미시역학적 접근 방법에 의한 복합소재 적층 쉘 구조의 유한요소 변위 및 응력해석

Finite Element Deflection and Stress Analyses of Laminated Composite Shell Structures Using Micro-mechanical Approaches

이상열*

Lee, Sang-Youl*

Abstract

This study carried out finite element deflection and stress analysis of laminated composite shells, which is based on the micro-mechanical approach for different fiber-volume fractions. The finite element (FE) models for composite structures using multi-scale approaches described in this paper is attractive not only because it shows excellent accuracy in analysis but also it shows the effect of the material combination. The FE model is used for studying static behaviors of laminated composite shells for various fiber-volume fractions. In particular, new results reported in this paper are focused on the significant effects of the fiber-volume fraction for various parameters, such as fiber angles, layup sequences, and length-thickness ratios. It may be concluded from this study that the combination effect of fiber and matrix, largely governing the structural performance of composite structures, should not be neglected and thus the optimal combination could be used to design such civil structures.

Key words : Micro-mechanics, composite materials, fiber-volume fraction, layup sequences

요 지

본 연구는 복합소재 적층 쉘 구조에 대하여 마이크로 역학 접근방법에 의한 섬유 함침비율 변화에 따라 탄성계수를 예측하고 매크로 역학 기반으로 정적 거동 특성을 분석하였다. 본 연구에서 제시하는 멀티 스케일 접근법에 의한 유한요소 모델은 해석의 정확성과 재료들 간의 상관관계를 상세하고 정확히 보여준다는 장점이 있다. 수치해석은 적층 갯수, 적층배열, 섬유함침비율의 변화에 따른 최대 변위 및 응력 변화를 분석하는데 중점을 두고 있다. 수치예제로부터 섬유와 모재의 재료비율은 거시적 구조 거동 특성에 중요한 영향을 주고 있음을 알 수 있었다. 본 연구는 변위 및 응력에 영향을 미치는 최적의 섬유와 모재 재료비율을 상세 분석하였으며, 해석 결과는 건설용으로서의 복합소재 기둥구조가 경제적이면서 우수한 구조 성능을 만족하도록 설계하는데 기여할 수 있을 것으로 기대된다.

핵심용어 : 미시역학, 복합소재, 화이버 함침비율, 적층배열

1. 서 론

복합소재(Composite material)는 두 가지 또는 그 이상의 재료가 조합이 되어서 보다 유용한 기능을 발현하는 재료이다. 복합소재는 경량이면서 우수한 역학적 성질을 가지고 있고, 뛰어난 성형성을 가지고 있어서 우주, 항공, 선박, 기계 등 현대산업의 전반에 걸쳐 널리 응용이 되고 있다. 복합소재는 동일한 재료인 경우에도 적층 개수와 적층각도의 조합에 따라 상이한 강성을 보이게 된다. 이러한 복합소재의 역학적인

장점을 건설 분야에서도 활용을 하고자 국내외적으로 다양한 연구개발이 수행되었다. 그러나 기존의 건설재료인 콘크리트와 강재에 비해서 원가 및 제조 단가 등의 경제성이 떨어진다는 단점과 국내에 대량생산시설이 적다는 단점 때문에 보다 적극적인 개발은 미진한 실정이다. 고가의 정밀 기계부품에 사용하는 복합소재를 건설 분야에서 활용하기 위해서는 경제적이고 구조적으로 안전한 재료의 조합이 필요하다. 대형 구조물에서 요구하는 구조 성능을 만족시킬 수 있도록 효율적으로 재료를 조합한다면 고가의 복합소재를 건설 분야에서

*교신저자. 정회원. 안동대학교 토목공학과 조교수(Tel: +82-54-820-5847, Fax: +82-54-820-6255, E-mail: lsy@anu.ac.kr)
Corresponding Author: Member, Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Andong National University

경제적으로 활용할 수 있을 것이다. 효율적인 재료의 조합을 위해서는 기존의 거시역학적 해석뿐만 아니라 미시역학(Micromechanics)적인 접근법도 고려가 되어야 한다. 미시역학적인 접근법은 모재와 섬유의 재료비율, 섬유 배열형태로부터 재료의 강성과 강도를 추정하는 방법이다(Goupee and Vel, 2007; Jones, 1998). 미시역학적 접근으로 출발한 방법을 통하여 복합소재의 화이버와 보재의 적절한 조합비율을 결정할 수 있다면 건설 분야에 적용하는데 있어서 경제성과 효율성 측면에서 많은 이점이 발생할 것이다. 따라서 본 연구에서는 미시역학적인 접근으로 출발하여 화이버의 모재 함침비율에 따른 효율적인 강성 추정 기법을 결정하고, GFRP 적층 셸 구조를 대상으로 변위 및 응력 해석을 실시한다. 또한, 미시역학적 접근법으로 결정된 강성 값들을 거시역학적인 해석을 위한 입력값으로 사용하여, 적층각도, 적층배열 및 길이-두께비 등의 변화와 화이버 함침비율과의 상호작용을 상세 분석하여 복합소재 셸 구조의 거동에 미치는 영향을 규명하기로 한다.

