독립호우사상의 확률론적 해석 : 2. 호우사상의 재현기간

Probabilistic Analysis of Independent Storm Events: 2. Return Periods of Storm Events

유철상* · 박민규**

Yoo, Chulsang · Park, Minkyu

Abstract

In this study, annual maximum storm events are evaluated by applying the bivariate extremal distribution. Rainfall quantiles of probabilistic storm event are calculated using OR case joint return period, AND case joint return period and interval conditional joint return period. The difference between each of three joint return periods was explained by the quadrant which shows probability calculation concept in the bivariate frequency analysis. Rainfall quantiles under AND case joint return periods are similar to rainfall depths in the univariate frequency analysis. The probabilistic storm events overcome the primary limitation of conventional univariate frequency analysis. The application of these storm event analysis provides a simple, statistically efficient means of characterizing frequency of extreme storm event.

Key words : bivariate analysis, bivariate extremal distribution, joint return period, probabilistic storm event

요 지

본 연구에서는 이변량 극치분포를 이용하여 연최대치 호우사상을 평가하였다. 이를 위해 특정 재현기간을 가지는 호우사상의 강우량을 비동시결합 재현기간, 동시결합 재현기간 그리고 구간조건부 결합재현기간의 세 가지를 이용하여 산정하였다. 이때, 결합재현기간별 호우사상의 값의 크기가 서로 다르게 산정되는 이유를 이변량 분포의 확률특성을 보여주는 사분면을 이용하여 설명하였다. 호우지속기간 24시간인 경우에 동시결합재현기간을 이용하여 산정한 확률강우량은 전통적인 방법으로 얻어진 강우지속기간 24시간의 확률강우량과 유사하게 나타났다. 이러한 결과는 전통적인 강우빈도해석의 제약사항을 극복하는데 도움이 될 것으로 보여진다. 이변량 빈도해석으로 얻어진 확률호우사상은 저류시설물의 계획시 통계적으로 보다 유용하면서도 간단한 설계 호우사상을 제공할 수 있을 것으로 보여진다.

핵심용어 : 이변량해석, 이변량 극치분포, 결합재현기간, 확률호우사상

1. 서 론

태풍이나 집중호우 이후에 이를 평가한 조사결과를 살펴보면 강우량을 지속기간별로 분석하여 재현기간을 제시하고 있다. 이때 지속기간별로 강우량이 서로 다른 재현기간을 가지는 것으로 제시되어 있어 특정 태풍이나 집중호우가 독립적인 호우사상으로서 가지는 지속기간, 총강우량, 평균강우강도 등의 발생 양상을 종합적으로 고려한 크기의 판단을 힘들게 한다. 즉, 지속기간별 강우량이 가지는 재현기간에 대한 분석 결과만으로는 재해를 유발하는 특정 호우사상이 다른 호우사상과 비교할 때 어느 쪽이 더 큰 지를 구분하기가 쉽지 않다. 예를 들면, 24시간동안 발생한 300 mm의 호우와 18시간

동안 발생한 250 mm의 호우사상은 어느 쪽이 더 큰 호우사상인지를 판별하는 것과 관련된 기준이 마련되어 있지 않다 (박민규와 유철상, 2011).

전통적인 단변량 강우빈도해석은 궁극적으로 특정 지속기간의 확률강우량을 산정하는데 목적이 있다. 즉, 빈도해석 과정보다는 그 결과로 얻어진 확률강우강도식이 공학적으로 유용하게 쓰여진다. 확률강우강도식은 하천계획이나 하수도계획 등과 같이 특정한 침투홍수량을 신속하게 안전하게 배제하는 시설계획에서 주요한 고려사항으로 이용되고 있다. 반면에 홍수조절시설 등과 같은 저류개념의 시설을 계획할 경우 비가 오기 시작하는 시점부터 끝날 때까지의 강우량을 모두 포함할 필요가 있다. 이 경우에도 특정 지속기간을 미리 가정하

*고려대학교 건축사회환경공학과 교수 (E-mail : envchul@korea.ac.kr)

**서울시정개발연구원 부연구위원 (교신저자)

고 얻은 확률강우량을 이용한 해석이 저류시설물의 홍수조절 용량을 적정하게 설계하는데 유용하게 사용될 수 있을지는 그 적정성을 확인하기 어렵다. 이와 관련해 여러 문제점의 제기로 최근에는 저류지나 BMP의 용량결정을 위해 확률강우량을 적용하는 대신에 확률적인 호우사상을 직접적으로 구하여 이용하고자 하는 연구가 이루어지고 있다(Adams and Papa, 2000; Akan and Houghtalen, 2003; Palynchuk and Guo, 2008). 이들 연구에서는 저류시설물의 적정 홍수조절용량을 구하는 방법과 관련하여 IDF 관계를 이용하여 얻어지는 설계호우(design storm)를 구하는 방법과 구분하기 위해 호우사상 해석법(storm-event analysis, SEA)이라고 명칭을 사용한 바 있다. 그리고 이렇게 얻어진 설계호우사상에 대한 결과를 확률호우사상(probabilistic storm event)라고 부르고 있다.

호우사상은 이를 구성하는 지속기간, 총강우량 그리고 강우강도와 같은 요소를 이용하여 정의할 수 있으며 이들 구성요소 중 두 가지를 동시에 고려하여 빈도해석을 실시할 경우 호우사상의 발생특성을 고려한 재현기간을 얻을 수 있어 상기 문제와 같이 서로 다른 지속시간과 강우량을 가지는 호우사상의 크기를 판별하는데 도움이 되는 정보를 얻을 수 있다. 이때 이러한 이변량 빈도해석을 적용함에 있어도 단변량 빈도해석처럼 분석과정을 간략화하고 확률강우량의 의미 부여가 용이하도록 하기 위해 전기간 자료를 이용하기 보다는 연최대치 자료계열을 이용하는 것이 바람직하다(Gumbel, 1960; Hann, 2002). 박민규와 유철상(2011)은 이변량 빈도해석을 위해 직접적으로 이변량 극치분포를 이용할 수 있도록 연최대 호우사상의 선정방법을 제시한 바 있으며, 본 연구는 이를 통해 얻어진 연최대 호우사상에 대하여 이변량 극치분포를 적용하는 것을 주요 내용으로 한다. 이는 선행연구에서 선정한 연최대 호우사상들이 더 이상 지수분포의 특성을 보이지 않고, 전통적인 빈도해석과 유사하게 이변량 극치분포의 특성을 보이기 때문이다.

