영이 아닌 DC값을 가지는 Discrete Cosine Transform을 이용한 CT Reconstruction

CT Reconstruction using Discrete Cosine Transform with non-zero DC Components

박 도 영* · 유 훈†
(Do-Young Park · Hoon Yoo)

Abstract - This paper proposes a method to reduce operation time using discrete cosine transform and to improve image quality by the DC gain correction. Conventional filtered back projection (FBP) filtering in the frequency domain using Fourier transform, but the filtering process uses complex number operations. To simplify the filtering process, we propose a filtering process using discrete cosine transform. In addition, the image quality of reconstructed images are improved by correcting DC gain of sinograms. To correct the DC gain, we propose to find an optimum DC weight is defined as the ratio of sinogram DC and optimum DC. Experimental results show that the proposed method gets better performance than the conventional method for phantom and clinical CT images.

Key Words : Computed tomography (CT), Radon transform, Filtered back projection (FBP), Ram-lak filter, Discrete Cosine transform, DC gain

1. 서 론

X-ray computed tomography (CT)는 의학에서 사용되는 진단법 중 한 종류로 장기를 정밀검사하기 위해 인체를 가로로 자른 영상을 획득하는 기술로 주로 환자의 신체 내부 질병에 대해 정밀한 검사가 필요할 때 정확한 진단 및 치료를 위하여 사용된다[1,2]. X-ray 튜브와 검출기가 환자의 몸 주변을 회전하면서 여러 각도에서 X-ray를 투사하면 인체를 투과하여 나온 X-ray를 검출기를 통해 해당 각도에서의 X-ray강도 데이터를 각 각도의 투영데이터(projection data)라 하며, 투영 데이터를 얻는 방법을 수학적으로 라돈 변환(radon transform)이라 한다[3,4]. 각 각도에서의 투영 데이터를 획득된 각도의 순서에 따라 시각화한 것을 사이노그램(sinogram)이라 한다. X-ray 튜브와 검출기가 회전하여 얻어진 사이노그램은 컴퓨터를 이용한 역 라돈 변환(inverse radon transform)을 이용한 역투영(back projection) 알고리즘을 이용하여 사용자가 원하는 내부 장기 영상으로 재구성할 수 있다. 그러나 역투영 알고리즘은 이론적으로 영상을 완벽하게 복원하지 못하며, 실제로 역투영을 이용하여 재구성된 영상은 저주파 성분의 강화로 뿌옇게 보여 정확한 진단이 불가능하다는 문제점을 가지고 있다. 이러한 문제를 해결하기 위해 일반적으로 램락(ram-lak) 필터와 같은 고역 통과필터(high pass filter)를 거친 후에 역투영을 진행하는

방식을 사용함으로써 수학적으로 완벽하게 복원이 가능한 필터 보정 역투영법(filtered back projection : FBP)이 일반적으로 사용되고 있다[5]. 수학적으로 완벽하게 복원하기 위한 이상적인 고역통과필터는 시간 도메인(time domain)에서는 이론적으로는 가능하나 실제 구현의 어려움이 있어 주파수 도메인(frequency domain)에서 필터 보정을 수행한다. 일반적으로 주파수 도메인으로의 변환을 위해서 푸리에 변환(fourier transform)을 개선한 고속 푸리에 변환(fast fourier transform)[6,7] 알고리즘이 쓰인다. 이후 컴퓨터 하드웨어의 발달과 연구를 통해 Splitting based Iterative Algorithm (SIA), Convergent Iterative CT (CICIT)등의 반복 연산을 수행하여 영상의 오류나 왜곡을 최소화 하는 방식이 발전하였으며[8,9], 이처럼 오류나 왜곡을 최소화 하는 알고리즘은 기존의 방법에 비해 더 많은 연산이 필요하기 때문에 연산을 개선하는 연구가 최근 활발히 연구되고 있다[10-12].

본 논문에서는 CT 필터 보정 역투영을 수행할 때 주파수 도메인으로의 변환을 위하여 기존의 푸리에 변환을 대신하여 코사인 변환(cosine transform)을 적용하여 연산량을 줄이면서 원본 영상과의 프로파일(profile)의 비교를 통해 적절한 DC값을 추출하여 영상의 화질을 개선하는 방법을 제안한다. 제안하는 방법은 기존의 푸리에 변환을 사용하였을 때 보다 연산량이 줄어들어 연산속도를 효과적으로 개선할 수 있다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 기존 CT에서 영상을 재구성 하는 방법을 살펴보고, 3장에서는 코사인 변환을 이용한 필터 보정 역투영 알고리즘과 프로파일을 이용하여 추출된 DC값을 제안한다. 4장에서는 기존의 푸리에 변환을 이용한 방법과의 비교 실험 및 결과를 제시하고 5장에서 결론을 맺는다.