2. 미시역학적 접근 방법

비교적 고가인 복합소재의 건설분야에 대한 효율적인 적용을 위해서는 복합소재를 구성하는 재료의 상호관계를 미시역학적으로 규명하는 것이 필요하다. 복합소재는 모재(Matrix)와 화이버(Fiber)의 조합으로 구성되며, 이 재료들의 적절한 상호 조합은 거시역학적으로 강성 및 강도에 크게 영향을 주게 된다. Fig. 1은 미시역학부터 출발된 복합소재 구조의 해석 및 설계에 대한 개념을 보여준다.

미시역학적 접근방법은 복합재료를 구성하는 모재와 섬유에 대하여 재료의 비율 및 배열에 대한 각각의 역학적 특성을 고려하여 강성 또는 강도를 추정하는 방법이다(Srihari *et al.*, 2013). 화이버의 함침비율은 복합재료의 강성변화를 가져오게 되며, 거시적 구조성능에 중요한 영향을 미치게 된다(Hewitt and Malherbe, 1970). 탄성적 재료역학적 관점에서 복합재료의 강성은 모재와 섬유 각각의 상대적인 체적 비율로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S_{ij} = S_{ij}(E_f, \nu_f, V_f, E_m, \nu_m, V_m) \quad (1)$$

여기서, E_f , E_m 는 등방성 화이버 및 모재의 탄성계수, ν_f , ν_m 는 등방성 화이버 및 모재의 포아송 비, V_f , V_m 는 전체 복합소재 체적에 대한 섬유와 모재의 체적 비율을 각각 나타낸다. 재료 역학적 접근법에서 가장 중요한 가정 사항은 섬유 보강 복합재료의 최대변형률은 섬유의 최대 변형률과 같아야 한다는 것이다. 그 이유는 섬유가 모재보다 더 적은 변형률에 파괴가 되기 때문이다. 변형률이 같지 않다는 것은 섬유와 모재 사이에 균열이 발생했음을 의미 한다. 이러한 가정에 의해서

Fig. 1. Concept of Structural Analysis from the Micro-mechanical Approach.

모재와 화이버가 합성된 거시적 복합소재의 수평방향 탄성계수 E_1 과 ν_{12} 는 혼합 법칙(Rule of mixture)에 의해서 선형조합적인 관계로 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m \quad (2)$$

$$\nu_{12} = \nu_f V_f + \nu_m V_m \quad (3)$$

반면, 거시적 복합소재의 수직 방향 탄성계수 E_2 와 전단탄성계수 G_{12} 는 다음과 같은 비선형적 관계이며, 섬유보다는 모재에 지배적인 특성을 보인다.

$$E_2 = \frac{E_f E_m}{V_m E_f + V_f E_m} \quad (4)$$

$$G_{12} = \frac{G_f G_m}{V_m G_f + V_f G_m} \quad (5)$$

식 (4)와 (5)는 섬유가 모재에 일정한 간격으로 정렬이 되어 있다는 가정 하에 유도된 것이다. 그러나 실제 섬유보강 복합재료의 섬유는 불규칙하게 정렬되어 있다. 이 부분을 고려하여 섬유의 함침비율에 따라 비선형 관계를 보이는 E_2 와 G_{12} 의 값은 탄성론적 관점에서 정확해를 산정할 수 있으며, 요약하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E_2 = 2[1 - \nu_f + (\nu_f - \nu_m)V_m][\alpha + \beta] \quad (6)$$

$$G_{12} = (1 - \xi)\gamma + \xi\delta \quad (7)$$

여기서,

$$\alpha = (1 - \xi) \frac{\lambda_f(2\lambda_m + G_m) - G_m(\lambda_f - \lambda_m)V_m}{(2\lambda_m + G_m) + 2(\lambda_f - \lambda_m)V_m},$$