본 연구에서는 연최대 호우사상 계열을 이변량 극치분포를 적용하여 평가하고 공학적 설계에서 유용할 수 있는 개념들을 제시하는 것을 목적으로 한다. 이를 위해 호우사상의 재현기간을 산정하고 이를 기존의 단변량 빈도해석의 결과와 비교하였다. 이변량 빈도해석으로 얻을 수 있는 호우사상의 재현기간은 하나가 아니라 결합방식에 따라 다양하게 정의할 수 있다. 이변량 빈도해석의 재현기간은 일반적으로 결합재현기간(joint return period)이라고 불리워지고 있으며 세 가지가 주로 쓰이고 있다. 두 변량의 특정값을 하나라도 초과하는 비동시결합 재현기간(OR joint return periods), 두 변량의 특정값을 동시에 초과하는 동시결합 재현기간(AND joint return periods) 그리고 하나의 변량의 조건이 고정된 상태에서 나머지 변량이 특정영역에 속하는 경우와 관련된 조건부 결합재현기간(conditional interval joint return periods)의 세 가지가 그것이다. 본 연구에서는 각각의 개념들이 가지는 이론적 개념을 보다 엄밀하게 살펴보고, 이변량 극치분포를 적용한 계산을 통해 각 결합재현기간의 정의에 따라 계산된 확률호우사상의 값의 거동을 살펴보았다. 이러한 확률호우사상

에 대한 재현기간의 산정 및 평가결과를 통하여 궁극적으로 모색할 수 있는 것은 현재 국내에서 강우빈도해석이 가지는 한계점의 확인이었다. 확률호우사상의 개념은, 물리적으로 존재하지 않는 임계지속기간을 산정하기 위해 지루한 반복 계산과정을 계속해야 하는 국내 수자원실무에서의 비효율성을 극복하기 위해 새롭게 설계호우사상을 정의하는 방법으로서 유용하게 이용될 수 있을 것으로 보여진다.

2. 호우사상의 이변량 빈도해석

2.1 이변량 극치빈도해석과 Gumbel's Logistic Model

호우사상의 이변량 빈도해석을 위해 몇 가지 방법이 수문학 분야에 도입되어 왔으며, 초창기에는 다변량정규분포가 가장 많이 사용되었다. Goel et al(1998)과 Yue(2000)는 Box-Cox 변환(1964)을 이용하여 다변량정규분포를 사용하는 방법을 제안하였다. 그러나 그 이후의 적용에서 Box-Cox 변환 후 얻어진 추정결과가 역변환시 원래의 표본 통계특성과 상당히 큰 차이를 보이는 경우가 있는 등 심각한 왜곡을 유발하는 단점을 있다고 지적되었다. 이로 인해 주변확률분포가 정규분포가 아닌 극치분포를 가지는 경우의 이변량 분포형이 연구의 주요대상으로 등장하게 되었다. 수문자료 및 환경특성 자료에 대한 다변량 극치분포형이 일반적인 적용과정은 Tawn(1988, 1990), Coles and Tawn(1991)에 의하여 이루어졌다. Yue et al(1999), Yue(2001) 그리고 Yue and Wang(2004)은 이변량 Logistic Mixed 모형을 제시한 바 있다. 그리고 이러한 다양한 다변량 분포형에 대한 가장 최근의 집대성은 Kotz et al(2000)에 의하여 이루어졌다. 이변량 극치분포와 관련된 전문적인 소개는 Galambos(1987), Smith(1990) 그리고 Joe(1996) 등에서도 찾아볼 수 있다. 통계학적으로 이변량 극치분포는 다음과 같이 유도된다. 독립변수들에 대한 관측결과에서 최대값을 일정 시간간격으로 뽑아내어 새로운 변수를 정의할 때 이들 새로운 변수들의 결합확률특성에 극한 이론(limit theorem)을 적용할 경우 얻을 수 있는 분포형이다.

이러한 이변량 극치분포에서 두 변량 Y_1 과 Y_2 의 결합형태에 관한 전통적인 모형으로는 아래와 같은 세 가지 형태의 누가결합확률분포형태가 알려져 있다. 이와 관련하여 Gumbel(1958, 1965)은 주변확률분포형의 함수형태를 가지는 Type A와 Type B의 2가지 이변량 극치분포의 일반형을 제시하였다. Oliveira(1958, 1961)는 이러한 일반형을 아래와 같은 두 변량의 직접적인 결합형태로 보여주었다. 여기서 Type A는 혼합모델(mixed model)로 불리워지며 식 (1)과 같은 두 변량의 결합형태를 가지고 있으며, Type B는 로지스틱 모델(logistic model)로 불리워지며 식 (2)의 결합형태를 가진다.

$$F_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2) = \exp \left[-e^{-y_1} - e^{-y_2} + \theta (e^{y_1} + e^{y_2})^{-1} \right], 0 \leq \theta \leq 1 \quad (1)$$

$$F_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2) = \exp \left[- (e^{-my_1} + e^{-my_2})^{1/m} \right], m \geq 1 \quad (2)$$

또 다른 형태인 Type C분포(Oliveira, 1970)는 식 (3)과 같은 결합형태를 가지는 이중극치 모델(biextremal model)로 알려져 있으며 두 변수가 서로 독립인 경우에 Type A와 일치하는 것으로 알려져 있다.

$$F_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2) = \exp[-\max(e^{-y_1} + (1-\phi)e^{-y_2}, e^{-y_2})], 0 \leq \phi \leq 1 \quad (3)$$

본 연구에서는 이들 이변량 극치분포형 중에서 비교적 구조가 간단하고 모수 추정이 용이한 Type B 형태의 Gumbel이 제안한 Logistic model(1960)을 적용하기로 한다. Gumbel이 제안한 Logistic model의 경우 두 변량의 주변확률분포형이 Gumbel 분포형을 따르고, 적용대상이 되는 두 변량이 서로 양의 상관관계를 가져야 한다는 제약조건이 있다. 그러나 본 연구에서 실제로 적용한 Gumbel logistic model은 Kotz et al(2000)이 일반화시켜 정리한 바와 같이 두 변량의 주변확률분포형이 GEV(Generalized Extreme-Value) 분포형을 가지는 모형으로 고려하였다. 뿐만 아니라 Kotz et al(2000)에서 제시된 것처럼 경우 두 변량이 서로 음의 상관관계를 가지는 경우에도 모수를 유도할 수 있으므로 두 변량의 주변확률분포형이 극치분포를 따르기만 한다면 실제 적용상의 제약사항은 없다고 볼 수 있다.