* Dept. of Computer Science, SangMyung University, Korea

† Corresponding Author : Dept. of Media Software, SangMyung University, Korea

E-mail: hunie@smu.ac.kr

Received : November 30, 2013; Accepted : June 16, 2014

2. 기존 연구

2.1 Radon Transform

라돈 변환은 그림 1과 같이 식 (1)에 의해 변환된 새로운 x 축 x' 에 투영(projection)하여 식 (2)와 같이 y' 와 평행한 선을 따라 적분한다. 이 때, 식 (2)의 $\delta(x)$ 는 디랙 델타 함수(dirac's delta function)이다[5,13]. 라돈 변환을 여러 각도에 따라 순차적으로 수행하여 시각화하게 되면 그림 2(b)와 같은 사이노그램을 확인할 수 있다. 그림 2의 (b)는 CT 실험에서 자주 사용되는 그림 2의 (a)와 같은 Shepp-Logan 팬텀(Shepp-Logan phantom) 영상을 0도부터 180도까지 1도씩 총 180회 회전하며 얻은 사이노그램 영상으로 각 각도에 따라 라돈 변환을 수행한 결과를 그림 1에서의 회전된 중심축을 기준으로 해당하는 그래프의 높이를 시각화한 것이다. 이 그림은 흰색에 가까울수록 X선의 흡수가 많이 된 것이다.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (1)$$

그림 1 투영 데이터

Fig. 1 Projection data

$$\begin{aligned} p_\theta(x') &= R[f(x, y)] \\ &= \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x \cos\theta + y \sin\theta - x') dx dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x' \cos\theta - y' \sin\theta, x' \sin\theta + y' \cos\theta) dy' \end{aligned} \quad (2)$$

그림 2 Shepp-Logan 팬텀 영상 (a) 원 영상 (b) 사이노그램 (c) 역투영 영상 (d) 필터 보정 역투영 영상

Fig. 2 Shepp-Logan phantom image (a) original image (b) sinogram (c) back projection image (d) filtered back projection image

2.2 Inverse Radon Transform

사이노그램 영상을 원래의 영상으로 재구성(reconstruction)하기 위해 역 라돈 변환 알고리즘을 이용한 필터 보정 역투

영 방법이 사용된다. 역 라돈 변환 알고리즘은 아래 식 (3)과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{f}(x, y) &= \iint_{-\infty}^{\infty} F(w_x, w_y) \exp[j2\pi(w_x x + w_y y)] dw_x dw_y \\ &= \int_0^\pi \int_{-\infty}^{\infty} F_p(w, \phi) \exp[j2\pi w(x \cos\phi + y \sin\phi)] |w| dw d\phi \\ &= \int_0^\pi \int_{-\infty}^{\infty} \{P_\phi(w) \exp[j2\pi w(x \cos\phi + y \sin\phi)]\} |w| dw d\phi \\ &= \int_0^\pi \hat{P}_\phi(x') d\phi \end{aligned} \quad (3)$$

이때, 사이노그램 P_ϕ 에 극좌표로의 변환을 거치며 발생한 자코비안(jacobian) $|w|$ 이 필터의 역할을 하게 되며, 필터보정 역투영은 아래 식 (4)와 같다.

$$\hat{P}_\phi(x') = \int_{-\infty}^{\infty} |w| P_\phi(w) \exp(jwx') dw \quad (4)$$

사이노그램을 식 (4)의 필터 보정을 적용하지 않고 역투영을 수행하면 기존의 영상과 달리 저주파 성분이 강화되어 뿌옇게 보이는 그림 2의 (c)와 같은 영상을 얻게 된다. 따라서 필터 보정을 통하여 역투영을 수행하게 되는데 필터 보정 역투영을 통해 재구성된 영상은 그림 2의 (d)와 같은 영상이며, 이상적인 필터는 식 (4)에서의 $|w|$ 와 같은 램락 필터(ram-lak filter)로 그림 3과 같고 이때 식 (4)의 P_ϕ 는 사이노그램이므로 실수이다. 여기서 사이노그램을 대칭 확장하여 대칭함수(even function) 형태로 식 (5)와 같이 변형할 수 있다.

