지진해일 전파모의를 위한 유한차분모형 개발

Development of a Finite Difference Model for Tsunami Propagation

하태민* · 안성호** · 전시영*** · 조용식****

Ha, Tae Min · Ahn, Seong Ho · Chun, Si Young · Cho, Yong Sik

Abstract

The linear shallow-water equations have been used frequently to simulate transoceanic propagation of tsunamis instead of the linear Boussinesq equations. In previous studies, the physical dispersion is compensated by using the numerical dispersion generated from the leap-frog finite difference scheme. However, the linear Boussinesq equations can be directly solved because computer technique has been improved dramatically. In this study, a new finite difference scheme is proposed to discretize the linear Boussinesq equations. The newly developed model is applied to propagation of a Gaussian hump over a constant water depth. The model is then verified by comparing predicted results with analytic solutions. Predicted results agree well with analytical solutions. The model can be directly applied to simulation of transoceanic propagation of tsunamis.

Key words : Tsunami, Linear Boussinesq equations, Finite difference model, Dispersion effects

요 지

지진해일 수치모형실험은 지진해일의 발생으로부터 대상영역까지 지진해일의 전파를 모의하는 전파모형과 전파모형으로부터 경계조건을 받아 상세격자에서 지진해일로 인한 범람을 모의하는 범람모형으로 구분되어진다. 우리나라 동해안에서 사용되어오던 기존의 지진해일 전파모형은 선형 Boussinesq 방정식 대신 선형 천수방정식을 지배방정식으로 사용하며, 분산효과의 재현을 위해 leap-frog 유한차분기법에서 발생하는 수치분산을 이용하였다. 하지만 최근 컴퓨터의 계산 능력이 크게 향상되어 선형 Boussinesq 방정식을 직접 차분하여 분산효과를 고려하는 지진해일 전파모의가 가능해졌다. 따라서 본 연구에서는 지진해일 전파모형에 사용할 선형 Boussinesq 방정식의 유한차분 기법을 제안하고 Gauss 분포의 초기 자유수면변위를 갖는 문제에 적용하여 수치모형의 정확도를 검증하였다. 또한, 새로 개발된 지진해일 전파모형을 이용하여 동해안에서의 지진해일 전파를 모의하여 수치모형의 적용성을 검토하였다.

핵심용어 : 지진해일, 선형 Boussinesq 방정식, 유한차분모형, 분산효과

1. 서 론

지진해일은 그 진행속도가 빠르고 파장이 길어 파형의 큰 변화 없이 먼 거리를 진행할 수 있으며 지진해일이 발생하게 되면 주변 지역은 물론 멀리 떨어진 지역에서도 심한 범람피해를 발생시킨다. 최근 10년 사이 전 세계적으로 해저 지각 활동이 왕성하여 지진해일의 발생 빈도가 높아지고 있다. 2004년 12월 26일 인도네시아 수마트라 해역에서 발생한 지진해일은 약 24만명의 인명피해를 발생시켰으며, 2010년 2월 27일 칠레 콘스타튜션 해역에서 발생한 지진해일에 의해 355명, 2010년 10월 25일 인도네시아 슬라탄 해역에서 발생한 지진해일에 의해 311명의 인명피해가 발생한 바 있다. 이러

한 지진해일은 장파와 단파가 합성되어 있어 먼 거리를 전파할 경우 분산효과가 중요한 역할을 한다(Kajiura et al., 1990). 특히, 우리나라 동해안에 영향을 주는 지진해일과 같이 단주기와 성분이 강하고 파장에 비하여 먼 거리를 전파하는 원해 지진해일을 모의하기 위해서는 분산을 고려하기 위해 선형 Boussinesq 방정식을 지배방정식으로 사용하는 것이 바람직하다.

일반적으로 지진해일 수치모형실험은 지진해일의 발생으로부터 대상영역까지 지진해일의 전파를 모의하는 전파모형과 전파모형으로부터 경계조건을 받아 상세격자에서 지진해일로 인한 범람을 모의하는 범람모형으로 구분되어진다. 여기서, 지진해일 전파 모형은 Imamura and Goto(1988)가 Leap-frog

*정회원 · 한양대학교 건설환경공학과 박사과정(E-mail : kevin4324@hanyang.ac.kr)