각각 독립적으로 식 (4)와 같은 형태의 GEV 분포(Frchet 분포)를 따르는 변량에 대해서 식 (5)과 같은 Férchet 주변확률변수로의 변환을 실시하였을 때 얻게되는 결합확률분포가 식 (6)과 같은 형태를 가질 때 이를 Gumbel's Logistic model이라고 한다.

$$F_{X_i}(x_i) = \exp \left[- \left(1 + s_i \frac{x_i - a_i}{b_i} \right)^{(-1/s_i)} \right] \quad (4)$$

$$y_i = \left[1 + s_i \frac{x_i - a_i}{b_i} \right]^{(-1/s_i)} \quad (5)$$

$$F_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2) = \exp \left[- (e^{-my_1} + e^{-my_2})^{1/m} \right] \quad (6)$$

여기서 a_i 는 GEV 분포의 위치모수(location parameter), b_i 는 척도모수(scale parameter), 그리고 s_i 는 형상모수(shape parameter)로 일반적으로 독립적인 변량에 대해서 적용하는 모멘트법, 확률가중모멘트법 또는 최우도법으로 추정할 수 있다. 또한 Oliveira(1961)에 따르면 두 변수간의 결합특성을 나타내는 모수 m 은 GEV분포형의 모수를 모멘트법에 의해 산정할 때 다음과 같은 공식을 이용할 수 있다.

$$m = (1-\rho)^{(-1/2)}, 0 \leq \rho \leq 1 \quad (7)$$

여기서 m 은 두 변량 X_1 과 X_2 의 상관관계를 보여주는 모수로서 상관관계수 ρ 에 대한 함수로 나타나며, $m=1$ 이면 서로 독립이다. 식 (7)의 경우 단변량 빈도해석시 모멘트법에 의한 모수 추정과 대응하는 경우로 해당 식을 적용하려고 하는 경우 두 변량의 상관관계 ρ 는 0에서 1 사이의 범위에 있어야 한다.

한편, 최우도법으로 추정할 경우 GEV 분포의 대수우도함수는 다음과 같다(Hann, 2002; Rao and Hamed, 2000)

$$L(a_i, b_i, s_i) = n \log(a_i) - \left(1 + \frac{1}{s_i} \right) \sum_{i=1}^n \log \left[1 + s_i \frac{X_i - a_i}{b_i} \right] - \sum_{i=1}^n \log \left[1 + s_i \frac{X_i - a_i}{b_i} \right] \left(\frac{1}{s_i} \right) \quad (8)$$

여기서 $1 + s_i [(X_i - a_i)/b_i] > 0 (i = 1, \dots, n)$ 이다. 최적화기법 등에 의하여 식 (8)의 대수우도함수를 최대화시킬 경우 GEV분포의 위치모수 a_i , 척도모수 b_i , 형상모수 s_i 를 구할 수 있다(Hann, 2002; Rao and Hamed, 2000). 한편, 결합특성을 나타내는 모수 m 은 식 (9)와 같은 방정식을 이용하여 최우도법에 대응하는 모수 추정값을 얻을 수 있다(Kotz et al., 2000). n 개의 호우사상에서 각 변량의 표본의 중위수(sample median)을 기준으로 2×2 Table로 나눌 경우 각 변량별로 얻어지는 관측비율(observed proportion) $\hat{p}$ 을 이용하면 다음과 같이 얻어진다.

$$m = \log \left(\frac{\log \hat{p}}{\log 2} \right)^{-1} \log 2 \quad (9)$$

본 연구에서는 식 (8)과 식 (9)를 이용하는 최우도법을 적용하여 모수를 추정하기로 한다.

2.2 이변량 빈도해석에서 사용되는 재현기간

2.2.1 이변량 빈도해석에서의 확률 사분면

단변량 빈도해석의 경우 비초과확률과 재현기간의 관계에 대한 통계적 개념이 잘 정립되어 있다. 이러한 개념은 Fig. 1과 같은 전형적인 그림에서 확인할 수 있다. 그러나 이변량 빈도해석의 결과로 얻어진 재현기간을 이용해 수문사상을 이해하는 것이 명확하지 않다. Fig. 2는 이변량 빈도해석의 분포형이 얻어지는 개략적인 모식도를 보여주고 있다.

여기서는 이변량 빈도해석에서 사용되는 재현기간을 정의하기 위해 재현기간과 관련된 Yue and Rasmussen(2002)가 제시한 확률의 사분면에 대해서 살펴본다. 이에 앞서 단변량 빈도해석의 경우부터 정의하기로 한다. 우선 확률변수 X 에 대한 누가확률분포 $F_X(x)$ 는 확률변수 X 가 특정한 값 x 보다 작거나 같을 확률로 정의된다.

$$F_X(x) = \Pr[X \leq x] \quad (10)$$

여기서 $F_X(x)$ 는 x 에 대한 비초과확률로 불리워진다. 이와 유사한 개념인 초과확률 $F'_X(x)$ 은 다음과 같이 x 와 같거나 클 확률이 된다.

$$F'_X(x) = 1 - \Pr[X \leq x] \quad (11)$$

수문사상 $X \geq x$ 의 재현기간 T_x 는 $X \geq x$ 인 수문사상이 발생할 평균적인 시간간격으로 초과확률의 역수로서 정의된다.

$$T_x = \frac{1}{F'_X(x)} = \frac{1}{1 - F_X(x)} \quad (12)$$

Fig. 1. Concept of return periods in traditional univariate rainfall frequency analysis; (a) Probability distribution function in univariate frequency analysis, (b) Comparison of the return periods in univariate frequency analysis

Fig. 2. Concept of return periods in bivariate rainfall frequency analysis; (a) Example of data series in bivariate frequency analysis, (b) Example of probability distribution function in bivariate frequency analysis

따라서 $F_X(x)$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다

$$F_X(x) = \frac{T_X - 1}{T_X} \quad (13)$$

위와 같은 누가확률분포의 물리적 의미를 이변량 빈도해석을 통한 얻은 결합재현기간에 적용하려면 다음과 같이 구분하여 각각의 확률특성을 고려하여야 한다. 이는 이변량 수문 사상의 빈도해석에서는 어떤 수문사상이 더 큰 지가 명확하지 않을 수 있기 때문이다. 이 문제를 해결하기 위하여 Fig. 3처럼 두 변량에 대한 평면을 사분면으로 나누어 보면, 이변량 수문사상 (X, Y)의 확률은 이중 하나에 위치하게 된다.

