 값이 바뀔 때마다 달라지므로 그림 6 (b)와 같이 영구자석을 반경방향에 대해 $2k+1$ 개로 균등 분할하여 각 분할된 반경에 대한 와전류 밀도의 실효값과 저항을 고려하면 비교적 정확한 와전류 손실 계산 결과를 얻을 수 있다. 이를 식 (18)처럼 나타낼 수 있다.

$$P_{eddy} = \frac{l_a}{\sigma_m} \frac{2\pi\alpha_p}{p} \sum_{k=1}^m (J_{rms}^{R_k})^2 R_{2k} (R_{2k+1} - R_{2k-1}) \quad (18.a)$$

그림 8 외부 영구자석을 갖는 해석모델의 2D FEM과 공간 고조파법의 자속밀도 비교

Fig. 8 Comparison of analytical results with 2D FEM for the magnetic flux density of analysis model which has outer PM according to radial position : (a) $r=R_c$, (b) $r=R_o$

$$P_{eddy} = \frac{l_a}{\sigma_m} \frac{2\pi\theta_p}{p} \sum_{k=1}^m (J_{rms}^{R_k})^2 R_{2k} (R_{2k+1} - R_{2k-1}) \quad (18.b)$$

식 (18.a)에서 $R_1 = R_o$ 가 되며, $R_{2k+1} = R_a$ 가 된다. $J_{rms}^{R_k}$ 은 R_{2k} 에서의 와전류 밀도의 실효값이며, m 은 영구자석을 와전류 손실을 구하기 위해서 몇 개의 구간으로 나누었는지 나타낸다. 본 논문에서는 m 을 5로 놓고 다섯 개의 각각 다른 반경에서 와전류 밀도의 실효값을 구해서 자기커플링에서의 와전류 손실을 계산하였다. 위의 식 (18.a)은 극쌍 당 와전류 손실을 구한 것이므로 극쌍 수 p 를 곱하여 영구자석에 유도되는 총 와전류 손실을 구할 수 있다. 외부 영구자석에 의해 내부영구자석에 와전류가 발생하는 모델도 위와 마찬가지로 식 (18.b)을 사용해서 와전류 손실을 구할 수 있다. 식 (18.b)에서 $R_1 = R_i$ 가 되며 $R_{2k+1} = R_c$ 가 된다.

4. 해석결과 및 타당성 검증

4.1 영구자석에 의한 자속밀도

본 논문의 해석에서 사용된 파라미터는 표 1과 같다. 내부 영구자석을 갖고 외부 영구자석에 와전류가 발생하는 모델의 반경에 따라 해석한 자속밀도 분포를 그림 7으로 나타

났다. 또한 외부 영구자석을 갖고 내부 영구자석에 와전류가 발생하는 모델의 반경에 따른 자속밀도 분포도 마찬가지로 그림 8로 나타냈다. 그림 7, 8에서 보는 바와 같이 본 논문에서 제시한 공간고조파법을 이용한 해석 결과가 유한요소해석 결과와 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다.

4.2 와전류 밀도 분포 및 손실

그림 9 2D FEM과 공간고조파법의 와전류 밀도비교 : (a) 내부 영구자석을 갖는 해석모델의 와전류 밀도, (b) 외부 영구자석을 갖는 해석모델의 와전류 밀도

Fig. 9 Comparison of analytical results with 2D FEM for the Eddy current density of analysis model : (a) Eddy current density of analysis model which has inner PM, (b) Eddy current density of analysis model which has outer PM

표 1 해석에 사용된 파라미터 값

Table 1 Parameter used in analysis

Parameter		Value
R_c	회전자 외경	25 [mm]
R_i	내부자석 외경	35 [mm]
R_a	외부자석 내경	45 [mm]
R_o	외부자석 외경	55 [mm]
B_r	잔류자속밀도	1.23 [T]
σ_m	도전율	625000 [siemens/m]
p	극쌍수	4
α_p	극호율	1
ω_r	각속도	418.88 [rad/s]
t	슬립 시간	0.015 [s]
l_a	축 방향 길이	30 [mm]

그림 10 2D FEM과 공간고조파법의 와전류 손실 비교

Fig. 10 Comparison of analytical prediction and 2D FEM result for eddy current loss

표 1에 있는 파라미터 값을 사용하여 와전류 밀도 분포와 와전류 손실 해석을 진행하였다. 내부 영구자석에 의해 외부 영구자석 반경의 중심에서 발생하는 와전류 밀도 분포, 외부 영구자석에 의해 내부 영구자석 반경의 중심에서 발생하는 와전류의 밀도 분포 해석을 각각 그림 9 (a), (b)에 나타냈으며, 유한요소해석 결과와 공간고조파법을 이용한 해석 결과가 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 그림 10은 공간고조파해석법을 통해서 와전류 손실을 해석한 결과와 유한요소해석법을 이용해서 와전류 손실을 해석한 결과의 비교 그래프로 두 해석법의 와전류 손실 해석 결과 값 차이가 4% 이내로 본 논문에서 제시하는 와전류 손실의 해석방법이 타당함을 알 수 있다.