**한양대학교 건설환경공학과 석사과정

***원광대학교 토목환경공학과 교수

****정회원 · 한양대학교 건설환경공학과 교수(교신저자)

기법을 도입한 유한차분모형을 개발한 이 후 꾸준히 발전되어 왔다. 특히 우리나라 동해안에서 사용되어오던 기존의 지진해일 전파모형은 선형 Boussinesq 방정식의 분산항 계산시 발생할 수 있는 복잡한 계산을 피하고 컴퓨터의 계산시간을 줄이기 위하여, 선형 천수방정식을 지배방정식으로 사용하고 분산효과의 재현을 위해서 수치분산을 이용하였다. Cho and Yoon(1998)은 천수방정식을 차분할 때 발생하는 수치분산을 이용하여 Boussinesq 방정식의 분산항을 고려할 수 있도록 수심과 격자 및 시간 간격 사이의 관계식을 유도하였으나, 수심의 변화와 격자크기가 일정한 관계식을 따라야 하기 때문에 실제 해역에 적용할 수 없는 단점이 있었다. 한편, 윤성범 등(2004)은 파동방정식의 인위적인 분산항을 이용하여 Boussinesq 방정식의 분산효과를 고려할 수 있는 능동적인 분산보정기법을 제안하였다. 최근 Cho et al.(2007)은 분산보정계수를 도입하여 천수방정식의 수치분산이 Boussinesq 방정식의 물리적인 분산항을 대체하면서 수심과 격자크기에 무관하게 실제 해역에 적용이 가능한 실용적인 분산보정기법을 개발하였다.

그러나 최근 컴퓨터의 계산 능력이 크게 향상되어 지진해일 수치모형실험에 Boussinesq 방정식 모형을 이용하는 사례가 발표되고 있다. Ioualalen et al.(2006, 2007)은 비선형 Boussinesq 방정식 모형인 FUNWAVE(Wei et al., 1995)를 이용하여 지진해일을 모의하고 지진해일로 인해 발생한 최대 지진해일고 관측치와 수치모형실험 결과를 비교 및 검증하였다. 그러나 FUNWAVE 모형은 지진해일 전파모형과 범람모형으로 구분되어진 시스템이 아니기 때문에, 해안에서 지진해일로 인한 범람을 모의하기 위해 상세한 격자를 사용하지 못하고 지진해일 전파모의에 사용한 격자크기와 동일한 격자를 사용하였다. 특히, 광범위한 영역을 대상으로 하는 2004년 수마트라 지진해일(Ioualalen et al., 2007)의 경우에는 약 460m 격자를 사용하였기 때문에, 논문에서 저자들이 밝힌대로 해안에서 지진해일로 인한 범람예측시 정확도와 신뢰도가 떨어질 수밖에 없었다. 또한, 매우 복잡한 수치모형을 사용하였기 때문에 상대적으로 매우 큰 격자를 사용하였음에도 불구하고 막대한 계산시간이 소요되는 단점이 있었다. 지진해일의 거동 특성을 살펴보면 지진해일 전파과정에서는 분산효과가 중요하지만 비선형성은 상대적으로 작아진다. 반대로 해안에서 지진해일로 인한 범람을 모의하기 위해서는 비선형성이 매우 중요한 반면에 분산효과는 상대적으로 작아진다. 따라서 본 연구에서는 정확한 지진해일 범람모의를 위해 상세격자 모의가 가능한 기존의 범람모형을 사용하면서, 지진해일이 대양을 전파할 때 발생하는 분산효과를 재현하기 위해 기존의 수치분산을 이용하는 기법이 아닌 선형 Boussinesq 방정식의 물리적 분산을 직접 해석하는 유한차분기법을 제안하였다. 새로운 기법을 도입한 지진해일 전파모형은 기존의 격자접속 시스템을 별도의 수정없이 사용할 수 있기 때문에 지진해일 범람모형과의 연결이 수월한 장점이 있다. 또한, 수치분산을 이용하지 않아도 정확한 분산효과를 재현할 수 있으며, 기존의 모형과 비교할 때 계산 효율이 개선된 것으로 나타났다. 개발한 수치모형의 검증을 위해 먼저 제안한 기법의 이산화 오

차를 확인하였으며, 수치해의 안정적 수렴여부를 판단하기 위해 Von neumann 안정성 검토를 수행하였다. 다음으로 Gauss 분포의 초기 자유수면변위를 수치모형실험을 통해 계산하고 선형 Boussinesq 방정식의 해석해(Carrier, 1991)와 비교하여 기법의 정확성을 검증하였다. 마지막으로 수치모형을 통해 지진해일 전파에 적용하여 관측값과 비교하여 모델의 성능을 검토하였다.

2. 지배방정식과 수치기법

동해에서 발생하는 지진해일의 파원은 약 30~40 km로 그 규모가 작고 상대적으로 수심이 깊어 단주기파 성분이 강하게 나타나며, 약 900 km의 먼 거리를 전파해오기 때문에 물리적 분산효과가 중요하다. 또한 수심이 매우 작은 인접 해역을 제외하면 대부분의 해역에서 수심에 비해 수면변위가 미소하여 비선형성을 무시할 수 있으므로 지진해일 전파 모의를 위한 지배방정식으로 약한 분산효과를 고려한 선형 Boussinesq 방정식을 사용하는 것이 바람직하다. 하지만 기존의 연구에서는 선형 Boussinesq 방정식의 물리적 분산항의 복잡한 계산을 피하기 위해 분산항을 생략한 식 (1)~(3)의 선형 천수방정식을 지배방정식으로 사용했다.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + gh \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gh \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