Fig. 3. Delimitation of X-Y range to bivariate distribution function

(a) 첫 번째 사분면 I ($X > x$ 이고 $Y > y$ 인 수문사상과 관련된 확률)

$$F_I(x, y) = \Pr[X > x, Y > y] = F(x, y) = \int_x^{\infty} \int_y^{\infty} f(x, y) dx dy \quad (14)$$

(b) 두 번째 사분면 II ($X < x$ 이고 $Y > y$ 인 수문사상과 관련된 확률)

$$F_{II}(x, y) = \Pr[X \leq x, Y > y] = \int_{-\infty}^x \int_y^{\infty} f(x, y) dx dy \quad (15)$$

$$= \int_{-\infty}^x \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy - \int_{-\infty}^y f(x, y) dy \right] dx = F_X(x) - \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f(x, y) dx dy$$

(c) 세 번째 사분면 III ($X < x$ 이고 $Y < y$ 인 수문사상과 관련된 확률)

$$F_{III}(x, y) = \Pr[X \leq x, Y \leq y] = F(x, y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f(x, y) dx dy \quad (16)$$

(d) 네 번째 사분면 IV ($X > x$ 이고 $Y < y$ 인 수문사상과 관련된 확률)

$$F_{IV}(x, y) = \Pr[X > x, Y \leq y] = \int_x^{\infty} \int_{-\infty}^y f(x, y) dx dy \quad (17)$$

$$= \int_{-\infty}^y \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx - \int_{-\infty}^x f(x, y) dx \right] dy = F_Y(y) - F(x, y)$$

상기 네 가지 확률특성을 함께 고려하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\Pr[-\infty < X < +\infty, -\infty < Y < +\infty] = F_I(x, y) + F_{II}(x, y) + F_{III}(x, y) + F_{IV}(x, y) = 1 \quad (18)$$

위 식으로부터 $F(x, y) = \Pr[X \leq x, Y \leq y]$ 은 다음 관계식으로 표현될 수 있다.

$$F(x, y) = 1 + F(x, y) - F_X(x) - F_Y(y) \quad (19)$$

2.2.2 이변량 빈도해석에서의 결합재현기간

앞서 얻어진 이변량 빈도해석과 관련된 사분면의 확률을 고려한 호우사상을 구성하는 두 변량 (X, Y)의 결합재현기간 (joint return periods)으로서 비동시 결합재현기간에 해당하는 (OR case)는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$T(x, y) = \frac{1}{1 - F(x, y)} \quad (20)$$

위와 같이 정의된 결합재현기간은 호우사상을 구성하는 두 변량이 x 와 y 둘 중 하나를 초과하거나 또는 둘 다를 초과할 경우 ($X > x$ 또는 $Y > y$)를 말한다.

한편 호우사상의 두 변량이 두 값을 동시에 초과하는 경우 ($X > x$ 그리고 $Y > y$)인 동시결합재현기간에 해당하는 (AND case)의 경우 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$T(x, y) = \frac{1}{F(x, y)} = \frac{1}{1 + F(x, y) - F_X(x) - F_Y(y)} \quad (21)$$

또 다른 형태로 조건부 재현기간을 고려할 수 있다. $f(x, y)$ 가 두 연속확률변수 X 와 Y 의 결합확률분포이고 $f_X(x)$ 와 $f_Y(y)$ 는 각각 X 와 Y 의 주변확률분포형이라고 한다면, $Y = y$ 로 주어졌을 때 X 의 조건부확률분포는 다음과 같다.

$$f_{X|Y}(x|y) = \frac{f(x, y)}{f_Y(y)} \quad (22)$$

이와 함께 $Y = y$ 로 주어졌을 때 X 의 조건부 누적확률분포 (conditional CDF, CCDF)는

$$cF_{X|Y}(x|y) = \int_{-\infty}^x f_{X|Y}(u|y) du = \frac{\int_{-\infty}^x f(u, y) du}{f_Y(y)} \quad (23)$$

따라서 $Y = y$ 로 주어졌을 때 $X > x$ 인 수문사상의 조건부 결합재현기간은

$$cT(x|y) = \frac{1}{1 - cF_{X|Y}(x|y)} \quad (24)$$

한편, $cF_{X|Y}(x|y) = \Pr[X \leq x | Y = y]$ 이므로 $X = x$ 로 주어졌을 때 $Y > y$ 인 수문사상의 조건부 재현기간 $cT(y|x)$ 는 비슷한 식으로 나타낼 수 있다.

상기와 같은 조건부 결합재현기간을 발전시켜 Yue and Rasmussen(2002)이 새로이 제시한 결합재현기간은 다음과 같은 구간조건부에 대한 결합재현기간이다. 하나의 변량이 특정한 값을 가질 때의 조건부 결합재현기간 보다 일정한 구간에 속할 때의 조건부 결합재현기간의 개념이 이변량 빈도해석의 결과를 활용하는 방안으로서 보다 유용하게 사용될 수 있다.

$F_Y(y) = \Pr[Y \leq y]$ 이라고 하면 $Y \leq y$ 로 주어질 때 $X \leq x$ 인 수문사상의 구간조건부 누적확률분포는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$cF'_{X|Y}(X|Y) = F(x|Y \leq y) = \frac{F(x, y)}{F_Y(y)} \quad (25)$$

한편, $X \leq x$ 로 주어질 때 $Y \leq y$ 인 수문사상의 구간조건부 누적확률분포 $cF'_{Y|X}(y|x)$ 는 유사한 형태로 정의할 수 있다. 식 (22)가 통계적으로 조건부 누적확률분포로서의 적정성을 가지기 위한 일반적인 범위는 아래와 같다.

$$\max(F_X(x) + F_Y(y) - 1, 0) \leq F(x, y) \leq \min(F_X(x), F_Y(y)) \quad (26)$$

또한 일반적으로 $0 \leq cF'_{X|Y}(x|y) \leq 1$ 이므로 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$cF'_{X|Y}(x|y) \geq F_X(x) \quad (27)$$

여기서, $y \rightarrow +\infty$ 라면 $cF'_{X|Y}(x|y) = F(x, +\infty)/F(+\infty) = F_X(x)$ 이다. 즉, 주변 누적확률분포 $F_X(x)$ 는 구간조건부 누적확률분포 $cF'_{X|Y}(x|y)$ 의 특별한 경우가 된다. $Y \leq y$ 로 주어질 때 $X > x$ 인 수문사상의 재현기간은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$cT'(x|y) = T(x|Y \leq y) = \frac{1}{1 - F(x|Y \leq y)} \geq T_X \quad (28)$$

$cT(y|x)$ 도 동일한 형태의 식으로 표현될 수 있다.

3. 대상자료 구축

본 연구에서는 1961년부터 2006년까지의 서울지점의 강우량에 대해 유철상과 박민규의 연구(2011)에서 제시한 연최대 독립호우사상을 대상으로 한다. 본 연구에서 결정된 연최대 호우사상의 총강우량, 강우강도 그리고 지속기간을 연도별로 각각 도시하면 Fig. 4와 같다. 이들 변량 중에서 총강우량과 호우평균강우강도를 대상으로 Fig. 5와 같이 이변량 히스토그램

Fig. 4. Annual maximum storm event series

Fig. 5. Bivariate histogram

Table 1. Statistics for annual maximum storm events

Statistics	Annual maximum storm events		
	Total rainfall (mm)	Intensity (mm/h)	Duration (hr)
Average	220.6	5.86	47.7
Correlation between total rainfall and intensity	0.10		
Correlation between total rainfall and duration	0.63		
Correlation between rainfall intensity and duration	-0.51		

램을 그리면 전형적인 이변량 극치분포의 형상을 관찰할 수 있다. Table 1은 연최대 호우사상의 통계특성을 보여주고 있다. 연최대 호우사상의 경우 총강우량은 약 220 mm, 호우평균강우강도는 약 6 mm 그리고 호우의 지속기간은 약 48시간 정도로 나타났다. 총강우량과 강우강도는 상관계수가 0.1로 거의 상관성이 없는 것으로 나타났다. 반면에 총강우량과 호우지속기간은 양의 상관성이 크고, 호우지속기간과 강우강도는 음의 상관성을 보였다.

