축방향 압축을 받는 폐단면리브로 보강된 복합적층판의 좌굴 해석연구 Buckling Analysis of Laminated Composite Plates Longitudinally Stiffened with U-Shaped Ribs

최병호 Choi, Byung-Ho*† · 최수영 Choi, Su-Young** · 박상균 Park, Sang-Kyun***

(Received January 3, 2012 ; Revised January 30, 2012 ; Accepted February 20, 2012)

ABSTRACT

Even though the longitudinally stiffened laminated composite plates with closed section ribs should be an effective system for axially compressed members, the existing researches on the applications of closed-section ribs, especially for the laminated composite plates, are not sufficient. This study is aimed to examine the influence of the sectional stiffness of U-shaped ribs on the buckling modes and strengths of laminated composite plates. Applying the orthotropic plates with eight layers of the layup $[(0^\circ)_4]_s$ and $[(0^\circ/90^\circ)_2]_s$, 3-dimensional finite element models for the U-rib stiffened plates were setup by using ABAQUS and then a series of eigenvalue analyses were conducted. From the parametric studies, the minimum required ply thicknesses as well as the buckling strengths were presented for the analysis models. The buckling strengths were compared with the theoretical critical stress equation for simply supported plates based on the Classical laminated plate theory. This study will contribute to the future study for evaluating the minimum required stiffness and optimum design of U-rib stiffened plates

요 지

압축을 받는 복합적층판의 보강을 위해 폐단면리브를 적용하는 것이 효과적이거나, 적정 크기나 최적 두께에 대한 충분한 연구자료가 제시되지 못하고 있다. 이에 따라 폐단면리브 단면 제원에 따른 복합적층판의 압축좌굴 거동에 대한 영향이 우선 검토되어야 할 필요성이 있다. 본 논문에서는 직교이방성 $[(0^\circ)_4]_s$ 와 Cross-ply $[(0^\circ/90^\circ)_2]_s$ 적층단면을 각각 고려하여 U리브 단면강성에 따른 복합적층 보강판의 탄성좌굴강도 및 좌굴모드의 변화를 수치해석적으로 검토하였다. 구조부재로써 적용성을 고려하여 U리브 단면 모델을 선정하였고 유한요소해석 프로그램인 ABAQUS를 이용하여 U리브 적층두께에 따른 고유치 해석을 실시하였다. U리브와 같은 폐단면 보강재를 적용한 복합적층판에서는 단순지지 조건의 판좌굴 강도에 비해 상승효과가 있음이 본 연구의 수치해석 결과로부터 입증되었으며 본 해석연구 대상 모델에 대해 U리브 최적 적층두께를 분석하였다. 본 논문의 연구 결과는 향후 U리브의 최적 단면 선정방안을 제시하는데 기여할 수 있을 것으로 기대된다.

Key Words: Stiffened plate(보강된 판), Laminated composite plates(복합적층판), Longitudinal Stiffener(종방향 보강재), Closed-section Rib(폐단면리브)

1. 서 론

복합소재를 적층한 복합적층판(laminated composite plate)은 섬유배향각과 적층순서에 따라 소요강성과 강도를 조절할 수 있어 구조적 효율성이 높고 상대적으로 경량하여 구조물의 판 부재로써 활용되기 위한 매우 유용한 특성을 갖고 있다. 압축을 받는 판 부재는 압축 좌굴에 대한 구조적 효율성을 높이기 위해 일반적으로 종방향 보강재를 이용하여 보강된다. 종방향 보강재는 Fig. 1과 같이 판형 보강재와 같은 개단면 보강재와 U리브와 같은 폐단면 보강재로 대별된다. 설계 및 제작과정의 단순성으로 인해 주로 개단면 보강재가 채택되어 오고 있으나, U형 단면 리브(이하 U

리브)를 이용한 보강 판부재의 구조효율성이 높은 것으로 알려지면서 선진 구미지역을 중심으로 대형 구조물에도 다양한 활용사례가 나타나고 있다. 하지만, 대형구조물의 압축 판 부재에 U리브를 적용하기 위한 명확한 설계지침이나 충분한 연구자료가 제시되고 있지 못하며(도로교설계기준, 2008; AASHTO LRFD Bridge design specifications 4th ed, 2007; Chou et al., 2006), 특히 복합적층소재를 적용한 연구나 적용사례는 매우 미흡한 실정에 있다.