$$P_E(x) = \begin{cases} P_\phi(x), & x > 0 \\ P_\phi(-x), & x < 0 \end{cases} \quad (5)$$

여기서, $P_E(x)$ 에서 $P_\phi(x)$ 는 오른쪽을 취하면 쉽게 얻어짐을 확인할 수 있다. 식 (5)와 같은 대칭인 신호(symmetric)는 푸리에 변환의 결과가 실수 함수임 알려져 있다. 또한 쌍대성질로 실수인 신호의 푸리에 변환은 복소 대칭(conjugate symmetric)임이 성립한다. 따라서 $P_E(x)$ 의 푸리에 변환인 $P_E(w)$ 가 항상 실함수가 됨으로 이를 식 (4)에 대입하면 $\exp(jwx')$ 를 오일러 법칙에 따라 허수부인 $\sin$ 함수 부분이 사라지게 되고 최종적으로 식 (4)는 식 (6)과 같은 꼴로 정의될 수 있다.

$$\hat{P}_\phi(x') = \int_{-\infty}^{\infty} |w| P_E(w) \cos(wx') dw \quad (6)$$

식 (6)은 코사인 변환영역에서의 필터링을 의미하고 역 코사인 변환에 의해 얻어진 결과에서 양수부를 취하면 식 (4)와 동일한 결과가 얻어진다.

식 4에서 램락 필터는 수학적으로 완벽한 필터임이 확인되었으나, 실제 주파수 도메인에서는 그림 3과 같이 불연속이 존재하게 된다. 때문에 깁스 현상(Gibbs phenomenon)이 발생하여 이것을 제거하기 위해 그림 4와 같이 불연속이 없이 부드러운 shepp-logan filter[14], hamming windowed filter등이 제안되었다.

그림 3 램락필터 커널

Fig. 3 Ram-Lak filter kernel

그림 4 다양한 필터 커널들

Fig. 4 Various filter kernels

시간 도메인에서의 램락 필터는 sinc 함수(sinc function)의 연산으로 구현할 수 있다. 하지만 sinc 함수는 무한대의 범위를 가지기 때문에 현실적으로 구현의 어려움이 있어 제한된 크기로 커널을 잘라 사용하여야 한다. 하지만 시간 도메인에서 램락 필터를 이용하여 원본에 가까운 결과를 얻기 위해서는 상당히 큰 커널의 크기가 필요하다. 아래 그림 5의 (a)는 시간 도메인에서 200탭(tab) 램락 필터를 이용해 보정한 재구성 영상이며 (b)는 400탭 램락 필터를 이용해 보정, (c)는 주파수 도메인에서 램락 필터를 이용해 보정한 영상이다. 200탭이라는 큰 크기의 커널을 사용하였음에도 불구하고 여전히 저주파 성분이 남아있으며 400탭 이상의 커널 크기를 적용한 후에야 원본 영상과 비슷함을 그림 5의 (b)를 통해 확인할 수 있다. 일반적으로 식 (7)과 같은 푸리에 변환을 이용하여 주파수 도메인에서 필터 보정을 수행하며 그림 5의 (c)에서 확인할 수 있다. 일반적으로 푸리에 변환을 통하여 주파수 도메인에서 필터 보정을 하는 과정은 다음 그림 6과 같다.

그림 5 필터 보정 역투영 영상 (a) 200탭 램락 필터 (b) 400 탭 램락 필터 (c) 주파수 도메인 램락 필터

Fig. 5 Reconstruction images from FBP using (a) 200-tab (b) 400-tab (c) frequency domain ram-lak filter

그림 6 DFT를 이용한 필터 보정 방법의 흐름도

Fig. 6 Flowchart of filtering using Discrete Fourier Transform

$$X(k) = \sum_{j=1}^N x(j)w_N^{(j-1)(k-1)} \quad (7)$$

푸리에 변환을 이용하여 주파수 도메인에서 필터 보정을 수행하기 위해서는 푸리에 변환의 결과로 나온 실수(real value)와 허수(imagine value)를 이용하여 크기(magnitude)값과 위상(phase)값을 추출하는 과정이 필요하며, 크기값에 필터 보정을 해준 후 다시 실수와 허수를 추출해내어 역 푸리에 변환을 해 주어야 한다.