본 연구에서는 이변량 해석시 분석대상 변수로 총강우량과 강우강도를 선택하였다. 기존 연구에서는 호우사상의 이변량 빈도해석을 실시할 때 그 구성요소 중 총강우량, 지속기간 및 강우강도 중 어느 것이라도 대상변수로 이용할 수 있는 것으로 보았으나(Zhang and Singh, 2007), 호우지속기간과 평균재현기간의 관련성에 대한 의문으로 대상에서 제외하였다. 이는 총강우량이나 강우강도의 경우 일반적으로 그 값이 커지면 작은 경우보다 큰 재현기간을 가질 것으로 생각할 수 있다. 그러나 호우지속기간의 경우에는 지속기간의 길고 짧음과 재현기간과의 연관성을 명확하게 설정하기가 쉽지 않다. 즉, 호우지속기간이 긴 경우가 지속기간이 짧은 경우보다 반드시 재현기간이 더 크다고 보기가 어렵기 때문이다. 오히려

이보다는 호우사상의 지속기간은 호우의 발생원인이 되는 태풍이나 계절성 집중호우 등과 같은 현상특성에 따라 일정한 빈번하게 발생하는 호우지속기간을 가질 것이라고 고려할 수 있고 이 경우에 단일 첨두가 아닌 두 개 이상의 첨두로 구성된 히스토그램이 나타나기 쉽기 때문이다. 이러한 이유로 본 연구에서는 이변량 극치분포에 대상변수로서 총강우량과 강우강도를 사용하였다.

4. 이변량 빈도해석 결과

4.1 적합도 검정 및 모수 추정

이변량 극치분포를 이용한 해석을 하기에 앞서 대상 연최대 호우사상 자료가 이변량 극치분포를 따르는지를 적합도 검정으로 확인하였다. 이변량 극치분포에 대한 적합도 검정은 분포형을 구성하는 각 변량의 주변확률분포가 극치분포를 따르는지를 확인함으로써 이루어진다. Table 2는 GEV 분포형에 대한 적합도 검정결과로 유의수준 5%에서 이를 만족하고 있음을 보여준다. 최우도법을 이용하여 이변량 극치분포를 구성하는 매개변수를 추정한 결과는 Table 3과 같다.

적합도 검정결과와 모수추정 결과의 적정성의 함께 확인할 수 있는 방법으로 Fig. 6의 return level plot을 이용할 수 있다. 이는 이론적 분포형에 의해 얻어진 재현기간과 자료계열에 확률도시법으로 얻은 재현기간을 함께 도시하여 비교한 그림이다. 이 그림을 살펴보면 자료계열에서 얻어진 발생확률 특성이 급회 추정한 이변량 극치분포로부터 추정한 발생확률 특성의 신뢰구간 내에 존재하면서 상당히 유사하게 거동하고 있음을 확인할 수 있다.

Table 2. Goodness of fit statistics

Classification	Total rainfall		Rainfall intensity	
	Computed Statistics	Table ($\alpha=0.05$)	Computed Statistics	Table ($\alpha=0.05$)
χ^2 -test	4.09	5.99	2.78	5.99
K-S test	0.10	0.18	0.07	0.18

Fig. 6. Return level plots

Table 3. Parameter estimation results for Gumbel's logistic model

Rainfall intensity			Total rainfall			Dependence
Location (a_1)	Scale (b_1)	Shape (s_1)	Location (a_2)	Scale (b_2)	Shape (s_2)	
3.9506	1.9543	0.311	154.5611	72.6356	0.3031	0.8981

4.2 이변량 빈도해석 결과와 그 비교평가

앞서 얻어진 이변량 극치분포의 추정결과를 이용하여 2.2절에서 제시한 3가지 결합재현기간을 산정하였다. 식 (20)로 산정되는 비동시결합 재현기간, 식 (21)로 산정되는 동시결합 재현기간 그리고 식 (28)을 이용하는 구간조건부 결합재현기간을 산정하였다. 이때 호우지속기간 24시간을 기준으로 동일 재현기간에 대하여 얻어진 확률강우량을 비교한 그림은 Fig. 7과 같다. 동일 재현기간에 대하여 비동시결합 재현기간으로 산정한 확률강우량이 가장 크고, 동시결합 재현기간으로 산정한 확률강우량이 가장 작으며 구간조건부 결합재현기간을 이용한 경우의 확률강우량은 중간 정도의 크기를 보여주는 것을 확인할 수 있다. Fig. 7에서는 이러한 이변량 빈도해석에서 얻어진 확률강우량을 기존 단변량 빈도해석으로 얻은 확률강우량과도 비교하였으며 한국확률강우량도(한국건설기술연구원, 2000)에서 전통적인 빈도해석 방법을 적용하여 얻은 값을 인용하여 사용하였다. 한국확률강우량도에서는 임의지속기간 24시간에 대해서 연최대치계열을 구성한 후 GEV 분포에 대해 확률가중모멘트법으로 산정한 강우량을 제공하고 있다. 비교 그림을 살펴보면 대체로 동시결합 재현기간으로 산정된 확률강우량과 전통적인 단변량 빈도해석으로 얻어진 확률강우량의 차이가 가장 작다. 그리고 비동시결합 재현기간으로 산정한 확률강우량의 경우 단변량 빈도해석으로 얻어진 확률강우량보다 현저하게 큰 값을 가지는 것으로 나타났다. 그러나 이러한 결과는 지속기간을 다르게 고려할 경우에는 상이하게 검토될 수 있으므로 다양한 지속기간에 대한 일반적인 비교결과라고 판단하기에는 무리가 있다.

이러한 결과를 앞서 소개한 이변량 빈도해석의 확률관계를

Fig. 7. Comparison of joint return periods(24 hour storm duration) and univariate return period(24 hour rainfall duration)

(a) Univariate frequency analysis

(b) Bivariate frequency analysis

Fig. 8. Comparison Diagram for bivariate and univariate frequency analysis

보여주는 그림 Fig. 3을 이용하여 설명하면 다음과 같다. OR case 결합재현기간으로 산정된 호우사상의 경우 강우총량 또는 강우강도 둘 중 하나라도 특정값보다 큰 경우를 초과확률로 정의하고 있으므로 초과확률의 면적을 Fig. 3에서 사분면 I, II 및 IV를 이용하여 (x, y) 를 결정하여야 한다. 반면 AND case 결합재현기간으로 산정된 호우사상의 경우 강우총량과 강우강도 모두 특정값보다 큰 경우를 초과확률로 정의하고 있으므로 초과확률의 면적을 Fig. 3에서 만을 이용하여 (x, y) 를 결정하여야 하므로 산정되는 값이 OR case 결합재현기간보다 작게 얻어지게 된다. Yue and Rasmussen(2002)이 제시한 구간조건부 결합재현기간의 경우에는 기준값 y 보다 작으면서 x 가 특정한 값보다 큰 경우에는 Fig. 3에서 만을 이용하고, 반대의 경우에는 만을 이용하여 (x, y) 를 결정하여야 하며 OR case와 AND case의 사이 값에 해당하는 (x, y) 를 산정해주는 경우가 많은 것으로 알려져 있다.