Williams와 Stein(1976)은 보강된 적층패널의 좌굴하중에 대해 검토한 바 있고, Romeo (1986)는 실험적으로 적층패널 좌굴하중을 결정하는 연구를 수행하였다. 허성필 외 (1999)는 판형 리브로 보강된 복합적층 패널

*† 정회원. 국립한밭대학교 건설환경공학과 토목공학전공 교수(bhchoi@hanbat.ac.kr)

** 학생회원. 국립한밭대학교 건설환경공학과 토목공학전공 석사과정

*** 학생회원. 국립한밭대학교 건설환경공학과 토목공학전공 석사과정

Table 1 U리브 보강판의 단면 제원

t_p (mm)	t_u (mm)	w_1 (mm)	w_1/t_p	w_2 (mm)	w_3 (mm)	n	α
8~24	3~24	250	31.3	162.4	125	2	3,5,10

Fig. 1 폐단면 U리브 및 개단면 리브의 단면특성

의 좌굴후거동에 대해 유한요소해석을 통한 변수연구를 수행하였다. Fig. 1에서 보이는 바와 같이 폐단면 형태의 U리브를 적용하면 개단면 리브 적용과 비교할 때, 국부좌굴에 대한 유효폭이 줄어드는 효과가 있을 것으로 사료된다. 최수영과 최병호(2012)는 등방성 재료로 구성된 U리브 강성에 따른 보강판의 좌굴모드 및 강도변화에 대한 변수해석적 연구결과를 제시하였다.

U리브를 적용한 압축을 받는 판 부재를 합리적으로 설계하기 위해서는 보강판의 좌굴모드 및 강도 특성을 파악하고 이를 고려한 U리브의 적정 크기 및 최적 간격이 필요하다. 따라서, 본 연구에서는 U리브로 보강된 복합적층판의 압축좌굴거동 및 탄성좌굴강도에 대해 수치해석적 변수연구를 실시하였다. 일반적인 박판 범위에 대해 고전적인 적층 판이론(Classical laminated plate theory)에 근거한 유한요소해석을 수행하였다. 이러한 변수해석 연구를 통해, 종방향 보강재로 적용된 U리브 단면 크기 및 강성에 따른 복합적층판의 탄성 좌굴모드 및 압축강도의 변동 특성을 살펴보는데 본 연구의 주 목적이 있다. 이러한 분석 결과는 향후 U리브 보강판의 좌굴강도와 효율적인 단면 선정방안을 명료한 수식체계로써 제시할 때 비교 검증자료로써 활용될 수 있으므로, 궁극적으로 U리브를 적용한 복합 적층판의 설계 최적화에 기여할 것으로 사료된다.

2. 해석 모델

2.1 단면제원 및 재료물성치

본 해석적 연구를 위한 해석모델의 단면은 Fig. 2에 보이는 바와 같이 두 개의 U리브가 w 간격으로 설치되어 있다. 보강된 판의 제원은 Table 1에 나타난 바와 같다. w_2 는 U리브의 폭으로써 Table 2에 제시된 것처럼 통상 U리브 순간격 w_1 에 비해 작게 적용되고, w_3 는 w_1 의 절반으로 설계하여 w_1 이 보강판 국부좌굴의 지배유효폭이 된다. 따라서, U리브 보강판의 길이방향 좌굴거동을 특징짓는 유효 형상비 α 는 다음과 같이 표현됨을 알 수 있다.

$$\alpha = L/w_1 \quad (1)$$

해석모델에 고려된 재료의 물성치는 Table 2와 같고, 적층각은 직교이방성 단면 $[(0^\circ)_4]_s$ 와 Cross-ply $[(0^\circ/90^\circ)_2]_s$ 를 각각 고려하여 적용하였다.

Fig. 2 U리브 보강판의 단면

Table 2 재료 물성치

Properties	Value
E_{11}	138,000 MPa
E_{22}	8,960 MPa
G_{12}	7,100 MPa
ν_{12}	0.3

2.2 유한요소모델링

해석모델에 대한 유한요소 모델링은 ABAQUS에서 제공하는 S4R5요소를 이용하였다. 고유치가 충분히 수렴되도록 $w_1 \times w_1$ 제원을 기준으로 최소 12×12 개의 요소망을 배치하여 Fig. 3과 같이 전체 요소망을 구성하였다 (박성미와 최병호, 2011B).

