진동해머의 기계적 진동특성에 대한 연구

A Study on Mechanical Vibrational Properties of Vibro-hammer

이승현* · 윤기용** · 김응석***

Lee, Seunghyun · Yoon, Kiyong · Kim, Eungseok

Abstract

Vibrational properties of vibro-hammer were studied and the influences of eccentric moment, frequency, vibratory mass and spring constant to the amplitude, acceleration, spring force and theoretical power were analyzed. Existing approach of determining input of pile head force which is necessary for analyzing a pile constructed by vibro-hammer were reviewed and rational one was suggested. In addition, existing governing equation shown in the literature, which simulates the vibrating system of vibrator/pile was modified through rational evaluation.

Key words : Vibrational properties, Vibro-hammer, Input of pile head force, Governing equation

요 지

진동해머의 진동특성을 살펴보고 편심모멘트, 진동수, 진동질량, 스프링상수가 진동해머의 진폭, 가속도, 스프링작용력 그리고 이론적일률에 미치는 영향을 분석하였다. 진동해머에 의해 시공되는 말뚝의 해석을 위한 말뚝머리하중결정에 관하여 기존의 접근법에 있어서의 오류를 파악하고 합리적 접근법을 제시하였다. 또한 진동해머/말뚝의 진동시스템을 표현하는 기존의 지배방정식을 합리적으로 수정 제안하였다.

핵심용어 : 진동특성, 진동해머, 말뚝머리하중, 지배방정식

1. 서 론

1930년대 초반 Barkan(1957)에 의해 진동해머의 적용성이 연구된 이래 현재까지 진동해머는 말뚝을 설치하는 효과적인 방법으로 사용되고 있다. 그에 따라 최근까지 진동해머에 의한 말뚝의 해석을 위해 다양한 시도들이 있어 왔는데 해석법들을 대별하여 나타내면 매개변수에 의한 방법, 하중평형법(force-balance method), 에너지평형법(energy-balance method), 운동량보존법(momentum-conservation method) 그리고 운동방정식에 의한 적분법(integration of the laws of motion) 등이 적용되어 왔다(Holeyman 1993; Meirovitch 1975; Warrington 1989; Vanden Berghe 1997). 진동해머에 의해 시공되는 말뚝의 해석을 위해서는 진동해머의 기계적 진동특성을 파악하는 것이 우선되어야 할 것이며 이러한 관점에서 진동해머의 기계적 특성이 명확히 언급된 문헌을 찾기가 쉽지 않고 말뚝과 연관된 진동시스템의 해석에 있어 이론적 오류 등도 있는 것으

로 보인다. 본 연구에서는 진동해머의 기계적 진동특성을 중점으로 하여 다양한 인자가 진동특성에 미치는 영향을 파악하고 진동해머에 의한 말뚝해석에 있어 기존의 연구결과를 재평가해보았다.

2. 진동해머의 진동특성

진동타입기는 Fig. 1에 나타낸 바와 같이 크게 정적하중(bias weight)과 기진기(exciter)로 되어 있다. 정적하중과 기진기 사이는 스프링(또는 elastomer)으로 연결되어 있어 기진기의 진동이 정적하중에 전달되지 않도록 되어 있다. 진동타입기의 작동원리는 Fig. 1에 나타나 있는 바와 같이 각각 $m/2$ 의 질량을 갖는 한 쌍의 편심질량체가 서로 반대방향으로 회전함으로써 편심질량체의 수평방향성분력은 상쇄되고 연직방향성분력은 배가되어 연직으로만 운동하게 되어 있는 것이다(Warrington 1989). Fig. 1에서 W 는 정적하중의 무게를

*정회원. 선문대학교 토목공학과 교수(E-mail: shlee02@sunmoon.ac.kr)
 Member. Professor, Department of Civil Engineering, Sunmoon University

**정회원. 선문대학교 토목공학과 교수
 Member. Professor, Department of Civil Engineering, Sunmoon University

***교신저자. 정회원. 선문대학교 토목공학과 부교수(Tel : +82-41-530-2325, Fax : +82-41-530-2926, E-mail: hydrokes@sunmoon.ac.kr)
 Corresponding Author. Member. Associate Professor, Department of Civil Engineering, Sunmoon University

Fig. 1. Vibro-hammer

나타내고 k 는 스프링상수를 의미하며 m 은 편심질량을 ω 는 회전각속도를 t 는 시간을 e 는 편심질량체의 편심거리를 m_v 는 기진기의 질량을 m_p 는 말뚝질량을 그리고 z 는 연직변위를 의미한다.