그러나 현재 컴퓨터의 계산 능력이 향상되어 선형 Boussinesq 방정식을 직접 차분하여 계산하는데 큰 어려움이 없다. 따라서 본 연구에서는 지진해일 전파의 분산효과를 수치분산을 이용하는 기법이 아닌 물리적 분산을 직접 고려할 수 있도록 식 (4)~(6)의 선형 Boussinesq 방정식을 지배방정식으로 사용하였다.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + gh \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{h^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right) \right] - \frac{h^3}{6} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \left(\frac{P}{h} \right) + \frac{\partial^2}{\partial t \partial y} \left(\frac{Q}{h} \right) \right] \quad (5)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gh \frac{\partial \zeta}{\partial y} = \frac{h^2}{2} \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right) \right] - \frac{h^3}{6} \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \left(\frac{P}{h} \right) + \frac{\partial^2}{\partial t \partial y} \left(\frac{Q}{h} \right) \right] \quad (6)$$

여기서 ζ 는 정수면으로부터의 수면변위(m), P , Q 는 각각 x 축과 y 축 방향의 단위 폭 당 유량(m^3/s^2), g 는 중력가속도(m/s^2), h 는 정수심으로부터 바닥까지의 수심(m)이다. 식 (5)와 (6)의 우변항은 분산항을 나타내며, 장파 가정과 수심이 완만

히 변환하는 가정으로 분산항의 P, Q 를 소거하면 식 (7)~(8)과 같은 방정식으로 단순화할 수 있다.

$$\frac{\partial P}{\partial t} + gh \frac{\partial \zeta}{\partial x} = -g \frac{h^3}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right] \quad (7)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gh \frac{\partial \zeta}{\partial y} = -g \frac{h^3}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right] \quad (8)$$

본 연구에서는 leap-frog 유한차분 기법을 이용하여 엇갈림 격자계를 기준으로 식 (4), (7), (8)을 다음과 같이 차분하였다.

$$\frac{\zeta_{i+1/2,j}^{n+1/2} - \zeta_{i+1/2,j}^{n-1/2}}{\Delta t} + \frac{P_{i+1/2,j}^n - P_{i-1/2,j}^n}{\Delta x} + \frac{Q_{i,j+1/2}^n - Q_{i,j-1/2}^n}{\Delta y} = 0 \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & \frac{P_{i+1/2,j}^{n+1} - P_{i+1/2,j}^n}{\Delta t} + gh_{i+1/2,j} \frac{\zeta_{i+1,j}^{n+1/2} - \zeta_{i,j}^{n+1/2}}{\Delta x} \\ & + g \frac{h_{i+1/2,j}^3}{3\Delta x} \left[\frac{(\zeta_{i+2,j}^{n+1/2} - 3\zeta_{i+1,j}^{n+1/2} + 3\zeta_{i,j}^{n+1/2} - \zeta_{i-1,j}^{n+1/2})}{\Delta x^2} \right. \\ & \left. + \frac{(\zeta_{i+1,j+1}^{n+1/2} - 2\zeta_{i+1,j}^{n+1/2} + \zeta_{i+1,j-1}^{n+1/2}) - (\zeta_{i+1,j+1}^{n+1/2} - 2\zeta_{i,j+1}^{n+1/2} + \zeta_{i,j-1}^{n+1/2})}{\Delta y^2} \right] = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \frac{Q_{i,j+1/2}^{n+1} - Q_{i,j+1/2}^n}{\Delta t} + gh_{i,j+1/2} \frac{\zeta_{i,j+1}^{n+1/2} - \zeta_{i,j}^{n+1/2}}{\Delta y} \\ & + g \frac{h_{i,j+1/2}^3}{3\Delta y} \left[\frac{(\zeta_{i,j+2}^{n+1/2} - 3\zeta_{i,j+1}^{n+1/2} + 3\zeta_{i,j}^{n+1/2} - \zeta_{i,j-1}^{n+1/2})}{\Delta y^2} \right. \\ & \left. + \frac{(\zeta_{i+1,j+1}^{n+1/2} - 2\zeta_{i,j+1}^{n+1/2} + \zeta_{i-1,j+1}^{n+1/2}) - (\zeta_{i+1,j+1}^{n+1/2} - 2\zeta_{i,j+1}^{n+1/2} + \zeta_{i-1,j+1}^{n+1/2})}{\Delta x^2} \right] = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

식 (9)~(11)의 차분식에 사용된 엇갈림 격자계에서는 ζ 는 (i, j) 에서 정의되었으며, 체적 흐름을 P 와 Q 는 각각 $(i+1/2, j)$ 와 $(i, j+1/2)$ 에서 정의되었다. 아울러 시간격자에 대해서도 엇갈림 격자계를 사용하였다. 분산항의 차분식에서는 정확도와 안정성을 동시에 높이기 위해 풍상차분기법과 중앙차분기법을 혼용하여 사용하였다. 참고로 본 연구에서 제안한 기법의 안정성 검토는 부록에서 다루었다.