$$\beta = \xi \frac{\lambda_f(2\lambda_m + G_f) + G_f(\lambda_m - \lambda_f)V_m}{(2\lambda_f + G_f) - 2(\lambda_m - \lambda_f)V_m},$$

$$\gamma = G_m \frac{2G_f - (G_f - G_m)V_m}{2G_m + (G_f - G_m)V_m},$$

$$\delta = G_f \frac{(G_f + G_m) - (G_f - G_m)V_m}{(G_f + G_m) + (G_f - G_m)V_m} \text{이며,}$$

$$\lambda_f = \frac{E_f}{2(1 - \nu_f)}, G_f = \frac{E_f}{2(1 + \nu_f)},$$

$$\lambda_m = \frac{E_m}{2(2 - \nu_m)}, G_m = \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)} \text{이다.}$$

여기서, ξ 는 섬유연속성 정도를 나타내는 계수이며, 다시 말해서 섬유들이 모재안에서 독립적으로 합침된 경우에는 0을 사용하며, 모두 접촉되어 합침된 경우는 1.0의 값을 사용한다.

식 (6)과 (7)은 정확해이기는 하나, 실용적으로 사용하기에는 수식이 다소 복잡하며, 제한적으로 적용한다는 단점이 있다. 따라서 Halpin-Tsai(1969)는 정확해의 비선형 곡선을 묘사할 수 있는 다음과 같은 근사식을 제안하였다.

$$\frac{\Phi(E_2, G_{12}, \nu_{12})}{\Phi_m(E_m, G_m, \nu_m)} = \frac{1 + C\eta V_f}{1 - \eta V_f} \quad (8)$$

$$\eta = \frac{(\Phi_f(E_f, G_f, \nu_f)/\Phi_m(E_m, G_m, \nu_m)) - 1}{(\Phi_f(E_f, G_f, \nu_f)/\Phi_m(E_m, G_m, \nu_m)) + C} \quad (9)$$

여기서, $C_{E_2} = 2 + 40V_f^{10}$, $C_{G_{12}} = 1 + 40V_f^{10}$ 이다. 예를 들어, 화이버의 함침비율이 55%인 경우 C 값은 각각 2.0과 1.0이 된다.

Halpin-Tsai Equation 이외에도 몇 가지 이론들이 있는데 Jacquet's horizontal and vertical models(Jacquet *et al.*, 2000)은 수직, 수평의 모델을 사용한 복합재료의 단방향 횡 탄성계수를 구하는 방법을 시도하였으며, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{E_2} = \frac{\sqrt{V_f}}{E_f\sqrt{V_f} + E_m(1 - \sqrt{V_f})} + \frac{1 - \sqrt{V_f}}{E_m} \quad (11)$$

$$E_2 = \frac{E_m E_f}{E_m + E_f(1 - \sqrt{V_f})/\sqrt{V_f}} + (1 - \sqrt{V_f})E_m \quad (12)$$

Fig. 2. Flow Chart of a Structure Analysis Based on the Micro-mechanical Approach.

Morais model은 사각 RVE의 횡 탄성계수를 예측하기 위해서 모재 안에 포아송 효과를 도입한 미시 역학적인 식 (12)을 도출 하였고, 이 식은 Jacquet의 수평 모델의 변형식이 된다.

$$E_2 = \frac{\sqrt{V_f}}{\frac{\sqrt{V_f}}{E_f} + \frac{(1 - \sqrt{V_f})(1 - \nu_m^2)}{E_m}} + (1 - \sqrt{V_f}) \frac{E_m}{(1 - \nu_m^2)} \quad (13)$$

본 연구에서는 탄성계수 E_1 및 ν_{12} 의 추정식은 일반적으로 혼합법칙에 의해서 실제 실험결과와 비교하여 정확한 결과를 보이는 것으로 알려져 있어 식 (2)와 (3)을 적용하기로 한다. 또한, E_1 및 G_{12} 의 추정식은 정확해를 실용적으로 사용하기에는 난해하므로 식 (8)과 (9)를 적용하였다. Fig. 2는 전술한 미시역학 기반 구조해석 절차에 대한 흐름도를 보여준다.