진동타입기의 진동특성을 살펴보기 위해 Fig. 1에서 a-a' 단면을 고정단으로 고려하고 말뚝이 연결되어 있지 않은 경우를 먼저 고려한다. Fig. 1에서 한 개의 편심질량체에 작용하는 힘은 식 (1)과 같이 표현된다(Dowding 1996; Tongue 2002).

$$\frac{m}{2} \frac{d^2}{dt^2} (z + e \sin \omega t) = \frac{m}{2} (\ddot{z} - e \omega^2 \sin \omega t) \quad (1)$$

따라서 기진기에 대한 운동방정식은 식 (2)와 같이 표현되고 식 (3)와 같이 정리된다.

$$(m_v - m) \ddot{z} = -m (\ddot{z} - e \omega^2 \sin \omega t) - kz \quad (2)$$

$$m_v \ddot{z} + kz = m e \omega^2 \sin \omega t \quad (3)$$

식 (3)의 일반해(general solution)는 제차미분방정식(homogeneous differential equation)의 해와 특수해(particular solution)의 합으로 표현된다. 식 (3)에 있어 제차미분방정식을 고려할 때 실제로는 감쇠(damping)가 발생하므로 정상상태(steady state)하에서는 0이 된다. 따라서 식 (3)의 일반해는 정상상태하에서 특수해와 같게 되며 식 (4)와 같이 표현된다.

$$z = Z \sin \omega t \quad (4)$$

식 (4)에서 진폭 Z (amplitude)는 식 (5)에서와 같고 식 (5)

에서 ω_n 은 자연진동수(natural frequency)이며 $\omega_n = \sqrt{k/m_v}$ 이다.

$$Z = \frac{m e \omega^2}{m_v (\omega_n^2 - \omega^2)} \quad (5)$$

식 (3), (4), (5)를 고려하면 스프링에 작용하는 작용력(kz)을 식 (6)과 같이 구할 수 있다.

$$kz = \frac{m e \omega^2 \omega_n^2}{\omega_n^2 - \omega^2} \sin \omega t = F_k \sin \omega t \quad (6)$$

진동해머의 이론적 일률(theoretical power)은 Fig. 1과 식 (4) 그리고 식 (6)으로부터 식 (7)과 같이 계산된다. 식 (7)에서 T 와 f 는 각각 진동해머의 주기 및 진동수를 의미한다.

$$\begin{aligned} P_t &= \frac{1}{T} \int_0^T [W + F_k \sin \omega t] Z \omega \cos \omega t \, dt \\ &= 2Zf(2W + F_k) \end{aligned} \quad (7)$$

3. 진동특성 분석

진동특성 분석에 있어서는 우선 다양한 진동해머에 대하여 사양서(specification)에 제시된 거동자료(performance data)와 진동특성 고찰에서 유도된 식으로부터 구한 값들을 비교해 봄으로써 이론식이 타당함을 검증해 보았다. 다음으로 편심모멘트, 진동수, 진동질량 그리고 스프링상수가 진동해머의 진폭, 가속도, 스프링작용력 그리고 이론적 일률에 미치는 영향을 살펴보았다. 또한 진동해머에 의해 시공되는 말뚝의 해석에 필요한 지배방정식의 구성과 말뚝머리에 작용하는 진동력의 고려 등과 관련하여 제안된 기존이론을 재평가하고자 하였다. 진동해머의 진동특성 분석에서 고려한 진동해머는 Tomen사의 전기식 진동해머로서 11종류이며 자유매달림형식(free-hanging type)이다. 진동해머의 제원은 Table 1에서와 같다. Table 1에서 음영부분은 계산을 통해 구한 값들이다.