3. 수치기법의 검증

본 연구에서 제안한 수치기법의 정확성을 검증하기 위하여 Gauss 분포의 초기 자유수면변위에 대해 수치모의 한 결과와 선형 Boussinesq 방정식의 해석해(Carrier, 1991)를 비교하였다. Gauss 분포의 형태를 갖는 초기 자유수면변위는 다음과 같이 주어진다.

$$\zeta(r, 0) = 2e^{-(r/a)^2} \quad (12)$$

지진해일 전파모의를 위한 유한차분모형 개발

여기서, a 는 Gauss 분포의 반지름이고 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 은 중심으로부터의 거리를 나타낸다. Fig. 1은 Gauss 분포 형태를 갖는 초기 수면변위의 형상을 나타내고 있으며, x 축과 y 축은 Gauss 분포의 반지름 a 로 무차원화 되었다. Carrier(1991)는 Gauss 분포의 초기 자유수면변위에 대한 선형 Boussinesq 방정식의 해석해를 식 (13)과 같이 제안하였다.

$$\zeta(r, t) = \int_0^\infty a^2 k e^{-(ak)^2/4} \cos\left(\frac{\sqrt{ghkt}}{\sqrt{1+(kh)^2/3}}\right) J_0(kr) dk \quad (13)$$

여기서 J_0 는 0차 제1종 Bessel 함수이다. 단순화를 위해 다음과 같은 무차원 변수를 도입한다.

$$h' = \frac{1}{a}h, \quad \zeta' = \frac{1}{a}\zeta, \quad (x, y)' = \frac{1}{a}(x, y), \quad k' = ak, \quad t' = \frac{1}{a}(gh)^{1/2}t \quad (14)$$

식 (14)를 식 (13)에 대입하면, 식 (13)은 다음과 같이 무차원화 된 형태로 표현된다.

$$\zeta(x, t) = \int_0^\infty k' e^{-(k')^2/4} \cos\left(\frac{k't'}{\sqrt{1+(k'h')^2/3}}\right) J_0(k'r') dk' \quad (15)$$

여기서, prime(') 기호는 무차원 변수를 나타낸다. 식 (15)는 Gaussian quadrature 등을 이용하여 적분할 수 있다(Press et al., 1986).

Carrier(1991)이 제한한 해석해와 본 연구에서 제안한 수치기법을 이용한 수치모의 결과를 비교하였다. 수심과 계산 시간간격을 0.1로 고정시키고 공간격자 간격을 0.2~0.5로 변화시켜 Courant 수 변화에 따른 수치모의 결과를 해석해와 비교한 결과, 공간격자 간격이 0.3 즉, Courant 수가 0.33일 경우에 해석해와 가장 근접함을 알 수 있었으며, 또한 기존의 Cho et al.(2007)의 기법에서도 Courant 수가 0.33일 경우 해석해에 가장 근접한 결과를 보여 Courant 수를 0.33으로 고정시키고 기법의 정확도를 검증하였다. Fig. 2는 Courant 수 변화에 따른 기법의 정확도를 나타내었다. 또한, Fig. 3과 Fig. 4는 x 축 방향에 대한 전파 방향 변화에 따른 수치모의 결과를 나타낸다. x 축 방향에 대하여 $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 방향으로 수치모의 한 결과, 본 연구에서 제안한 기법은 지진해일 전파 방향에 관계없이 정확한 결과를 나타내는 것을 알 수 있다.

시간 흐름에 따른 지진해일 전파모의의 정확도를 검증하기 위해 $r = 60$ 일 때의 수치모의 결과를 Fig. 5에 나타내었다.

Fig. 1. Initial free surface displacement profile of a Gaussian hump source

Fig. 2. Numerical result of proposed scheme with Courant number

Fig. 3. Numerical result of proposed scheme along the propagation directions $t = 60$

Fig. 4. Numerical result of proposed scheme along the propagation directions $r = 60$

$h = 0.1$, 정사각형 격자($\Delta x = \Delta y = 0.3$), 계산 시간간격 $\Delta t = 0.1$ 을 적용하였으며, Courant 수가 0.33일 때의 수치모의 결과를 해석해와 비교했다. 그 결과 Imamura et al.(1988)의 기법보다 정확도가 향상되었으며 Cho et al.(2007)의 기법과는 동일한 정확도를 나타내었다. 또한, 지진해일 발생 후 일정 시간에서의 지진해일 전파양상의 정확도를 검증하기 위해 $t = 60$ 일 때의 수치모의 결과를 Fig. 6에 나타내었다. $h = 0.1$, 정사각형 격자($\Delta x = \Delta y = 0.3$), 무차원 계산 시간간격 $\Delta y = 0.1$ 을 적용하였으며, Courant 수가 0.33일 때의 수치모의 결과를 해석해와 비교했다. 시간 흐름에 따른 지진해일 전파모의의 정확도 비교 결과와 마찬가지로 Imamura et al.(1988)의 기법보다 정확도가 향상되었다. Imamura et al.(1988)의 기법에서는 선단파의 파봉이 해석해보다 작게 나타났으며 전파양상이 다르게 나타났다. 참고로 Cho et al.(2007)의 기법과는 동일한 정확도를 나타내어 Fig. 6에는 표시하지 않았으며 결과적으로 분산효과를 적절하게 고려하고 있는 것으로 판단된다.