한편, Yue and Rasmussen(2002)에 따르면 동일한 크기를 가지는 호우사상을 분석할 때 이변량 빈도해석으로 얻은 결합재현기간과 단일변량을 빈도해석해서 얻은 재현기간사이에는 아래와 같은 관계가 성립한다고 제시하고 있다. 즉, OR case의 재현기간은 개개변량의 재현기간 중 작은 것보다 클 수 없고, AND case의 재현기간은 개개변량의 재현기간 중 큰 것보다 작을 수 없다. 그러나, 이때 제시된 $T_X(x)$ 와 $T_Y(y)$ 의 경우 고정된 지속기간에 대한 연최대치 계열을 구성하여 실시하는 전통적 빈도해석에서 얻어지는 결과가 아니고 이변량 빈도해석 결과를 얻은 호우사상을 구성하는 각 변량에 대한 주변확률분포형과 관련된 결과이다. 따라서 단순히 단변량 빈도해석으로 얻은 결과를 비교에 적용하는 것은 적절하지 못하다.

$$T(x, y) \leq \min[T_X(x), T_Y(y)] \quad (29)$$

$$T'(x, y) \geq \max[T_X(x), T_Y(y)] \quad (30)$$

$$cT'(x|y) \geq T_X \quad (31)$$

4.3 확률호우사상에 대한 해석결과와 고찰

동일재현기간에 대하여 이변량 빈도해석으로 얻어진 확률강우량과 전통적인 단변량 빈도해석으로 얻어진 확률강우량의 값의 차이가 발생하는 원인을 그림으로 살펴보면 Fig. 8과 같다. 단변량 빈도해석의 경우 (a)와 같이 특정 강우지속

Table 4. Probabilistic rainfall comparison between bivariate cases and univariate cases

Statistics	Univariate	Bivariate(total storm)		Bivariate(some storm)	
	24 hours rainfall (mm)	Duration (hr)	Total rainfall (mm)	Duration (hr)	Total rainfall (mm)
Mean	152.6	47.7	220.6	24.2	153.6
Standard deviation	73.1	29.4	127.5	2.6	70.9

Note) Bivariate(some storm) statistics were calculated from storms which duration ranges from 20 hours to 27 hours

기간에 대하여 연도별로 가장 큰 값을 가지는 경우를 연최대치로 하여 빈도해석 대상 계열을 구성한다. 반면에 이변량 빈도해석에서는 Fig. 8의 (b)와 같이 호우사상의 시작시점에서 종료시점까지를 대상으로 한 호우사상 자체의 구성요소들이 대상계열을 구성하게 된다.

Table 4는 단변량 빈도해석시의 대상자료 계열의 통계적 특성과 이변량 빈도해석시 대상자료 계열의 통계적 특성을 비교한 것이다. 이에 따르면 단변량 빈도해석을 위한 자료계열의 표준편차는 이변량의 경우보다 상대적으로 작은 것을 볼 수 있는데 이는 이변량 빈도해석 대상 자료가 다양한 지속기간을 가지고 있음을 고려하면 당연한 결과라고 할 수 있다. 또 다른 비교를 위해 이변량 빈도해석 대상 자료들 중에서 호우지속기간이 20시간에서 28시간 이내에 있는 호우사상들을 대상으로 통계적 특성을 정리한 결과를 정리한 것은 Table 4에서 bivariate(some storm)에 정리되어 있다. 호우지속기간이 24시간 전후에서 연최대호우사상으로 선정된 것들의 평균과 표준편차는 단변량 빈도해석에서 강우지속기간을 24시간으로 고정하여 얻은 평균 및 표준편차가 유사한 값을 가지는 것으로 나타났다. 이러한 자료특성이 급회 이변량 빈도해석 결과와 단변량 빈도해석 결과가 유사하게 보이는 결과를 유발한 것으로 보이나 항상 성립할 수 있는 조건으로 보기 어렵다.

이러한 결과가 단변량 및 이변량 빈도해석 결과에 미치는 영향을 살펴보면 다음과 같다. 이변량 빈도해석의 경우 대상자료계열의 표준편차가 단변량 빈도해석시의 경우보다 상당히 크기 때문에 재현기간이 커질수록 더 큰 값을 보일 가능성이 높다. 특히 비동시성 재현기간을 적용하면 강우지속기간이 짧으면서 강우량이 크거나 또는 강우지속기간이 현격히 길면서도 강우량이 짧은 아주 극단적인 호우형태를 가정하여 확률강우량을 산정하게 되므로 이를 통해 얻어진 확률강우량은 가장 큰 값을 가지게 된다. 반면에 동시성 재현기간을 적용하면 이러한 극단적인 경우는 배제하고 총강우량과 강우강도가 함께 어느 정도 이상 큰 호우형태를 가정하여 확률강우량을 산정하게 되며 이 경우의 가정하는 호우형태는 단변량 빈도해석 대상으로 하는 대상자료계열의 형태와 상대적으로 유사하게 고려될 가능성이 높다.

다양한 지속기간에 따른 단변량 빈도해석과 이변량 빈도해석의 차이를 살펴보기 위해 다음과 같이 비교하였다. 먼저 이변량 빈도해석 과정에서 얻어진 호우사상의 분포형에서 각 지속기간별로 호우사상이 가지는 평균값을 추정하였다. 그리고 이 값을 전통적인 단변량 빈도해석에서의 지속기간별 연최대치 강우량 계열의 평균과 비교하였으며 그 결과는 Fig. 9와 같다. 지속기간 1시간에서 단변량이 45.8 mm, 이변량이

Fig. 9. Comparison between the mean of univariate annual maximum rainfall depths and the average of bivariate annual maximum storm events