3. 유한요소 해석

3.1 모델링 검증

본 연구에서는 모델의 검증을 위해서 원통형 셀에 관련된 정적 및 동적 해석에 대한 기존 연구결과와 비교하기로 한다. 본 연구에서는 범용 유한요소해석 프로그램인 ABAQUS를 사용하여 해석을 수행하였다. 첫 번째 검증으로 정적해석 결과와 비교하였다. 모델은 지름이 20 cm, 길이가=10 cm 두께가 1 cm인 원통형 셀이며, 적용된 물성은 $E_1=51.7$ GPa, $E_2=E_3=13.8$ GPa, $G_{12}=8.62$ GPa, $G_{13}=G_{23}=4.48$ GPa, $\nu_{12}=\nu_{13}=\nu_{23}=0.25$ 이다. 경계조건은 양쪽 끝 단면이 고정단으로 지지

Table 1. Maximum Radial Deformation of a Clamped Cylindrical Shell with Internal Pressure

Layup Sequence	Maximum deformation (mm)	
	Reddy(2004)	This study
[0]	9.535	9.558
[0/90]	4.750	4.714

Fig. 3. A Clamped Cylindrical Shell.

되어 있으며, 하중은 원통 내면에서 외면으로 팽창압력이 작용하고 하중 값은 $p_0=140.68$ MPa이다. 복합소재 쉘 구조는 적층 및 화이버 각도 조절 등이 2차원 판구조와는 달리 좌표 및 좌표축 설정과 적층 모델링에 주의를 요한다(Hiroyuki, 2007). 본 연구에서는 실제 적층과 유사하게 모사를 하기위해서 원통형 좌표계를 사용하여 유리섬유 복합재를 적층하였다. 결과 값은 Table 1에 나타나 있으며 [0], [0/90]의 두 값이 ABAQUS와 잘 일치하는 것으로 나타났다.

두 번째 검증으로 고유진동 해석에 대한 기존 연구결과와 비교하였다. 모델의 형상은 정적해석 예제와 동일하게 양쪽 끝단면이 고정단으로 지지되어 있고, $a=2.0$ m, $R=20.0$ m 두께가 0.2 m인 링 형태의 모델이다(Fig. 3 참조). 사용된 물성은 무차원 값으로 $E_1/E_2=25$, $G_{12}/E_2=0.5$, $G_{22}/E_2=0.2$, $\nu_{12}=\nu_{22}=0.25$ 이다(Timarci and Soldatos, 1999). Table 2는 고유진동 해석 결과 비교를 보여주며, Fig. 4는 모드형상을 나타낸다. 본 해석결과와 잘 일치하는 것으로 나타났다.

Table 2. Comparison of Non-dimensional Natural Frequencies of a Cylindrical Shell

Layup Sequence	Natural frequency	
	Reddy(2004)	ABAQUS
[0/0] _s	17.880	18.381
[45/-45] _s	11.274	11.565
[90/-90] _s	7.640	7.328

(a) Mode I

(b) Mode II

Fig. 4. Mode Shapes of Ring Type Models.

3.2 적층 배열 변화에 따른 해석

본 연구에서 사용한 모델은 $a=10$ m, $R=0.5$ m이며, 길이-두께비(L/h)는 25와 50인 경우에 대하여 해석하였다. 각각의 두께는 0.4 m와 0.2 m이고, 양단이 고정단으로 지지된 경우이다. Table 3~4는 대칭 적층 배열된 원통형 쉘 구조에 대해서 화이버의 함침비율에 따른 중앙점 최대처짐(u) 및 수직 응력(s)을 비교한 것이다. 표에서 보는 바와 같이, 화이버의 함침 비율이 증가함에 따라 최대 처짐 및 응력은 감소함을 알 수 있다. 특히 60%이상부터는 크게 감소하게 된다. 이러한 결과는 화이버의 함침비율 증가에 따라 E_2 및 G_{12} 의 값이 커지면서 강성을 증가시켰기 때문이다. 한편, 길이-두께비가 25와 50인 경우 모두 [0/90/0]인 경우가 가장 적은 처짐이 발생하는 것으로 나타났다. Fig. 5~6은 [0/90/0]에 대하여 화이버의 함침비율(V_f)에 따른 변위 형상 및 응력분포를 비교한 것이다. V_f 의 변화에 따라 전체 변위형상은 유사하나, 응력분포는 달라짐을 알 수 있으며, V_f 가 80%이상인 경우에는 응력 변화의 폭이

Table 3. Maximum Deflections and Stresses of Symmetric Laminated Composite Shells for Different Fiber-volume Fractions and Layup Sequences ($L/h=25$)