Fig. 3 보강판 모델 유한요소망 및 경계 조건

하중재하 방식은 Fig. 4와 같이 균일한 압축응력을 양단에서 재하하였으며, 경계조건은 Fig. 3에 나타난 바와 같이 네 변 단순지지 조건을 구현하였다. U리브 단면강성에 따른 영향을 살펴보기 위해, U리브 복합 적층판의 두께 변화에 따른 고유치해석을 실시하였다.

Fig. 4 페리브보강판 구성 및 하중재하 개요도

2.3 국부판좌굴 강도

본 연구는 U리브로 보강된 복합적층판의 좌굴강도를 검토하고자 한다. 앞서 언급된 바와 같이, w_1 이 U리브 보강판의 국부판좌굴의 지배유효폭이 될 것으로 사료된다. 폭이 w_1 이고 4변 단순지지된 직교이방성 및 Cross-ply타입 복합적층 평판의 좌굴강도식은 고전적인 적층판이론에 의거하여 다음과 같이 유도된다(Reddy, 2004). U리브의 적층강성이 확보되면 유효폭 w_1 인 복합적층 평판의 좌굴거동과 유사할 것으로 예상되며, 이를 검증하기 위해 U리브 보강판의 좌굴해석 결과로 식 (2)와 비교해 보고자 한다.

$$F_{cr_theory} = \left(\frac{m_1^2}{a^2} D_{11} + \frac{a^2}{m_1^2 w_1^4} D_{22} + \frac{4}{w_1^2} \left(\frac{1}{2} D_{12} + D_{66} \right) \right) \frac{\pi^2}{t_p} \quad (2)$$

$$\text{여기서, } m_1 = \left(\frac{a}{w_1} \right)^4 \sqrt{\frac{D_{22}}{D_{11}}}$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n \overline{Q}_{ij}^k (Z_{k+1}^3 - Z_k^3)$$

$$\overline{Q}_{11}^k = \frac{E_1^k}{1 - \nu_{12}^k \nu_{21}^k}, \quad \overline{Q}_{12}^k = \frac{\nu_{21}^k E_2^k}{1 - \nu_{12}^k \nu_{21}^k},$$

$$\overline{Q}_{22}^k = \frac{E_2^k}{1 - \nu_{12}^k \nu_{21}^k}, \quad \overline{Q}_{16}^k = 0, \quad \overline{Q}_{26}^k = 0,$$

$$\overline{Q}_{44}^k = G_{23}^k, \quad \overline{Q}_{55}^k = G_{13}^k, \quad \overline{Q}_{66}^k = G_{12}^k$$

a ; 페단면리브의 종방향 길이

w_1 ; 페단면리브 사이의 폭

t_p ; 보강된 판의 두께

3. 해석결과

앞서 정립된 유한요소해석 모델들에 대해 수치해석을 반복적으로 수행하여 고유치 데이터가 수집되었으며, 이 중 일부 해석결과를 Table 3에 나타내었다. 각 해석모델의 적층두께 t_{p_ply} 및 U리브 적층두께 t_{u_ply} 에

따른 좌굴응력의 변화 양상을 보여준다. 본 유한요소 해석 결과, U리브 적층두께의 변화에 따른 좌굴모드는 크게 3가지 형태로 구분되어 나타났으며, 이는 각 모델별로 Fig. 5 ~ 8에 나타낸 바와 같다. 3가지 좌굴모드 형태는 U리브 국부좌굴모드(ULB : U-rib Local Buckling), 보강판의 국부좌굴 모드(PLB : Plate Local Buckling), U리브의 전체 기둥좌굴모드(GCB : Global Column Buckling) 등이다. 보강판 국부좌굴모드(PLB)의 특징은 U리브가 설치된 위치에서 보강된 판의 고정점이 형성되는 것이며, 이와 상반되게 전체 기둥좌굴모드(GCB)는 U리브가 마치 압축을 받은 기둥부재가 좌굴을 하듯 평판에 고정점을 형성하지 않고 면외방향의 거동을 하는 특징을 갖는다. Fig. 5-8(a)는 U리브 국부좌굴모드의 대표적인 모습을 나타낸다. U리브 적층판 두께가 작은 범위에서는 이러한 U리브 자체의 국부좌굴에 의해 지배되므로 적층 두께를 확보하지 못하는 경우 좌굴강도가 매우 저하된다. U리브의 국부좌굴을 방지하기 위한 최소두께(t_{u_limit})는 적층배향각이나 ply두께(t_{u_ply})에 따라 달라지므로 이를 산정하는데에 용이하지 않은 측면이 있어, 향후 이를 효과적으로 선정하는 방안이 제시될 필요성이 있다.