3. 제안하는 방법

기존의 주파수 도메인에서 필터 보정을 수행하기 위한 방법으로 푸리에 변환을 사용하였다. 그림 6과 같이 푸리에 변환을 이용하면 실수와 허수를 이용하여 크기값과 위상을 추출하고, 필터 보정을 수행 한 후 다시 실수와 허수를 얻기 위해 연산하는 과정이 필요하다. 따라서 이러한 불필요한 연산을 개선하기 위하여 본 논문에서는 주파수 도메인으로의 변환을 위하여 기존의 푸리에 변환을 코사인 변환(cosine transform)으로 바꾸어 필터 보정을 수행하는 방법을 제안한다. 코사인 변환을 이용하여 주파수 도메인으로 변환하여 필터 보정을 하는 것은 입력 값이 실수라는 제약조건 상에서 수학적으로 푸리에 변환과 같으며[18,19] 푸리에 변환에 비하여 연산수가 적기 때문에 간단히 구현이 가능하다.

3.1 Fourier Transform and Cosine Transform Filtering

그림 6의 푸리에 변환을 하는 과정은 아래 과정과 같다. 신호 $x(t)$ 가 있을 때, 주파수 도메인으로의 변환을 위한 $x(t)$ 의 푸리에 변환은 다음 식 (8)과 같다.

$$X(w) = \int x(t) \exp(-j\omega t) dt \quad (8)$$

주파수 도메인으로 변환을 하면 식 (9)와 같은 컨볼루션 연산이 식 (10)과 같은 곱 연산으로 되지만 변환된 $X(w)$ 는 복소수이기 때문에 크기와 위상으로 추출해야 할 필요가 있다. $X(w)$ 의 크기와 위상은 식 (11)와 같으며, 이 때문에 신호 $x(t)$ 의 주파수 도메인에서의 필터 보정은 다음 식 (12)과 같게 된다.

$$x(t) * h(t) = y(t) \quad (9)$$

$$X(w)H(w) = Y(w) \quad (10)$$

$$X(w) = |X(w)| \exp(j \arg(X(w))) \quad (11)$$

$$|H(w)| |X(w)| \exp(j \arg(X(w))) = Y(w) \quad (12)$$

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int Y(w) \exp(j\omega t) dw \quad (13)$$

최종적으로 식 (13)과 같이 역 푸리에 변환을 이용하여 필터 보정이 된 신호 $y(t)$ 를 얻는다. 이 때 입력된 신호 $x(t)$ 에 대하여 대칭신호 $s(t)$ 가 있을 때, 푸리에 변환의 $\exp(j\omega t)$ 는 오일러 법칙에 의하여 cos부분과 sin부분으로 나누어질 수 있고, sin함수는 기함수(odd function)이기 때문에 대칭신호 $s(t)$ 의 푸리에 변환에서는 0이 되어 사라지고 결국 이는

cos에 대한 식으로 남게 된다. 이것을 정리하면 식 (8)은 cos에 관한 식 (14)와 같이 표현할 수 있으며, 이 식 (14)는 $X(w)$ 와 달리 실수임이 보장되므로 푸리에 변환에서의 식 (11),(12) 과정이 필요하지 않다. 푸리에 변환과 코사인 변환의 관계에 대한 자세한 설명은 [19]의 3장에 수록되어 있다.

$$X(w) = \int x(t) \cos(ut) dt \quad (14)$$

3.2 Discrete Cosine Transform을 이용한 필터 보정

이산 코사인 변환은 일반적으로 에너지 집중 현상이 나타나기 때문에 H.264와 같은 동영상 압축 기술에 주로 사용되는 알고리즘이다[15]. 이산 코사인 변환에 대한 식은 다음 식 (15)와 같으며 역변환에 대한 식은 식(16)과 같다.

$$X(k) = w(k) \sum_{m=1}^M x(m) \cos\left(\frac{\pi}{M}\left(m + \frac{1}{2}\right)k\right), k=1, \dots, M \quad (15)$$

$$x(k) = \sum_{m=1}^M w(k) X(m) \cos\left(\frac{\pi}{M}\left(m + \frac{1}{2}\right)k\right), k=1, \dots, M \quad (16)$$

그림 7 이산 코사인 변환을 이용한 필터 보정 방법의 흐름도
Fig. 7 Flowchart of filtering using Discrete Cosine Transform