Fig. 5. Comparison of numerical result for a Gaussian hump at $r = 60$ ($\Delta x = \Delta y = 0.3$, $h = 0.1$, $\Delta t = 0.1$)

Fig. 6. Comparison of numerical result for a Gaussian hump at $r = 60$ ($\Delta x = \Delta y = 0.3$, $h = 0.1$, $\Delta t = 0.1$)

Fig. 7. Comparison of numerical result of both schemes for a Gaussian hump at $t = 75$ ($\Delta x = \Delta y = 0.3$, $h = 0.1$, $\Delta t = 0.15$)

마지막으로 수치모의 계산시간의 단축에 따른 정확도의 검증을 위해 시간격자 Δt 를 증가시켜 Courant 수를 0.5의 경우에 대한 수치모의 결과를 해석해와 비교하였다. Fig. 7은 공간격자 Δx 를 0.3, 시간간격 Δt 를 0.15로 증가시켜 수치모의 한 결과와 해석해를 비교한 것으로 Cho et al.(2007)의 기법보다 해석해에 가까운 결과를 나타내었다. 이것은 본 연구에서 제안한 수치기법의 Courant 수의 안정조건 범위가 기존의 0.612에서 0.707로 확대되어 시간간격 Δt 의 증가에도 정확도가 유지되는 것으로 판단된다. 또한, 시간격자의 증가에 대한 수치모의 결과의 정확도가 기존의 기법보다 높아진 것으로 보아 수치모의 계산 시간 단축의 효과를 기대할 수 있다.

4. 1983년 동해 중부 지진해일 수치모형실험

앞서 설명한 수치모형을 이용하여 강원도 삼척시 임원항에

서 1983년 동해 중부 지진해일의 전파와 범람에 대한 수치 모형실험을 수행하고, 수치모형실험 결과와 관측치를 비교하여 수치모형의 적용성을 검토하였다. 동해 중부 지진해일은 1983년 5월 26일 일본 Honshu 북쪽 서해안의 Akita현 서쪽 해역에서 발생한 해저지진에 의해 발생한 지진해일로서, 일본에서 104명의 사망자와 막대한 재산피해를 일으켰을 뿐만 아니라 한국의 동해안에서도 사망자와 큰 재산피해를 발생시켰다. 지진해일 수치모형실험을 위해 Mansinha and Smylie (1971)의 모형을 사용하여 대상 지진해일의 초기 수면변위를 산정하였으며, 초기파형 생성에 사용한 단층 파라미터를 Table 1에 나타내었다. 여기서, θ 는 진북과 이루는 단층의 주향을 표시하며, δ 는 dip angle, λ 는 slip angle, W 는 단층의 경사폭, L 은 단층의 길이, D 는 단층의 변위(dislocation), H 는 단층면의 상연깊이를 나타낸다.

실제 동해 지진해일을 수치모의하기 위해 계산영역은 동서 방향으로 127°E~142°E, 남북방향으로 33°N~47.5°N의 해역을 대상으로 하였다. Fig. 8은 수치모형실험을 수행하기 위한 계산영역과 수심분포를 나타낸다. 외해에서 해안으로 전파해오는 지진해일은 수심이 감소함에 따라 파장이 짧아진다. 따라서, 전체영역에 대해 격자간격 1 min의 대격자($\Delta x = 1,440$ m)만을 사용하면 수심이 얕은 해안 근처에서 상당한 수치오차가 발생한다. 따라서, 임원항 근해역에 대해서는 동서 격자접속 기법을 적용하여 단계적으로 수치모형실험을 수행하였다. 수치모형실험에 사용한 격자망은 Table 2 및 Fig. 9에 제시한 바와 같이 광역 A영역의 격자간격을 1/3씩 줄여 총 6단계로 구성하였으며, F영역에서 침수범람모의를 수행하였다. 지진해일 전파 모의를 위해 본 연구에서 개발한 선형 Boussinesq 방정식 모형을 사용하였으나, 수치모형의 안정성을 유지하기

Table 1. Fault parameters for the 1983 Central East Sea Tsunami (Aida, 1984)

Date	Location		H (km)	θ (°)	δ (°)	λ (°)	L (km)	W (km)	D (m)
	Latitude(°N)	Longitude(°E)							
May 26, 1983	40.21	138.84	2	22	40	90	40	30	7.60
	40.54	139.02	3	355	25	80	60	30	3.05

Fig. 8. Computational domains and bathymetry of the East Sea (unit:m)