Table 1에서 진동력(driving force)은 $m e \omega^2$ 을 의미하는데 진동력과 더불어 진폭 그리고 가속도의 계산값을 사양서에 나타나 있는 값과 비교해 볼 때 거의 일치함을 알 수 있어 식 (1)에서 식 (5)까지 나타난 계산식의 타당성이 입증된다. 식 (4)~(7)로부터 진폭과 가속도 그리고 스프링작용력은 편심모멘트에 비례함을 알 수 있고 일률은 편심모멘트의 제곱에 비례함을 알 수 있다. 진동수와 진동질량 그리고 스프링상수가 진동특성에 미치는 영향을 살펴보기 위해 Table 1에 나타난 진동해머 중에서 편심모멘트가 50 kg-m인 CM2-120 진동해머를 고려하였다. 진동수의 변화에 따른 진폭(Z), 가속도(a), 스프링작용력(F_k) 그리고 이론적 일률(P)의 변화양상을 살펴보기 위해 Table 1에 나타난 진동수(f)의 0.5배에서부터 0.5배씩 증가시켜 10배까지의 진동수(f')를 가정하여 계산을 수행해 보았는데 그 결과는 Fig. 2에서와 같고 진동수비(f'/f)에 따른 진폭비(Z'/Z)와 가속도비(a'/a) 그리고 이론적 일률의 비(P'/P)가 나타나 있다.

식 (5)와 (6)으로부터 스프링작용력비(F'_k/F_k)는 진폭의 비와 일치함을 알 수 있다. Fig. 2를 통해 알 수 있듯이 진동수에

Table 1. Basic performance data for various vibro-hammers

Model Specification	FM2-30 (200V)	FM2-40 (200V)	FM2-55 (200V)	CM2-120 (400V)			FM2-60 (200V)	FM2-80 (200V)	CM2-160 (400V)		
Eccentric moment (kg-m)	10	13.2	21	50	40	30	25	36	71	60	50
Frequency (hertz)	18.33	20.83	18.33	18.33	18.33	18.33	19.17	18.33	16.33	16.33	16.33
Driving force (kN)	132.3	225.4	278.3	663.5	531.2	397.9	362.6	477.3	747.7	631.1	526.3
	132.6	226.1	278.5	663.2	530.6	397.9	362.7	477.5	747.4	631.6	526.3
Total weight (kN)	18.4	23	32.3	64.7	64.7	64.7	36.8	46.6	86.2	86.2	86.2
Vibratory weight (kN)	15.5	18.9	26.5	54.4	54.4	54.4	31.9	37.2	70.6	70.6	70.6
Amplitude (m)	0.0063	0.0068	0.0078	0.009	0.0072	0.0054	0.0077	0.0095	0.0099	0.0083	0.0069
	0.0065	0.007	0.008	0.0092	0.0073	0.0055	0.0079	0.0097	0.01	0.0085	0.0071
Acceleration (g)	8.5	12	10.5	12.2	9.8	7.3	11.4	12.8	10.5	8.9	7.5
	8.8	12.2	10.8	12.5	9.9	7.4	11.7	13.1	10.7	9.1	7.6
Motor power (kW)	22	30	40	90	90	90	45	60	120	120	120
Bias weight (kN)	117.6	147	166.6	254.8	254.8	254.8	176.4	215.6	392	392	392
Spring constant (kN/m)	560.6	870.2	831	1394.5	1394.5	1394.5	980	1156.4	1176	1176	1176

Fig. 2. Ratios of amplitude and theoretical power vs f'/f Fig. 3. Ratio of amplitude vs m_v'/m_v

따른 진폭의 변화는 거의 없음을 알 수 있으며 가속도는 진동수의 제곱에 비례하게 된다. 또한 이론적 일률은 진동수에 비례하여 증가함을 알 수 있다. Fig. 3은 진동질량 비(m_v'/m_v)에 따른 진폭의 비를 나타내고 있다. 식 (5), (6), (7)로부터 진동질량의 변화에 따른 가속도비와 스프링작용력비는 진폭비와 같음을 알 수 있으며 이론적일률비 또한 진폭비와 거의 같음을 알 수 있다.