Fig. 5-8은 적층각 특성 및 평판의 유효형상비 α 에 따른 해석모델의 탄성 좌굴모드를 보여준다. U리브의 두께를 지속적으로 늘려 최소두께 이상이 되면 Fig. 5-6(b)와 같이 전체기둥좌굴(GCB)이 먼저 유도되고 U리브 두께 및 단면강성이 더 증가하게 되면 Fig. 7-8(b)와 같이 유효좌굴폭이 w_1 로 되는 보강판 국부좌굴모드(PLB)로 변화되는 공통된 좌굴특성이 관찰되었다.

 Fig. 5 U리브 강성에 따른 좌굴모드 변화($[(0^\circ)_4]_s$, $\alpha = 10$, $t_{p_ply} = 3\text{mm}$)

(c) PLB

Fig. 6 U리브 강성에 따른 좌굴모드 변화($[(0^\circ/90^\circ)_2]_s$, $\alpha=10$, $t_{p_ply}=1\text{mm}$)

(a) ULB

(b) PLB

Fig. 7 U리브 강성에 따른 좌굴모드 변화($[(0^\circ)_4]_s$, $\alpha=5$, $t_{p_ply}=2\text{mm}$)

(a) ULB

(b) PLB

Fig. 8 U리브 강성에 따른 좌굴모드 변화($[(0^\circ/90^\circ)_2]_s$, $\alpha=3$, $t_{p_ply}=1\text{mm}$)

본 연구결과로부터 확인된 복합적층 U리브 보강판 좌굴거동의 중요한 특징 중 하나는 U리브 내 구간에서도 물결모양 반사인(Half-sine)곡선의 판좌굴 거동을 보이는 점이다. U리브와 같이 폐단면 보강재에 의해 보강된 판의 국부좌굴 유효폭이 부등간격으로 나란히 배치됨에 따라, 상대적으로 유효폭이 작은 U리브 내 구간에 의해 상당한 구속효과를 주는 것으로 분석되었다. 이에 따라, 유효폭이 w_1 인 단순지지 복합적층판의 국부좌굴강도 이론식 (2)에 비해 적게는 10% 내외에서 30% 내외에 이르는 상당히 증가된 판좌굴강도 해석결과가 도출되었다. 이는 각 해석모델의 유한요소 변수 해석 결과로부터 U리브 강성에 따른 좌굴강도의 변화를 나타낸 Fig. 9 ~ 12의 도식으로부터 공히 확인된다.

이들 도식에 나타난 U리브 적층두께(t_{u_ply})에 따른 좌굴강도의 변화를 살펴보면 처음에는 선형 비례로써 보다 급격한 증가율을 보이다가 일정 수준에 이르면 강도증진효과가 현저히 저하되는 것을 볼 수 있다. U리브 국부좌굴모드(ULB)나 전체기동좌굴모드(GCB)를 초과하는 적정 두께 내지는 단면강성에 이르러서 보강

Fig. 9 t_{u_ply} 에 따른 좌굴강도 변화($[(0^\circ)_4]_s$, $t_{p_ply}=2\text{mm}$, $\alpha=3$)

Fig. 10 t_{u_ply} 에 따른 좌굴강도 변화($[(0^\circ)_4]_s$, $t_{p_ply}=2\text{mm}$, $\alpha=5$)

Fig. 11 t_{u_ply} 에 따른 좌굴강도 변화($[(0^\circ/90^\circ)_2]_s$, $t_{p_ply}=1\text{mm}$, $\alpha=5$)

Fig. 12 t_{u_ply} 에 따른 좌굴강도 변화($[(0^\circ/90^\circ)_2]_s$, $t_{p_ply}=1\text{mm}$, $\alpha=10$)

판 국부좌굴모드(PLB)에 도달한 이후에는 유효좌굴폭 w_1 을 기준한 판좌굴강도를 상당히 초과하지만 더 이상 크게 증가하지 않는다. 즉, 더 이상 U리브 적층두께 (t_{u_ply})를 늘리는 것은 강도측면에서 효율적이지 않을 것으로 판단된다. 이로부터 유효폭이 w_1 에 걸친 국부좌굴모드(PLB)가 본격적으로 시작되는 점에 해당하는 U리브 적층두께가 좌굴거동 측면에서의 최적 두께임이 분명해진다.