32.7 mm으로 단변량 해석시의 자료계열의 평균이 조금 크게 나타났지만 지속기간 12시간에서는 단변량이 146.2 mm, 이변량이 151.1 mm로 거의 비슷해졌다가 24시간에서는 단변량이 175.8 mm, 이변량이 231.6 mm으로 이변량 연최대 호우사상의 총강우량의 평균이 단변량 연최대계열의 평균을 초과한다. 앞서 Table 4와 달라진 이유는 Table 4의 결과는 한국확률강우량도에서의 독취값과 일정 지속기간구간의 연최대호우사상의 평균값의 비교이기 때문이다. 그리고 48시간에서는 단변량이 207.2 mm, 이변량이 355.0 mm으로 늘어났다. 이러한 경향을 정리하면 대체로 지속기간 12시간 이내에서는 연최대 호우사상의 강우량의 평균과 전통적인 연최대 강우량의 평균이 유사하다. 그러나 12시간을 넘어서면서 연최대 호우사상의 평균값이 전통적인 연최대치 계열의 평균보다 급속히 증가하기 시작하여 72시간에 이르렀을 때는 연최대치 강우량 계열의 평균보다 2배 정도의 강우량 규모를 보인다. 주목할 만한 것은 이러한 경향성이 기존의 이변량 빈도해석의 연구 동향과 상당히 일치되는 결과를 보여준다는 것이다. 대표적으로 Palynchuk and Guo(2007)은 캐나다 토론토 지역에서 독립호우사상의 빈도해석 결과를 전통적인 단변량 빈도해석 결과를 비교하였다. 그 결과 두 빈도해석 결과가 유사하고 일정한 관계를 보이는 지속기간의 영역을 12시간 이내로 제시하였다. 이러한 결과는 Fig. 9를 살펴보면 우리나라 서울지점에서 유사하게 나타나는 것으로 판단할 수 있다.

설계와 관련해서 주목해서 보아야 할 것은 지속기간이 12시간을 넘어서서 24시간, 48시간 동안에 이르는 확률호우사상이다. 지속기간이 길어질수록 이들 호우사상의 총강우량의

평균은 전통적인 연최대치계열의 평균보다 커진다. 지속기간이 짧은 경우에는 상대적으로 긴 지속기간 호우의 내부에 있는 짧은 지속기간의 강수량의 최대값이 전통적인 연최대치계열을 구성하는데 기여할 수 있다. 그렇지만 지속기간이 길어질수록 이러한 경향성이 자연스럽게 감소할 것이다. 이를 반대로 설명해서 전통적인 연최대치계열의 평균이 작은 이유를 살펴보면 다음과 같다. 상대적으로 지속기간이 길어질수록 주어진 기간만큼 지속되면서 발생하는 호우사상의 수가 그렇게 많지 않을 뿐만 아니라 때로는 더 짧은 지속기간을 가지는 호우사상의 값이 더 긴 지속기간에서의 연최대치계열의 값으로 쓰여지게 된다. 즉, 그 해 호우지속기간이 36시간인 경우가 최대의 강우량을 보였는데 더 길게 지속되지 않아 이 최대값이 48시간, 72시간 등에서도 최대값으로 쓰여지게 되어 전체적으로 평균을 작게 만든 것이다.

여기서 생각할 수 있는 것은 전통적인 단변량 빈도해석으로 얻은 48시간이나 72시간과 같이 긴 지속기간의 확률강우량 값은 실제로 그 정도의 지속시간을 가지면서 발생하는 극치 호우사상에 비해 과소추정되었을 가능성이 높다. 즉, 전통적인 빈도해석 결과에 기초해서 48시간 등의 장기간의 지속기간을 가지는 확률강우량을 기초로 유역의 치수계획을 수립하였다면 해당 유역이 경험하게 될 가장 큰 홍수피해는 목표로 했던 48시간 또는 그 이상의 시간동안 계속해서 지속되면서 비를 내리는 호우가 될 가능성이 높다.

저류지나 우수지와 같은 홍수조절 시설의 규모를 산정하는 경우에 의미있는 설계호우는 호우의 시작시점에서 종점까지의 총강우량을 고려한 것이어야 한다. 이는 강우시점부터 영향을 받아 저류지나 우수지로의 유입이 발생하고 이러한 영향이 통상적으로 강우종점을 넘어서까지 계속되기 때문이다. 이 경우 기존의 전통적인 단변량 빈도해석에서의 연최대치자료 구성방법으로 얻어진 설계호우는 실제 해당유역에서 발생가능한 호우양상 특히 호우가 지속되는 정도를 고려하지 못할 뿐만 아니라 설계호우의 총량에서도 실질적인 규모와 상당한 차이를 보일 수 있다. 이러한 이유로 저류목적의 수공구조물의 용량을 결정하기 위한 설계호우로서 재현기간을 가지는 독립호우사상을 사용하고자 하는 연구가 지속적으로 이루어지고 있다(Adams and Papa, 200; Akan and Houghtalen, 2003; Palynchuk and Guo, 2008).

호우사상의 직접적인 해석은 국내에서 사용되고 있는 임계지속기간의 적절하지 못한 적용과 관련해서 유용한 대안이 될 수 있다. 국내 수자원 실무에서 적용하고 있는 첨두홍수량을 구하고자 할 경우의 임계지속기간이라는 개념은 본 연구에서 결과에서도 확인할 수 있는 것처럼 물리적으로 실제 유역에서 발생하는 현상이 아니다. 이는 호우의 시간분포방법으로 Huff 방법과 같은 모형을 쓰면서 불가피하게 나타나는 문제점을 해결하기 위해 인위적으로 고안한 계산과정에서 도입된 개념에 불과하다. 국내 수자원실무에서는 과거 지속기간 1일로 고정된 조건에 Mononobe 시간분포를 쓰다가 Huff 시간분포 방법으로 바꾸게 되면서 기존의 홍수량보다 작은 홍수량이 얻어지는 문제를 임시방편으로 해결하기 위해 임계지속기간이라는 개념을 사용하고 있다. 이러한 분석방법은 수자