코사인 변환을 이용하여 필터 보정을 하는 과정은 다음 그림 7과 같다. 라돈 변환을 하여 나온 사이노그램을 기존의 방법인 푸리에 변환을 이용한 필터링이 아닌 코사인 변환을 이용하여 그림 7과 같이 필터 보정을 한다. 이는 영상의 입력특성을 이용한 것으로 입력 값이 실수일 때 푸리에 변환은 코사인 변환과 밀접한 관계가 있다 [18,19]. 영상의 입력 값은 항상 실수이기 때문에 코사인 변환을 사용할 수 있는 제약조건을 만족하며 코사인 변환된 값에 푸리에 변환을 이용했을 때와 같이 필터 계수를 곱하여 줌으로써 필터 보정을 수행한 후 다시 역 코사인 변환을 해주어 역 라돈 변환을 수행한다. 코사인 변환은 변환된 결과를 가공할 필요 없이 필터 보정을 수행하기 때문에 푸리에 변환에 비해 연산과정을 줄이는 것이 가능하다. 기존의 이산 푸리에 변환은 속도가 느려 음성과 달리 2차원 배열로 표현되는 영상에서는 속도 문제로 잘 사용되지 않았으나 고속 푸리에 변환이 제안된 후로 연산의 복잡도가 $O(n^2)$ 에서 $O(n \log n)$ 으로 개선이 되었다[16]. 이 고속 푸리에 변환을 이산 코사인 변환에 적용하여 제안된 고속 코사인 연산(fast cosine transform)또한 고속 푸리에 연산과 동일한 연산 복잡도를 가진다[17].

3.3 프로파일 비교를 통한 DC보정

DC 출력이득(DC gain)이란 주파수가 0Hz인 신호를 입력으로 넣었을 때 나오는 출력이득으로 영상의 에너지라고도 한다. DC값의 변화는 영상의 대비(contrast)를 변화시키지 않으며 영상 전체의 밝기만을 변화시킨다. 램락 등의 필터

를 수행할 때 DC값이 0이 되어 원 영상에 비해 에너지가 감소한다. 감소된 에너지를 복원하기 위해 원본 영상의 프로파일과 재구성된 영상의 프로파일을 비교하여 적절한 가중치를 적용한 DC 값을 보정한다. 각 영상의 프로파일과 재구성된 영상의 프로파일은 다음 그림 8과 같다.

그림 8 실험 CT 영상의 프로파일 비교 (a) Shepp-Logan 팬텀 (b) 머리 (c) 복부 (d) 심장 (e) 폐 CT 영상

Fig. 8 Comparison of the image profile (a) Shepp-Logan phantom (b) head (c) abdomen (d) cardiac (e) lung

그림 8에서 파란 선은 원 영상의 프로파일이며 녹색 선은 기존의 FBP결과 프로파일, 빨간 선은 DC보정이 되지 않은 DCT필터링의 결과 프로파일이다. 그림 8에서 확인 가능하듯이 재구성된 영상의 프로파일은 원 영상의 프로파일보다 그림 8의 (a)-(e) 모두 아래에 위치한다. 이는 재구성된 영상의 에너지가 원 영상의 에너지보다 낮아 재구성된 영상의 밝기는 원 영상에 비해 어두운 영상이 된다는 것을 보여준다. 영상의 에너지를 원 영상에 맞추기 위하여 코사인 변환을 수행할 때 DC값을 보정해줌으로서 영상의 화질을 개선할 수 있다. 보정할 최적의 DC값을 추출하기 위해 원 영상의 프로파일과 재구성된 영상의 프로파일의 차이를 이용하는 실험을 한다. 영상별 두 프로파일의 차이는 다음 그림 9와 같다.

그림 9의 (a)-(e)모두 중심이 0보다 큰 값을 기준으로 진동하는 것을 확인할 수 있다. 이 중심을 0이 되도록 수정하기 위하여 DC값을 그림 9의 DC값으로 보정해준다. 예를 들어 그림 9의 (a)의 차이 값을 이산 코사인 변환하여 나온 DC값은 201.43으로 Shepp-Logan 팬텀 영상의 최적의 DC는 이 값이 된다. 나머지 실험 영상도 같은 방법으로 최적의 DC값을 구하여 보정할 수 있으며, 최적의 값으로 DC를 보정하여 재구성한 영상의 프로파일은 그림 10과 같다.