더 구체적으로 말해서, U리브의 각 웹 위치에서 복합적층판 좌굴 거동의 고정점을 형성할 수 있는 U리브 최소 적층두께 및 강성은 중요한 설계 변수가 될 수 있다. 따라서, 합리적인 U리브 보강판의 단면설계를 위한 U리브 최소 적층두께를 $t_{u_ply(req.)}$ 로 규정하고, 본 해석연구에서 파악된 각 해석모델에 대한 해당 $t_{u_ply(req.)}$ 을 분석하여 Table 4에 나타내었다. 여기서, 본 해석대상 모델 범위에 대해 $t_{u_ply(req.)}$ 는 유효형상비 α 보다 높은 보강된 판의 적층두께 t_{p_ply} 에 보다 민감한 영향을 받는 경향을 보인다. 본 해석대상 적층방법 및 특성에 따라서는 큰 영향을 나타내고 있지는 않으나 이에 따라 적층판의 휨강성이 달라지므로, 보다 다양한 경우에 대한 추가적인 연구가 필요할 것으로 사료된다.

Table 4에서 보이는 바와 같이, $t_{u_ply(req.)}$ 에 해당되는 복합적층 U리브 보강판의 탄성좌굴강도는 식 (2)로부터 산출된 F_{cr_theory} 와 잘 부합하면서도 이에 비해 최소 14%, 최대 35% 이상 상당한 상승효과가 있음이 정량적으로 분석되었다. 이러한 국부좌굴강도의 상승 효과는 U리브를 적용한 보강판의 구조적 안정성을 높여줄 것으로 사료된다.

Table 3 고유치 해석 결과

적층각	α	t_{p_ply} (mm)	t_{u_ply} (mm)	F_{cr} (MPa)	Mode shape
[(0°) ₄] _s	10	1	0.3	113.28	ULB
			0.4	121.15	PLB
		2	0.3	114.00	ULB
			0.4	170.95	GCB
		3	0.3	114.15	ULB
			0.4	180.71	GCB
	5	2	0.6	347.21	ULB
			1	441.33	PLB
		3	0.5	273.93	ULB
			1	479.52	GCB
	3	2	0.5	271.44	ULB
			0.8	436.59	PLB
		1	0.3	112.91	ULB
			0.4	121.73	PLB
[(0°/90°) ₂] _s	10	1	0.2	92.38	ULB
			0.3	181.10	GCB
			0.4	202.59	PLB
		2	0.3	193.20	ULB
			0.6	312.32	GCB

		3	0.3	193.85	ULB
			0.4	275.82	PLB
	5	1	0.3	190.71	ULB
			0.4	201.88	PLB
		2	0.5	314.82	GCB
		3	0.5	312.09	GCB
	3	1	0.3	190.63	ULB
			0.5	206.25	PLB
		2	3	899.24	PLB
		3	1	605.85	GCB

4. 결론

본 논문은 U리브로 보강된 복합적층판의 U리브 적층판 두께에 따른 좌굴모드의 변화 양상에 대해 수치해석적으로 검토하였다. U리브 적층판 두께에 따라 U리브 국부좌굴모드(ULB : U-rib Local Buckling), 보강된 판의 국부좌굴 모드(PLB : Plate Local Buckling), 전체기둥좌굴모드(GCB : Global Column Buckling) 등 3가지 좌굴모드에 의해 지배되는 것이 수치해석적으로 확인되었다. U리브 적층두께에 따른 좌굴강도에 대한 유효요소 변수해석 결과로부터 U리브 최적 적층두께 $t_{u_ply(req.)}$ 를 규정하고, 본 해석연구의 대상 모델에 대한 해당 $t_{u_ply(req.)}$ 을 분석하였다. 이로부터 해석대상 모델 범위에 대해 $t_{u_ply(req.)}$ 에 대한 각 설계변수 파라미터의 영향을 파악하였다.