Layup sequence	Fiber-volume fraction (%)							
	20		40		60		80	
	u (mm)	s (Pa)	u (mm)	s (Pa)	u (mm)	s (Pa)	u (mm)	s (Pa)
[0/90/0]	3.384	33.16	1.887	33.79	1.278	33.17	0.8712	29.47
[0/90/0] _{2s}	3.435	33.65	1.914	34.26	1.296	33.69	0.8746	29.66
[0/90/90/0]	4.065	39.81	2.292	40.98	1.526	39.55	0.9422	31.93
[0/90/90/0] _{2s}	4.121	40.39	2.327	41.66	1.545	40.14	0.9454	32.12

Table 4. Maximum Deflections and Stresses of Symmetric Laminated Composite Shells for Different Fiber-volume Fractions and Layup Sequences ($L/h=50$)

Layup sequence	Fiber-volume fraction (%)							
	20		40		60		80	
	u (mm)	s (Pa)	u (mm)	s (Pa)	u (mm)	s (Pa)	u (mm)	s (Pa)
[0/90/0]	6.805	66.36	3.815	68.01	2.566	66.48	1.696	57.42
[0/90/0] _{2s}	6.778	66.20	3.791	67.67	2.557	66.22	1.692	57.34
[0/90/90/0]	8.035	78.46	4.548	81.15	3.015	78.03	1.822	61.72
[0/90/90/0] _{2s}	7.992	78.02	4.525	80.70	2.998	77.62	1.819	61.54

Fig. 5. Deformed Shapes and Stress Distributions for Different Volume-fractions ($L/h=25$).

커지므로 유의해야 한다.

Table 5와 6은 역대칭 적층 배열된 원통형 쉘 구조에 대하여 화이버의 함침비율에 따른 중앙점 최대 처짐 및 수직 응력값을 비교한 것이다. 대칭적층 배열과 동일하게 길이-두께비 (L/h)는 각각 25와 50이며, 양단을 고정단으로 지지한 경우이다. 표에서 보는 바와 같이, 화이버의 함침 비율이 증가함에 따라 최대처짐 및 응력은 감소함을 알 수 있다. 대칭 적층 배열에 비하여 비대칭의 경우는 좀 더 큰 최대 처짐을 보이고 있는데, 이러한 결과는 비대칭 적층으로 인하여 내내-면의 연계 강성값이 발생하여 전체 강성에 영향을 주기 때문으로 분

Fig. 6. Deformed Shapes and Stress Distributions for Different Volume-fractions ($L/h=50$).

석된다(Lee and Chang, 2010). 또한, 길이-두께비가 25와 50인 경우 모두 쉘 구조의 질량과 화이버 비율이 일정한 상태에서 세가지 서로 다른 적층 배열에 따른 처짐 및 응력값의 변화는 무시할 정도로 작음을 관찰할 수 있다. 이러한 결과로부터 비대칭 적층의 경우 적층배열 변화보다는 화이버-모재 함침비율의 영향이 더 중요한 역할을 하게 된다는 것을 알 수 있다. 또한, $V_f=80\%$ 부터는 처짐 및 응력 변화가 매우 커지므로 화이버 배합 설계시 유의해야 한다. 또한, 동일한 화이버 보강각도를 갖음에도 대칭과 비대칭 적층에 따라 변위 및 응

Table 5. Maximum Deflections and Stresses of Anti-symmetric Laminated Composite Shells for Different Fiber-volume Fractions and Layup Sequences ($L/h=25$)

Layup sequence	Fiber-volume fraction (%)							
	20		40		60		80	
	u (mm)	s (Pa)	u (mm)	s (Pa)	u (mm)	s (Pa)	u (mm)	s (Pa)
[0/90]	4.162	40.80	2.343	41.96	1.558	40.47	0.9527	32.42
[0/90] _{n2}	4.156	40.75	2.344	42.00	1.556	40.46	0.9496	32.31
[0/90] _{n4}	4.147	40.66	2.341	41.94	1.554	40.39	0.9480	32.25

Table 6. Maximum Deflections and Stresses of Anti-symmetric Laminated Composite Shells for Different Fiber-volume Fractions and Layup Sequences ($L/h=50$)

Layup sequence	Fiber-volume fraction (%)							
	20		40		60		80	
	u (mm)	s (Pa)	u (mm)	s (Pa)	u (mm)	s (Pa)	u (mm)	s (Pa)
[0/90]	8.118	79.36	4.592	82.05	3.038	78.83	1.826	62.12
[0/90] _{n2}	8.029	78.41	4.543	81.10	3.009	78.00	1.823	61.78
[0/90] _{n4}	8.006	78.26	4.530	80.89	3.002	77.73	1.821	61.62

Fig. 7. Deformed Shapes and Stress Distributions for Different Volume-fractions (Anti-symmetric laminates, $L/h=25$).