Table 2. Computational information for regions A~F

구 분	영역 A	영역 B	영역 C	영역 D	영역 E	영역 F
격자간격(sec)	60 (약 1,440m)	20 (약 495m)	6.67 (약 165m)	2.22 (약 55m)	0.7407 (약 18m)	0.2469 (약 6m)
시간간격(sec)	3.0	1.0	0.333	0.111	0.03704	0.03704
격자 수	900 × 931 (837,900개)	925 × 1,408 (1,302,400개)	499 × 670 (334,330개)	424 × 457 (193,768개)	250 × 262 (65,500개)	217 × 277 (60,109개)
외해경계조건	자유투과	동시 격자접속	동시 격자접속	동시 격자접속	동시 격자접속	동시 격자접속
모 형	선형 Boussinesq 모형	선형 Boussinesq 모형	선형 Boussinesq 모형	선형 Boussinesq 모형	비선형 천수방정식 모형	비선형 천수방정식 모형

Fig. 9. Detailed bathymetry at the Imwon port (unit:m)

위해 수심에 따라 격자크기에 제한이 있어 일부 지역에서는 Cho et al.(2007)이 제안한 수치분산을 이용하여 지진해일의 물리적인 분산효과를 재현하는 기법을 혼용하여 사용하였다. 지진해일 범람모의에는 비선형 천수방정식 모형을 사용하였으며, 해안과 육지의 경계에서 이동경계조건을 적용하여 지진해일의 육지로의 범람을 재현하였다(Cho, 1995).

Table 3은 강원도 삼척시 임원항에서 관측된 지진해일 최대 처오름높이와 수치모형실험 결과를 에 사용한 임원 여객터미널과 삼원횃집은 1983년 지진해일 당시와 현재상태가 거의 동일하며, 관측값 비교적 정확하게 남아있어 수치모형실험 결과에 대한 검증으로 여러 연구에서 사용되어 왔다. 본 연구에서는 김성민 등(2007)의 현장조사 결과를 사용하였다. 또한, 본 연구에서 개발한 지진해일 전파 수치모형의 정확도를 검토하기 위해 분산효과가 고려되지 않은 선형 천수방정식 모형을 사용한 결과와 기존에 검증이 완료된 Cho et al.(2007)의 모형을 사용한 결과를 비교하였다. 수치모형실험 결과 본 연구에서 사용한 수치모형이 분산효과가 고려되지 않은 모형에 비해 관측치를 비교적 정확하게 예측하였으며, Cho et al.(2007)의 모형과 비교할 때 거의 비슷한 정확도를 가진 것으로 나타났다.

Table 3. Comparison of the maximum run-up heights at the Imwon port

Description	임원 여객터미널	삼원횃집
Field survey data	4.3m	4.2m
Old model (No dispersion effects)	4.0m	3.8m
Cho et al.(2007)	4.2m	4.0m
Present model	4.2m	4.0m

5. 결 론

기존의 지진해일 전파 모의 연구는 수치분산을 이용하여 물리적 분산을 표현하는 방향으로 진행되어왔다. 그 과정에는 수치오차가 완벽히 제거되지 않아 오차를 발생 시킬 수 있는 단점과 분산보정기법을 사용하여 불필요한 계산을 수행해야 하는 단점이 있다. 본 연구에서는 수치오차로 인한 정확도의 저하와 불필요한 계산시간의 단축을 위해 유한차분법을 이용하여 선형 천수방정식이 아닌 선형 Boussinesq 방정식을 차분하여 물리적 분산효과를 직접적으로 고려한 기법을 제안하였다. 제안한 기법을 이용하여 Gauss 분포 형태의 초기 자유수면변위를 갖는 문제를 모의한 결과 기존의 Imamura et al.(1998) 기법에 비해 정확한 결과를 제공하였으며, Cho et al.(2007)의 기법과 비슷한 정확도를 보였으나 본 연구에서 제안한 기법이 더 넓은 범위의 조건에서 정확도 높은 결과를 제공한다는 것을 확인할 수 있었다. 특히 계산시간 간격의 증가에 따른 수치모의의 높은 정확도 유지로 수치모의 계산시간의 단축 효과를 기대할 수 있다.

본 연구는 지진해일 전파의 물리적 분산을 직접 고려한 기법을 제안하여 지진해일 전파를 해석하는 새로운 방향을 제시하는 기초적 연구로서 기존의 격자접속 기법의 지진해일 전파 모형에 그대로 적용할 수 있다. 본문에서 개발한 수치모형을 역사 지진해일에 적용하여 강원도 삼척시 임원항에서 최대 처오름높이를 예측하였으며, 수치모형실험 결과가 관측치를 비교적 정확하게 재현하는 것을 확인할 수 있었다. 그러나 아직까지 수치모형의 안정성을 위해 수심에 따라 격자크기에 제한이 있어 실제 지형에 적용이 자유롭지 못한 한계가 있다. 추후에 본 연구에서 제안한 기법을 바탕으로 실제 지형에 대한 적용성을 확장한다면 물리적 분산효과를 이론적으로 정확하게 재현할 수 있는 수치모형실험이 가능할 것으로 기대된다.