그림 9 원 영상과 재구성 영상의 프로파일 차분 (a) Shepp-Logan 팬텀 (b) 머리 CT 영상 (c) 복부 CT 영상 (d) 심장 CT 영상 (e) 폐 CT 영상

Fig. 9 Differences in profile of original CT image and CT reconstruction image (a) Shepp-Logan phantom (b) head (c) abdomen (d) cardiac (e) lung

그림 10 DC보정된 영상과 원 영상의 프로파일 비교 (a) Shepp-Logan 팬텀 (b) 머리 CT 영상 (c) 복부 CT 영상 (d) 심장 CT 영상 (e) 폐 CT 영상

Fig. 10 Comparison of the profile corrected CT image and original image (a) Shepp-Logan phantom (b) head (c) abdomen (d) cardiac (e) lung

그림 10의 (a)-(e) 모두 전의 프로파일보다 재구성된 영상의 에너지가 높아져 기존의 재구성 영상보다 밝기가 더욱 된 영상에 가까워지는 것을 확인할 수 있다. DC보정을 통해 밝기를 원 영상과 유사하게 조절함으로써 재구성된 영상의 화질을 개선할 수 있다. 하지만 실제 CT에서 원 영상을 알 수 없으며, 영상에 따라 DC보정을 위한 최적의 DC값 또한 상이하기 때문에 영상에 따른 DC값을 찾아야 한다. 영상에 따른 DC값을 추출하기 위하여 실험 영상의 사이노그램의 DC값과 최적의 DC값의 비율에 대한 실험을 하였다. 사이노그램은 어떤 각도의 view에서도 에너지가 같기 때문에 논리적으로 DC값이 항상 같다. 때문에 이 사이노그램의 영상과 그림 9의 영상 프로파일 차이를 이용하여 도출된 최적의 DC값을 이용하여 영상별 최적의 DC값을 추출할 수 있는 가중치 값을 제안한다.

다음 표 1은 영상에 따라 최적의 DC값을 찾기 위하여 Shepp-Logan 팬텀 영상을 포함한 실험 영상의 DC값을 나타낸 것이다. 첫 번째 열은 실험을 위해 사용된 영상의 이름을 나타내고 두 번째 열은 사이노그램을 이산 코사인 변환하였을 때의 DC를 나타내며 세 번째 열은 프로파일 비교를 통한 최적의 DC값을, 네 번째 열은 두 DC값의 비를 나타낸다.

표 1 실험 영상의 사이노그램 DC값과 최적 DC값 비교

Table 1 Sinogram DC value and the optimal DC value of test images comparison

Images	Sinogram DC	Optimal DC	DC Ratio
Phantom	30510	201.44	0.00066024
Head	82023	554.15	0.00067593
Abdomen	87689	603.96	0.00066875
Cardiac	31065	208.07	0.00066978
Lung	11089	71.77	0.00064722
Average	48475	327.88	0.00066438

실험결과 표 1과 같이 DC값의 비율은 모든 실험 영상 모두 일정하며 평균적으로 각 영상의 사이노그램 DC값의 6.66438×10^{-4} 배가 됨을 확인할 수 있다. 실험 영상 모두 오차범위 2.0×10^{-4} 이내로 나타났다.

4. 실험 결과

제안된 방법을 이용한 필터 보정 역투영의 성능 비교를 위해서 테스트를 수행하였다. 실험은 그림 11과 같이 Shepp-Logan 팬텀 영상과 머리, 복부, 심장, 폐의 각 부위를 실제 CT로 얻은 임상 영상을 사용하였다. 사용된 영상의 크기는 모두 512×512 이며, 실제 CT에서는 16비트 영상을 사용하므로 실험을 위해 16비트 원본 영상을 8비트로 변환시켜 실험하였다. 실험은 인텔 쿼드코어 CPU 2.33 GHz 하드웨어 환경에서 Visual Studio 2012 C로 구현하여 디버깅 모드에서 테스트 되었다. 실험 검증에 위해 CPU time은 각각의 영상에 대한 실험을 10회씩 수행하여 나온 결과에 대한 평균을 ms단위로 나타내었으며 두 방법으로 재구성한 영상에 대한 객관적인 화질 평가 및 주관적인 화질 평가를

수행하였다. 실험과정은 영상을 0°부터 180°까지 1°간격으로 투영하여 얻은 view에 대한 사이노그램을 생성한다. 후에 코사인 변환을 이용하여 필터링을 수행한 후 역투영을 하여 복원 성능을 측정한다. 복원 성능을 비교 측정하는 방법으로서 최고신호대잡음비(peak signal to noise ratio : PSNR)와 밀리초(millisecond)를 사용하였다.

다음 표 1은 각각의 방법에 대한 PSNR 및 CPU time 비교결과를 나타낸 것이다. 첫 번째 열은 실험을 위해 사용된 영상의 이름을 나타내고 두 번째 열은 기존의 방법인 푸리에 변환을 이용한 필터 보정 역투영 방법으로 영상을 재구성한 결과를 나타내며 세 번째 열은 제안된 방법으로 영상을 재구성한 결과를 나타낸다.