Fig. 3을 통해 알 수 있듯이 진동질량이 증가함에 따라 진폭은 대략적으로 진동질량에 반비례함을 알 수 있다. 스프링상수(k)의 변화에 따른 진폭비, 가속도비, 스프링작용력비 그리고 이론적일률비의 변화양상을 Fig. 4에 나타내었다. 스프링상수에 따른 가속도비는 진폭비와 같게 된다.

Fig. 4에 나타나 있는 바와 같이 스프링상수비(k'/k)가 증가함에 따라 진폭비와 이론적일률비는 거의 변화가 없음을 알 수 있다. 스프링작용력의 비는 스프링상수비에 따라 거의 선형적으로 비례함을 알 수 있다.

Fig. 4. Ratios of natural amplitude, spring force and theoretical power vs k'/k

Wong *et al.*(1992)은 진동해머에 의해 시공되는 말뚝해석에 있어 말뚝에 작용하는 힘을 식 (6)에 의한 스프링작용력으로 보았는데 말뚝이 달려있지 않은 진동기만의 진동에 의

해 스프링에 작용하는 힘을 계산하고 이를 정지된 말뚝에 작용하는 것으로 가정한 것이다. 스프링작용력을 말뚝에 작용하는 하중으로 보기 위해서는 진동기에 말뚝이 달려있는 경우에 대하여 스프링작용력을 말뚝에 작용시킨 경우와 말뚝과 진동기를 일체(lumped mass)로 고려하는 경우에 있어 말뚝에 발생하는 가속도가 동일해야 할 것이다. Wong 등에 의한 경우 말뚝에 발생하는 가속도(a_p)는 식 (8)과 같고 말뚝과 진동기를 일체로 고려하는 경우 말뚝에 발생하는 가속도(a_{v+p})는 식 (9)와 같다.

$$m_p a_p = -F_k \sin \omega t \quad (8)$$

$$\begin{aligned} m_{v+p} a_{v+p} &= m e \omega^2 \sin \omega t - F_k \sin \omega t \\ &= \frac{m e \omega^4}{\omega'^2 - \omega_n'^2} \sin \omega t \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)에서 F'_k 은 식 (10)에서와 같고 식 (10)에서 $\omega'_n = \sqrt{k/m_{v+p}}$ 이다.

$$F'_k = \frac{m e \omega^2 \omega_n'^2}{\omega_n'^2 - \omega'^2} \quad (10)$$

식 (8)과 식 (9)로부터 가속도를 계산해 보고자 강널말뚝을 고려하였다. 강널말뚝은 U형 강널말뚝(SPIIIA(D))으로서 길이는 12 m이고 폭, 높이 그리고 두께는 각각 400 mm, 150 mm 그리고 13 mm 이다. 강널말뚝의 단면적, 둘레길이 그리고 단위중량은 각각 76.4 cm², 119.2 cm 그리고 60 kg/m이다. 식 (8), (9)로부터 진동주기에 대하여 각각의 가속도를 계산하여 나타내면 Fig. 5와 같다.

Fig. 5를 통해 알 수 있듯이 두 경우에 대하여 시간에 따른 가속도의 크기에 있어 큰 차이가 남을 알 수 있다. Wong 등의 가정에 의한 최대가속도는 Table 1에 나타난 가속도의 약 14.6% 이며 진동기와 말뚝을 단일질량으로 고려한 경우의 최대가속도는 Table 1에 나타나 있는 가속도의 약 88.2%이다. 진동기와 말뚝을 일체로 고려한 경우에 대한 역학적 접근방식에는 모순이 없으므로 Wong 등의 가정에 의해 스프링작용력을 말뚝에 작용시키는 방법에는 문제가 있는 것

Fig. 5. Comparison of accelerations

으로 보인다. 기존문헌에 따르면 진동해머에 의해 시공되는 말뚝에 대한 지배미분방정식은 식 (11)과 같이 나타난다. 식 (11)에서 R_s 는 지반의 동적저항력을 의미하고 g 는 중력가속도를 의미하며 m_{v+p} 는 기진기와 말뚝의 질량을 합한 질량을 의미한다.