로 판단된다. 한편, 본 연구에서 사용된 격자접속 기법은 모 형과 모형의 연결부분에서 수치오차가 발생할 위험이 존재한 다. 그러나 지진해일은 발생지점으로부터 광범위한 영역을 대 상으로 수치모형실험을 수행해야하기 때문에 아직까지 상세 격자망을 이용하여 지진해일의 전파와 범람을 동시에 모의하 는 실험은 현실적으로 매우 어려운 실정이다. 앞으로 컴퓨터 의 발달과 더불어 병렬 계산기법을 활용하는 연구를 병행한 다면 추후 이러한 단점을 극복할 수 있을 것으로 판단된다.

감사의 글

본 논문의 3번째 저자는 2009년 원광대학교 교비의 지원을 받아 본 연구 성과에 기여하였으며, 연구비지원에 감사를 드 립니다.

참고문헌

- 김성민, 이승오, 최문규, 조용식 (2007) 1983 동해 중부 지진해 일 현장조사: 임원항, **한국방재학회논문집**, 제7권, 제4호, pp. 97-105.
- 윤성범, 임채호, 이종인 (2004) 지진해일 전파 모의를 위한 2차 원 유한차분모형의 능동적 분산보정기법, **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제19권, 제II-6호, pp. 695-703.
- 조용식 (1996) 대양을 횡단하는 지진해일의 수치모의, **대한토목학 회논문집**, 대한토목학회, 제16권, 제II-3호, pp. 695-703.
- Aida, I. (1984) A source models of the 1983 Nihonkai-earthquake tsunami, *Proceedings of Symposium on Nihonkai Chubu Earthquake Tsunami*, JSCE, pp. 9-21.
- Carrier, G.F. (1991) Tsunami propagation from a finite source, *Pro ceedings of 2nd UJNR Tsunami Workshop*, NGDC, Hawaii, pp. 101-115.
- Cho, Y.-S. (1995) *Numerical simulation of tsunami propagation and run-up*, PhD Thesis, Cornell University, USA.
- Cho, Y.-S., Sohn, D.-H. and Lee, S.-O. (2007) Practical modified scheme of linear shallow-water equations for distant propaga tion of tsunamis, *Ocean Engineering*, Vol. 34, No. 8, pp. 1769-1777.
- Cho, Y.-S. and Yoon, S.B. (1998) A modified leap-frog scheme for linear shallow-water equations, *Coastal Engineering Journal*, Vol. 40, No. 2, pp. 191-205.
- Imamura, F. and Goto, C. (1988) Truncation error in tsunami simu lation by the finite difference method, *Coastal Engineering*(in Japan), Vol. 31, pp. 245-263.
- Imamura, F., Shuto, N. and Goto, C. (1988) Numerical simulations of the transoceanic propagation of tsunamis, *Proceedings of 6th Congress Asian and Pacific Regional Division, IAHR*, Japan, pp. 265-272.
- Ioualalen, M., Pelletier, B., Regnier, M. and Watts, P. (2006) Numer ical modeling of the 26th November 1999 Vanuatu tsunami, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 111, No. C06030, doi: 10.1029/2005JC003249.
- Ioualalen, M., Asavanant, J., Kaewbanjak, N., Grilli, S.T., Kirby, J.T. and Watts, P. (2007) Modeling the 26th December 2004 Indian Ocean tsunami: Case study of impact in Thailand, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 112, No. C07024, doi:10.1029/ 2006JC003850.
- Kajiura, K. and Shuto, N. (1990) Tsunami, *The SEA*, Edited by B. Le Mehaute, and D.M. Hanes, Vol. 9, Part B, John Wiley &

- Sons, Inc., pp. 395-420.
- Lapidus, L. and Pinder, G.F. (1982) Numerical solution of partial dif ferential equations in science and engineering. Wiley, New York, 677 pp.
- Mansinha, L. and Smylie, D.E. (1971) The displacement fields of inclined faults, *Bulletin of the Seismological Society of Amer ica*, Vol. 61, No. 5, pp. 1433-1440.
- Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A. and Vetterling, W.T. (1986) *Numerical Recipes*. Cambridge University Press, pp. 818.
- Wei, G., Kirby, J.T., Grilli, S.T. and Subramanya, R. (1995) A fully nonlinear Boussinesq model for free surface waves. Part 1: Highly nonlinear unsteady waves, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 294, pp. 71-92.

부록. 수치기법의 안정성 검토

다음에는 본 연구에서 제안한 수치기법의 안정성 검토를 수행한 과정을 기술한다. 우선, 본 연구에서 제안한 유한차분 식 (9)-(11)의 해를 다음과 같은 Fourier 급수 형태로 표현할 수 있다고 가정했다(Lapidus and Pinder, 1982).

$$\zeta = \zeta_0 \rho^t e^{\hat{i}k_x x} e^{\hat{i}k_y y} \quad (16-a)$$

$$P = P_0 \rho^t e^{\hat{i}k_x x} e^{\hat{i}k_y y} \quad (16-b)$$

$$Q = Q_0 \rho^t e^{\hat{i}k_x x} e^{\hat{i}k_y y} \quad (16-c)$$

여기서 ζ_0 , P_0 , Q_0 는 각각 ζ , P , Q 의 초기값이다. 식(16)을 식(9)-(11)에 대입하고 다음과 같은 표시법을 이용하면: $t = n^0 \Delta t$ ($n^0 = 0, 1, \dots, n, \dots$), $x = i^0 \Delta x$, $y = j^0 \Delta y$ ($i^0 = 0, 1, \dots, i, \dots$) 아 래와 같은 관계식을 얻을 수 있다. ρ 는 amplification factor 이다.