력값이 상이한 특성을 고려하여 최적 복합소재 구조설계 반영해야 한다.

Fig. 7은 [0/90]에 대하여 화이버의 함침비율에 따른 비대칭 적층 쉘 구조의 변위형상 및 응력분포를 비교한 것이다. 대칭 적층의 경우와 유사하게 V_f 의 변화에 따라 전체 변위형상은 유사하나, 응력분포는 달라짐을 관찰할 수 있다. 반면, 대칭 적층의 경우와 비교하였을 때, 전체 변위 형상은 고정단 부근에서 다소 다르게 나타나고 있음에 유의한다.

4. 결 론

본 연구에서는 미시역학적으로 화이버와 모재의 재료 물성을 각각 고려하고, 재료의 조합비율에 대한 효율적인 관계식을 적용하였으며, 거시역학적으로는 유한요소 해석을 통하여 변위 및 응력 변화 특성을 분석하였다. 화이버의 함침비율에 따라 적층된 쉘 구조는 상이한 최대처짐 및 응력 분포를 보이게 되며, 이는 적층 배열과 연계되어 정적 거동 특성을 좌우하게 됨을 알 수 있었다.

GFRP 소재를 건설구조용 부재로 사용하는 경우, 재료 및 기하학적 물성의 변화 없이 적층배열의 변화만으로 최대 변위와 응력 분포를 조절하여 설계할 수 있는 장점을 갖는다. 본 연구 결과로부터 화이버의 함침량을 효율화하여 고가의 화이버를 절약함으로써 경제성을 높이는 대신에, 요구되는 구조적 성능을 만족할 수 있는 최적의 적층배열 설계가 이루어진다면 경제적이면서 구조성능이 뛰어난 복합소재 쉘 구조를 건설용으로 적용할 수 있음을 알 수 있었다. 또한, 향후 복합소재 쉘 구조물의 최적 설계를 위한 기반 자료로서 기여할 수 있을 것으로 기대된다. 다만, 본 연구결과를 실제 재료 배합 실험으로 입증할 필요가 있으며, 향후 보다 다양한 복합소재 구조 형식이 건설용으로 적용하기 위한 지속적인 연구가 필요할 것으로 판단된다.

감사의 글

본 논문은 중소기업청에서 지원하는 2013년도 산학연공동 기술개발사업(No.C0101935)의 연구수행으로 인한 결과물임을 밝힙니다.

References

- Goupee, A.J. and Vel, S.S. (2007) Multi-objective optimization of functionally graded materials with temperature-dependent material properties, *Material Design*, Vol. 28, pp.1861-1879.
- Halpin, J.C. and Tsai, S.W. (1969) Effects of environmental factors on composite materials, *AFML-TR-67-423*.
- Hewitt, R.L. and Malherbe M.C. (1970) An approximation for the longitudinal shear modulus of continuous fiber composites, *Journal of Composite Materials*, pp. 280-282.
- Hiroiyuki, M. (2007) Vibration and buckling of cross-ply laminated composite circular cylindrical shells according to a global higher-order theory, *Journal of Mechanical Sciences*, pp. 1060-1075.
- Jacquet, E., Trivaudey, F., and Varchon, D. (2000) Calculation of the transverse modulus of a unidirectional composite material and of the modulus of an aggregate: Application of rule of mixtures, *Composite Science and Technology*, Vol. 60, pp. 345-350.
- Jones, R.M. (1998) *Mechanics of composite materials*, Taylor & Francis, PA.

Lee, S.Y. and Chang S.Y. (2010) Dynamic Instability of delaminated composite structures with various geometrical shapes, *Journal of Korean Society for Advanced Composite Structures*, Vol. 1, No. 1, pp. 1-8.

Srihari, P. Anne., Ramana K.V., Balakrishna Murthy V., and Rao G.S. (2013) Role of finite element method (FEM) in predicting transverse modulus of fiber-reinforced polymer (FRP) composite: A revelation, *Journal of Physical Sciences*, pp. 1526-1536.

Timarci T. and Soldatos K.P. (1999) Vibration of angle-ply lami-

nated circular cylindrical shells subjected to different sets of edge boundary condition, *Journal of Engineering Mathematics*, pp. 211-230.

Received	January 8, 2014
Revised	January 9, 2014
Accepted	January 21, 2014