그림 11 실험 CT 영상 (a) Shepp-Logan 팬텀 (b) 머리영상 (c) 복부 영상 (d) 심장 영상 (e) 폐 영상

Fig. 11 Test CT images (a) Shepp-Logan phantom (b) head (c) abdomen (d) cardiac (e) lung

표 2 기존 방법과 제안된 방법의 PSNR과 CPU시간 비교
Table 2 Comparison of PSNR(dB) and CPU processing time(ms)

Images		Filtered Back Projection	Proposed Method
Phantom	dB	28.13	29.00
	ms	36608.24	33414.42
Head	dB	30.91	33.49
	ms	38118.80	34478.83
Abdomen	dB	28.88	29.01
	ms	38900.41	33171.20
Cardiac	dB	24.93	26.57
	ms	37178.60	33398.81
Lung	dB	21.00	21.61
	ms	37427.25	33152.00
Average	dB	26.77	27.94
	ms	37646.52	33523.05

표 2의 실험결과가 보여주듯이 기존의 방법에 비해 필터 처리 시간이 10%이상 감소되었다. 실험에서는 이산 푸리에 변환과 이산 코사인 변환을 사용하여 실험하였기 때문에 두 변환 모두 고속 알고리즘을 사용하게 된다면 더욱 연산 개선 효과를 볼 수 있다. 또한 DC보정을 통해 기존의 방법에 비해 평균 1dB 이상의 PSNR 개선을 확인할 수 있다. 기존 방법과의 주관적인 화질 비교를 그림 12와 그림 13에서 확인할 수 있다.

그림 12의 머리 영상에서 기존의 방법을 이용하여 재구성된 영상 그림 12의 (b)와 원 영상을 비교해볼 때, 그림 12의 (c)영상에 비해 약간 어두운 것을 확인할 수 있다. 그에 반해 제안된 방법으로 재구성된 영상인 그림 12의 (c)는 DC보정을 하였기 때문에 원 영상과 밝기가 상이하지 않은 것을 알 수 있다. 그림 13의 심장 영상에서는 기존의 방법을 이용하여 재구성한 영상인 그림 13의 (b)에서는 확인할 수 없

(a) (b) (c)

그림 12 머리 영상 비교 (a) 원 영상 (b) 푸리에 변환 기반 필터 보정 역투영 (c) 제안된 방법

Fig. 12 Head image comparison (a) original image (b) FBP using Fourier transform (c) proposed method

(a) (b) (c)

그림 13 심장 영상 비교 (a) 원 영상 (b) 푸리에 변환을 이용한 필터 보정 역투영 (c) 제안된 방법

Fig. 13 Cardiac image compare (a) original image (b) filtered back projection using Fourier transform (c) proposed method

(a)

(b)

그림 14 영상 프로파일 비교 (a) 머리 영상(384번째 줄) (b) 심장 영상(220번째 줄)

Fig. 14 Comparison of the image profile (a) head image(384 line) (b) cardiac image(220 line)

는 영상의 세세한 부분까지도 DC보정을 통하여 재구성한 것을 그림 13의 (c)에서 확인할 수 있다.

그림 14는 그림 12와 그림 13에서 강조한 부분의 프로파일을 비교한 것으로 머리 영상에서는 384번째 줄을 비교하였으며, 심장 영상에서는 220번째 줄을 비교하였다. 그림을 통해 기존의 FBP방법에 비하여 제안한 방법의 결과가 더 원 영상에 가깝다는 것을 확인할 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 X-ray CT에서 푸리에 변환을 대체하여 코사인 변환을 사용하여 주파수 도메인에서의 필터 보정을 수행하는 방법을 제안하였다. 기존의 푸리에 변환을 코사인 변환으로 대체 가능함을 수식으로 보였다. 또한 여러 실험 영상과의 프로파일을 대조하여 영상에 따라 적절한 DC값을 찾아내고, 영상의 사이노그램과의 비율이 일정함을 이용하여 DC값을 보정해 주어 영상의 화질을 개선하였다. 기존 푸리에 변환을 이용한 방법과의 비교 실험을 통하여 제안된 방법의 우수함을 보였다.