$t_{u_ply(req.)}$ 에 해당되는 복합적층 U리브 보강판의 탄성좌굴강도는 식 (2)에서 산출된 F_{cr_theory} 에 비해 상당히 증가되는 것으로 나타났는데, U리브와 같은 폐단면 보강재를 적용한 복합적층판은 단순지지 조건의 판좌굴 강도에 비해 상승효과가 있음이 본 연구의 수치해석 결과로부터 입증되었다. 향후 보다 다양한 폐단면 리브 제원과 적층배향각 특성을 고려한 모델들에 대해 추가적인 변수연구를 수행한다면 U리브로 보강된 판의 최적 적층방법 및 두께결정에 있어 매우 유용한 방안들이 제시될 수 있을 것으로 사료된다.

Table 4 해석모델 좌굴강도 비교

적층각	α	$t_{p,ply}$ (mm)	$t_{u,ply(req.)}$ (mm)	F_{cr} (MPa)	$F_{cr,theory}$ (MPa)	$F_{cr} / F_{cr,theory}$ (%)	Mode shape
$[(0^\circ)_4]_s$	10	1.0	0.5	123.85	94.28	131.4	PLB
	5	2.0	1.0	441.33	353.76	124.8	PLB
	3	1.0	0.5	123.89	89.92	137.8	PLB
		2.0	0.8	436.59	353.14	123.6	PLB
$[(0^\circ/90^\circ)_2]_s$	10	1.0	0.4	202.59	176.92	114.5	PLB
	5	1.0	0.4	201.88	171.72	117.6	PLB
	3	1.0	0.5	206.25	169.65	121.6	PLB

감사의 글

이 연구는 한국연구재단의 일반연구지원사업 (2011-0013918) 연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

참고 문헌

1. 대한토목학회·교량설계핵심기술연구단(2008) 도로교 설계기준, 한국도로교통협회.
2. 박원태(2010) 비등방성 적층 캔틸레버 박판 및 후판의 해석연구, 한국복합신소재구조학회논문집, 제1권, 제4호, pp.1-5.
3. 박성미, 최병호(2011A) 다각형 단면 기둥구조의 압축좌굴강도에 관한 해석적 연구, 제37회 대한토목학회 정기학술대회, 제A권, pp.17.
4. 박성미, 최병호(2011B) 절곡 제작한 6각형 단면 기둥 국부좌굴강도의 해석적 평가, 추계학술발표논문집, 제2권, pp.461-464.
5. 최수영, 최병호(2012) 축방향 압축을 받는 폐단면리브 보강판의 좌굴거동에 관한 해석적 연구, 한국방재학회논문집, 제12권, 제1호, pp.39-44.
6. 허성필, 양원호, 성기득, 조명래(1999) 유한요소법을 이용한 복합적층판과 보강된 복합적층 패널의 좌굴 및 좌굴후 거동에 관한 연구, 한국전산구조공학회는 논문집, 제12권, 제4호, pp.599-606.
7. American Association of State Highway and Transportation Officials (2007) AASHTO. *LRFD Bridge design specifications*. 4th ed, Washington (DC).
8. Choi, B.H. and Yoo, C.H. (2005) Strength of stiffened flanges in horizontally curved box girders, *ASCE J Eng Mech*, Vol.131, No.2, pp.167-176.
9. Chou, C.C. Uang, C.M. and Seible, F. (2006) Experimental evaluation of compressive behavior of Orthotropic Steel Plates for the New San Francisco-Oakland Bay Bridge, *ASCE J. Bridge Eng.*, Vol.12, No.2, pp.140-150.
10. Romeo, G. (1986) Experimental investigation on advanced

composite stiffened structures under uniaxial compression and bending, *AIAA J.*, Vol. 24, No. 11, pp.1823-1830.

11. Reddy, J.N. (2004) *Mechanics of Laminate composite plates and shells Theory and Analysis*, CRC PRESS, SECOND EDITION.
12. Williams, J.G. and Stein, M. (1976) Buckling behavior and structural efficiency of open-section stiffened composite compression panels, *AIAA J.*, Vol. 14, No. 11, pp. 1618-1626.
13. Yoo, C.H. Choi, B.H. and Ford, E.M. (2001) Stiffness requirements for longitudinally stiffened box-girder flanges, *J Struct Eng*, Vol.127, No.6, pp. 705-711.