원계획시 전통적으로 많이 사용되어온 통수목적의 수자원시스템을 계획 및 설계와 관련해서는 번거로운 계산횟수가 증가한다는 것 외에는 큰 문제를 유발하지 않았다. 그렇지만 최근에 관심을 받고 있는 통수목적과 저류 목적을 함께 고려해서 계획해야 하는 유역종합치수계획의 검토에서는 상하류의 일관성, 통수목적과 저류목적의 구조물을 종합적으로 해석하는데 큰 어려움을 유발하는 가장 큰 요인이 되고 있다. 무작정 다양한 지속기간을 고려하는 방법만으로는 유역의 종합적인 치수 목적을 달성하기 위해 필요한 적정한 계획수문량을 결정할 수 없기 때문이다. 그 보다는 최악의 홍수상황을 유발할 것으로 기대되는 특정지속기간의 독립적인 호우사상을 고려하는 것이 바람직할 수 있다. 일본의 치수계획이나 최근의 풍수해저감종합계획에서 고려하는 일정 지속기간, 일정량의 도시 방재성능목표에 대한 강우량도 이러한 개념과 연계하여 고려할 수 있다. 결론적으로 현재의 효율적이지 못하고 단순히 계산량만 많은 검토관행을 개선하기 위해서는 간단한 형태를 가지면서 여러 가지 설계목적들을 동시에 부합하는 설계호우사상을 개발해야 할 필요성이 있다. 이러한 과정에서 본 연구에서 제시된 결과는 기초적인 성과로서 의의를 가진다고 할 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 연최대치 호우사상을 대상으로 이변량 극치분포를 적용하여 그 결과를 고찰하였다. 두 변량 중 한 가지를 초과하는 경우에 해당하는 비동시결합 재현기간, 두 변량을 동시에 초과하는 경우에 해당하는 동시결합 재현기간 그리고 구간조건부 결합재현기간의 세 가지를 기준으로 호우사상의 확률강우량을 산정하였다. 이때, 결합재현기간별 호우사상의 값의 크기가 서로 다르게 나타나는 원인을 이변량 분포의 확률특성을 보여주는 사분면을 이용하여 설명하였다. 호우지속기간이 24시간인 경우에 동시결합재현기간을 이용하여 산정한 확률강우량이 다른 결합재현기간을 이용한 경우보다 가장 작으면서 강우지속기간 24시간에 대한 전통적인 확률강우량 산정결과와 상대적으로 유사하게 나타났다. 한편, 빈도해석의 자료계열을 구성하는 방법을 통해 이변량 빈도해석 결과가 단변량 빈도해석 결과와 차이가 발생할 수 밖에 없는 원인을 살펴보고 이로 인해 기존 방법으로 저류지나 우수지와 같은 홍수조절시설을 설계할 때 대상 설계호우가 왜곡되어 고려될 수 있음을 살펴보았다.

본 연구의 결과는 지속기간, 총강우량, 강우강도의 다양한 구성요소를 구성한 호우사상을 대상으로 다양한 발생특성이 나타날 때에도 이를 종합적으로 고려하여 호우사상의 재현기간을 산정할 수 있도록 이변량 해석방법을 고찰한 것이다. 이러한 고찰 결과는 이변량 빈도해석의 결과를 검토하고 다양한 분야에 이용하는데 있어 참고가 될 수 있으며 저류지나 우수지와 같은 홍수조절시설을 설계하는 경우 설계호우의 특성을 정량적으로 규명하는데 필요한 기초연구로서도 도움이 될 것으로 기대된다.

참고문헌

- 박민규, 유철상 (2011) 독립호우사상의 확률론적 해석: 1. 연최대 호우사상 계열의 작성, **한국방재학회논문집**, 제11권, 2호, pp. 127-136.
- 윤용남 (2007) 수문학, 청문각
- 한국건설기술연구원 (2000) 1999년도 수자원관리기법개발연구조사 보고서 제1권 한국 확률강우량도 작성, 건설교통부, pp. 192.
- Adams. B.J. and Papa, F. (2000) *Urban Stormwater Management Planning with Analytical Probabilistic Models*, John Wiley & Sons, INC., pp. 55-68.
- Akan, A.O. and Houghtalen, R.J. (2003). *Urban Hydrology, Hydraulics, and Stormwater Quality - Engineering Applications and Computer Modeling*, John Wiley & Sons, INC., pp. 246-249.
- Box G.E.P. and Cox D. (1994). An analysis of transformation (with discussion), *Journal of the Royal Statistical Society Series B*, 26, pp. 211-246.
- Coles, S. and Tawn, J.A. (1991) Modelling extreme multivariate events, *Journal of the Royal Statistical Society Series B*, 53(2), pp. 377-392.
- United States Environmental Protection Agency (1986) *Methodology for Analysis of Detention Basins for Control of urban run-off quality*.
- Galambos, J. (1987) *The asymptotic theory of extreme order statistics*, Malabar, Florida: Kreiger.
- Goel, N.K., Seth, S.M. and Chandra, S. (1998) Multivariate modeling of flood flows, *Journal of Hydraulic Engineering*, 124(2), pp. 146-155.
- Gumbel, E.J. (1958). *Statistics of extremes*. Columbia University Press, pp. 156-305.
- Gumbel, E.J. (1960) Bivariate exponential distributions, *Journal of the American Statistical Association*, 55, pp. 698-707.
- Gumbel, E.J. (1965) Two systems of bivariate extremal distribution, *35th session of the international statistical institute*, Beograd, No. 39.
- Haan, C.T. (2002). *Statistical Methods in Hydrology*, 2nd ed. Iowa State Press.
- Joe, H. (1996) *Multivariate models and dependence concepts*, London: Chapman & Hall.
- Kotz, S., Balakrishnan, N. and Johnson. N.L. (2000) *Continuous Multivariate Distributions Volume 1: Models and Applications*. John Wiley & Sons, INC., pp. 350-362.
- Oliveira, J. (1958) Extremal distributions, *Revista da Faculdade de Ciencias, Lisboa, Series A*, 7, 215-227.
- Oliveira, J. (1961) La representation des distribution extremes bivariees, *Bulletin of the International Statistical Institute*, 33, 477-480.
- Palynchuk, B. and Guo, Y. (2008) Threshold analysis of rainstorm depth and duration statistics at Toronto, Canada, *Journal of Hydrology*, Vol. 348, pp. 535-545.
- Rao, A.R. and Hamed, K.H. (2000) *Flood Frequency Analysis*. CRC press. pp. 227-228.
- Smith, R. L. (1990) Extreme value theory, *Handbook of Applicable Mathematics*, 7, pp. 437-472, New York: John Wiley & Sons.
- Tawn, J.A. (1988) Bivariate extreme value theory: models and estimation, *Biometrika*, 75(3), pp. 397-415.
- Tawn, J.A. (1990) Modelling multivariate extreme value distribution, *Biometrika*, 77(2), pp. 245-253.
- Zhang, L and Singh, V.P. (2007) Bivariate rainfall frequency distributions using Archimedean copulas, *Journal of Hydrology*, Vol. 332(1-2), pp. 93-109.
- Yue, S., Ouara TBMJ, bobe B, Gegendre P, and Bruneau P. (1999) The Gumbel mixed model, *Journal of Hydrology*, 226(1-2), pp. 88-100.
- Yue, S. (2000) Joint probability distribution of annual maximum storm peaks and amounts as represented by daily rainfalls, *Hydrological Sciences Journal*, 45(2), pp. 315-326.
- Yue, S. (2001) The Gumbel logistic model for representing a multivariate storm event, *Advances in Water Resources*, 24(2), pp. 179-185.
- Yue, S. and Rasmussen, P. (2002) Bivariate frequency analysis: discussion of some useful concepts in hydrological application, *Hydrological Processes*, 16, pp. 2881-2898.
- Yue, S. and Wang, CY. (2004) A comparison of two bivariate extreme value distribution, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 18(2), pp. 61-66.

© 논문접수일 : 11년 02월 09일

© 심사의뢰일 : 11년 02월 15일

© 심사완료일 : 11년 03월 04일