$$m_{v+p} a = m e \omega^2 \sin \omega t + W + m_{v+p} g - R_s \quad (11)$$

식 (11)은 Viking(2002)의 논문에서 언급된 식으로 진동질량의 관점에서 운동방정식을 나타내고 있다. 그러나 Fig. 1을 참조하여 볼 때 m_{v+p} 로 표현되는 질량체에 작용하는 힘에 스프링 작용력이 빠져 있어 적절한 운동방정식이 될 수 없다. 따라서 식 (11)은 식 (12)와 같이 수정되어야 할 것이다.

$$m_{v+p} a = m e \omega^2 \sin \omega t + W + m_{v+p} g - k z - R_s \quad (12)$$

4. 결 론

진동해머의 기계적 진동특성을 중점으로 하여 다양한 인자가 진동특성에 미치는 영향을 파악하고 진동해머에 의해 시공되는 말뚝의 해석에 필요한 말뚝머리하중과 진동시스템에 대한 지배방정식을 다룬 기존 자료를 재평가해보았는데 그 결론은 다음과 같다.

- 1) 편심모멘트의 변화에 따른 진폭과 가속도 그리고 스프링 작용력은 편심모멘트에 비례하며 일률은 편심모멘트의 제곱에 비례한다.
- 2) 진동수의 변화에 따라 진폭에는 큰 변화는 없으며 스프링작용력의 변화 또한 진폭과 같은 비율로 변하게 된다. 가속도는 진동수의 제곱에 비례하며 이론적 일률은 진동수에 비례하게 된다.
- 3) 진동질량이 변화함에 따라 진폭은 대략적으로 진동질량에 반비례하게 되며 가속도와 스프링작용력은 진폭과 같은 비율로 변하게 된다. 이론적일률의 비율 또한 진폭의 비율과 거의 같다.
- 4) 스프링상수의 변화에 따른 진폭과 가속도 그리고 이론적 일률의 변화는 미미하며 스프링작용력은 스프링상수에 거의 선형적으로 비례한다.
- 5) 진동해머에 의한 말뚝해석시 말뚝머리에 스프링작용력을 작용시키는 개념은 적절치 못하며 진동기와 말뚝을 일체로 고려하는 개념이 타당한 것으로 판단된다.
- 6) 진동해머에 의한 말뚝해석에 필요한 지배방정식 구성에 있어 기존 제안식의 오류를 살펴보고 적절한 지배방정식을 제안하였다.

References

- Barkan, D. D. (1957). Foundation engineering and drilling by vibration method., *Proc., Fourth Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engrg.*, 2, 3-7.
- Dowding, C. H. (1996). *Construction Vibrations*, Prentice-Hall Inc.
- Holeyman, A., (1993). *HYPERVIB1, An analytical model-based*

- computer program to evaluate the penetration speed of vibratory driven sheet piles., *Research report prepared for BBRI*, June-93, 23.
- Meirovitch, L. (1975). *Elements of Vibration Analysis*. New York : McGraw-Hill.
- Tongue, B. H. (2002). *Principles of Vibration*, Oxford University Press.
- Vanden Berghe, J-F. and Holeyman, A.(1997). Comparison of two models to evaluate the behavior of a vibratory driven sheet pile., *XIth Young Geotechnical Engineers Conference and Computers*, September 24-27, 1997, Madrid, Spain, 60~72.
- Viking, K., (2002). Vibro-driveability, a field study of vibratory driven sheet piles in non-cohesive soils, *PhD thesis, Div. of Soil and Rock Mechanics, Royal Inst. of Technology*, Stockholm, Sweden.
- Warrington, D.C. (1989). Driveability of piles by vibration., Paper presented at *Deep Foundation Institute 14th Annual Member Conf.*, 139-154.
- Warrington, D.C. (1989). Theory and Development of Vibratory Pile Driving Equipment., *Proceedings of the Twenty-First Annual Offshore Technology Conference*, Dallas, TX. OTC 6030, 541-550.
- Wong, D., O'Neill, M. W., Vipulanandan, C., (1992). Modelling of vibratory pile driving in sand., *International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, Vol. 16, 189-210.

© Received May 20, 2013

© Revised May 21, 2013

© Accepted July 15, 2013