5. 결 론

본 논문은 공간고조파법을 이용하여 자기커플링에 슬립이 발생했을 때 영구자석 내부에 유도되는 와전류의 밀도와 손실을 해석하였으며, 이를 유한요소해석 결과와 비교하였다. 외부 영구자석에 유도되는 와전류와 내부 영구자석에 흐르는 와전류 밀도 분포가 유한요소 해석 결과와 잘 일치하는 것을 확인할 수 있었고 와전류 밀도의 실효값과 저항으로 환산된 영구자석 체적을 이용하여 얻어낸 와전류 손실 값도 유한요소해석 결과와 잘 일치하는 것을 확인하였다. 이로써 본 논문에서 사용된 해석 방법의 타당성을 확인하였고 제시된 공간고조파 해석 방법을 통해서 유한요소방법을 사용하였을 때 보다 간단히 영구자석 내에서 발생하는 와전류 손실을 예상할 수 있다. 이를 통해서 자기커플링의 와전류 저감을 고려한 초기설계가 가능할 것으로 사료된다.

감사의 글

이 논문은 2014년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임 (No.2014R1A1A1A05002745)

References

- [1] W. Wu, H. C. Lovatt, and J. B. Dunlop, "Analysis and Design Optimisation of Magnetic Couplings Using 3D Finite Element Modelling", IEEE Trans. on Magn., vol.33,no.5, pp.4083-4085, 1997.
- [2] Romain Ravaut, Valerie Lemarquand, and Guy Lemarquand, "Analytical Design of Permanent Magnet Radial Couplings", IEEE Trans on Magn, vol.46, no.11, pp.3860-3865, 2010.
- [3] J. Y. Choi, H. J. Shin, S. M. Jang, and S. H. Lee, "Torque Analysis and Measurements of Cylindrical Air-Gap Synchronous Permanent Magnet Couplings Based on Analytical Magnetic Field Calculations", IEEE Trans on Magn, vol.49, no.7, pp.3921-3924, 2013
- [4] H. Polinder and M. J. Hoeijmakers, "Eddy current losses in the segmented surface-mounted magnets of a PM machine," Proc. Inst. Elect. Eng., vol.146, no.3, pp. 261 - 266, May 1999.
- [5] D. L. Trumper, W-J. Kim, and M. E. Williams, "Design and analysis framework for linear permanent-magnet machine", IEEE Trans. on Indu., vol.32, no.2, pp.371-379, 1996.
- [6] J. B. Wang, G. W. Jewell, and D. Howe, "A General Framework for the Analysis and Design of Tubular Linear Permanent Magnet Machines", IEEE Trans. on Magn., vol.35, no.3, pp.1986-2000, 1999.
- [7] J. Y. Choi, S. M. Jang, "Analytical magnetic torque calculation and experimental testing of radial flux permanent magnet-type eddy current brakes" Journal of Applied Physics., vol.111, no.7, pp.07E712-07E712-3, 2011.
- [8] Jiabin Wang, K. Atallah, R. Chin, W. M. Arshad, and H. Lendenmann, "Rotor Eddy-Current Loss in Permanent-Magnet Brushless AC Machines", IEEE Trans. on Magn, vol.46, no.7, pp. 2701-2707, 2010.
- [9] Yachine Amara, Jiabin Wang, Senior Member, IEEE, and David Howe "Analytical Prediction of Eddy-Current Loss in Modular Tubular Permanent-Magnet Machines", IEEE Trans, on Energy Conversion, vol.20, no.4, pp.761-770, 2005.
- [10] K. Atallah, Member, IEEE, D. Howe, P. H. Mellor, and D. A. Stone, Member, IEEE, "Rotor Loss in Permanent-Magnet Brushless AC Machines", IEEE Trans on Ind, vol.36, no.6, pp.1612-1618, 2000.

저 자 소 개

민 경 철(Kyoung-Chul Min)

1989년 8월 12일생. 2014년 충남대학교 전기전자통신공학교육과 졸업, 2014 3월 ~현재 충남대학교 전기공학과 석사과정
Tel : 042-821-7601
Email : moonlove0808@cnu.ac.kr

강 한 빛(Han-Bit Kang)

1987년 3월 11일생. 2013년 충남대학교 전기공학과 학사 졸업. 2013년~현재 동 대학원 전기공학과 석사과정.
Tel : 042-821 7601
Email : kangbit@cnu.ac.kr

박 민 규(Min-Gyu Park)

1987년 11월 30일생. 2013년 충남대학교 전기공학과 학사 졸업. 2013년~현재 동 대학원 전기공학과 석사과정.
Tel : 042-821 7601
Email : pmg1130@cnu.ac.kr

조 한 욱(Han-Wook Cho)

1976년 12월 3일생. 2002년, 2004년, 2007년 충남대학교 전기공학과 공학사, 공학석사, 공학박사 졸업. 2007년 9월~2010년 8월 한국기계연구원 선임연구원. 2010년 8월~현재 충남대학교 전기전자통신공학교육과 부교수.
Tel : 042-821-8581
E-mail : hwcho@cnu.ac.kr

최 장 영(Jang-Young Choi)

1976년 10월 20일 생. 2003년 충남대학교 전기공학과 학사졸업. 2005년 동대학원 전기공학과 석사졸업. 2009년 동 대학원 전기공학과 박사 졸업. 2009년 1월~2009년 8월 (주) 한라공조 기술연구소. 2009년 9월~현재 충남대학교 전기공학과 부교수.
Tel : 042-821-7610
E-mail : choi_jy@cnu.ac.kr