$$(\rho^{\Delta t/2} - \rho^{-\Delta t/2})\zeta_0 + 2ir_x \sin \theta_x P_0 + 2ir_y \sin \theta_y Q_0 = 0 \quad (17)$$

$$\frac{8}{3}gh^3 \rho^{\Delta t/2} r_x \sin \theta_x \left(\frac{3}{4h^2} - \frac{\sin^2 \theta_x}{\Delta x^2} - \frac{\sin^2 \theta_y}{\Delta y^2} \right) \zeta_0 + (\rho^{\Delta t} - 1)P_0 = 0 \quad (18)$$

$$\frac{8}{3}gh^3 \rho^{\Delta t/2} r_y \sin \theta_y \left(\frac{3}{4h^2} - \frac{\sin^2 \theta_x}{\Delta x^2} - \frac{\sin^2 \theta_y}{\Delta y^2} \right) \zeta_0 + (\rho^{\Delta t} - 1)P_0 = 0 \quad (19)$$

이때, 식 (17)-(19)를 단순화하기 위해 다음과 같은 기호를 사용하였다.

$$r_x = \frac{\Delta t}{\Delta x}, \quad r_y = \frac{\Delta t}{\Delta y}, \quad \theta_x = \frac{k_x \Delta x}{2}, \quad \theta_y = \frac{k_y \Delta y}{2} \quad (20)$$

식 (17)-(19)는 선형시스템으로 관계식의 형태가 제차 (homogeneous)이기 때문에 수학적으로 의미있는 해를 갖기 위해서 계수행렬의 행렬식(determinant)은 0이 되어야 하며, amplification factor, $|\rho^{\Delta t}| \leq 1$ 의 안정조건을 만족해야한다. 따 라서 다음과 같은 식 (21)을 유도할 수 있으며 식 (21)의 상수 B는 식 (22)와 같이 정의한다.

$$(\rho^{\Delta t} - 1)[(\rho^{\Delta t} - 1)^2 + B\rho^{\Delta t}] = 0 \quad (21)$$

$$B = \frac{16}{3}gh^3 \left[r_x^2 \sin^2 \theta_x \left(\frac{3}{4h^2} - \frac{\sin^2 \theta_x}{\Delta x^2} - \frac{\sin^2 \theta_y}{\Delta y^2} \right) + r_y^2 \sin^2 \theta_y \left(\frac{3}{4h^2} - \frac{\sin^2 \theta_y}{\Delta x^2} - \frac{\sin^2 \theta_x}{\Delta y^2} \right) \right] \quad (22)$$

$\rho^{\Delta t} = 1$ 는 안정조건을 만족하므로 식 (21)의 해는 식 (23)과 같다. 또한 식 (23)이 안정조건 즉, $|\rho^{\Delta t}| \leq 1$ 을 만족하기 위해서는 $0 \leq B \leq 4$ 의 조건을 만족해야 한다.

$$\rho^{\Delta t} = \frac{2-B \pm \sqrt{B^2-4B}}{2} \quad (23)$$

$0 \leq B \leq 4$ 의 안정조건을 식 (22)에 대입하여 정리하고 $\Delta x = \Delta y$ 의 정사각 격자를 가정하면 다음과 같은 관계식들을 얻을 수 있다.

$$\frac{3}{4h^2} - \frac{\sin^2 \theta_x + \sin^2 \theta_y}{\Delta x^2} \geq 0 \quad (24)$$

$$\frac{16}{3}gh^3 r_x^2 \left[(\sin^2 \theta_x + \sin^2 \theta_y) \left(\frac{3}{4h^2} - \frac{\sin^2 \theta_x + \sin^2 \theta_y}{\Delta x^2} \right) \right] \leq 4 \quad (25)$$

본 연구에서 제안한 기법은 식 (24)와 식 (25)를 만족하기 위해서 최종적으로 다음과 같은 안정조건을 갖는다.

$$\frac{\Delta x}{h} \geq 1.633, \quad C_r \leq 0.707 \quad (26)$$

여기서 C_r (Courant 수)는 차분식의 안정성을 판단하는 식으로서 동일한 시간간격 동안 유체가 이동하는 거리는 이산화된 공간간격을 넘을 수 없다는 물리적 의미를 지니고 있다. 안전성 검토 결과, 본 연구에서 제안한 기법은 격자크기가 수심보다 1.633배 이상 크고, Courant 수가 0.707 이하의 경우 수치적으로 안정해진다.

© 논문접수일 : 11년 09월 29일

© 심사의뢰일 : 11년 09월 30일

© 심사완료일 : 11년 11월 18일