References

- [1] J. Hsieh, "Computed Tomography: Principles, Design, Artifacts, and Recent Advances, Bellingham, WA," SPIE, 2003.
- [2] H. J. Scudder, "Introduction to computer aided tomography," IEEE Process., vol. 66, no. 6, pp. 628-637, Jun. 1978.
- [3] J. Radon, "Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten," Berichte Sachsische Academie der Wissenschaften, Leipzig, Math.-Phys. Kl., vol. 69, pp. 262-267, 1917.
- [4] G. Beylkin, "Discrete radon transform," Acoustics, Speech and Signal Process., IEEE Trans., vol. 35, no. 2, pp. 162-172, Feb. 2003.
- [5] A. C. Kak and M. Slaney, Principles of Computerized Tomographic Imaging," Siam, vol. 33, 1988.
- [6] J. W. Cooley and J. W. Tukey, "An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series," Math. Comput., vol. 19, no. 90, pp. 297-301, 1965.
- [7] P. Duhamel and M. Vetterli, "Fast Fourier Transforms: A Tutorial Review and State of the Art," Signal Process., vol. 19, pp. 259-299, Apr. 1990.
- [8] S. Ramani and J. A. Fessler, "A Splitting-Based Iterative Algorithm for Accelerated Statistical X-ray CT Reconstruction," IEEE Trans. Med. Imag., vol. 31, no. 3, pp. 677-688, Mar. 2012.
- [9] S. Ramani and J. A. Fessler, "Convergent iterative CT reconstruction with sparsity-based regularization," in Proc. Int. Meeting Fully 3-D Image Recon. Rad. Nucl. Med, pp. 302-305, 2011.
- [10] A. Averbuch, I. Sedelnikov, and Y. Shkolnisky, "CT reconstruction from parallel and fan-beam projections by a 2-D discrete Radon transform," IEEE Trans. Image. Process., vol. 21, no. 2, pp. 733-741, Feb. 2012.
- [11] M. V. Afonso, J. M. Bioucas-Dias, and M. A. T. Figueiredo, "Fast image recovery using variable splitting and constrained optimization," IEEE Trans. Image Process., vol. 19, no. 9, pp. 2345-2356, Sep. 2010.
- [12] M. Manhart, M. Kowarschik, A. Fieselmann, Y. Deuerling-Zheng, and J. Hornegger, "Fast dynamic reconstruction algorithm with joint bilateral filtering for perfusion C-arm CT," IEEE NSS MIC Conf. Rec., pp. 2304-2311, 2012.
- [13] S. R. Deans, The Radon Transform and Some of Its Applications. New York: Wiley, 1983.
- [14] J. L. Mueller, S. Siltanen, "Linear and Nonlinear Inverse Problems with Practical Application," Siam, pp. 31-34, Retrieved May. 2013.
- [15] N. Ahmed, T. Natarajan, and K. R. Rao, "Discrete cosine transform," Computers, IEEE Trans., vol. C-23, no. 1, pp. 90-93, Jan. 1974.
- [16] J. W. Cooley, P. A. Lewis, and P. D. Welch, "The fast Fourier transform and its applications," Education, IEEE Trans., vol. 12, no. 1, pp. 27-34, Mar. 1969.
- [17] E. Feig, S. Winograd, "Fast algorithms for the discrete cosine transform," IEEE Trans. Signal Process., vol. 40, no. 9, pp. 2174-2193, Sep. 1992.
- [18] B. Chitprasert, K. R. Rao, "Discrete Cosine Transform Filtering," Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1990. ICASSP-90., 1990 International Conference on., vol. 3, pp. 1281-1284, Apr. 1990.
- [19] M. T. Heideman, "Computation of an odd-length DCT from a real-valued DFT of the same length," IEEE Trans. Signal Process., vol. 40, no. 1, pp. 54-61, Jan. 1992.

저 자 소 개

박도영 (朴度映)

2013년 상명대학교 미디어소프트웨어학과 졸업, 2013년 9월-현재 동대학원 컴퓨터과학과 석사과정

유훈 (庾勳)

1997년 한양대학교 전자통신공학과 졸업, 1999년 동대학원 공학석사, 2003년 동대학원 전자통신공학과 공학박사, 2003~2005년 삼성전자 무선사업부 책임연구원, 2005~2008년 동서대학교 컴퓨터 정보공학부 조교수, 2008~2012년 상명대학교 디지털미디어학부 조교수, 2012~현재 상명대학교 미디어소프트웨어학과 부교수, 1997년 제3회 삼성전자 휴먼테크 논문상 대회 입상, 2005년 삼성전자 위성 DMB 폰과 지상파 DMB 폰 개발 및 양산

Tel : 02-2287-5494

E-mail : hunie@smu.ac.kr