Gauss, Laplace 예비궤도 결정법의 시간간격에 대한 정밀도 변화 특성 분석

황옥준^{1,2†}, 조중현¹

¹한국천문연구원, ²과학기술연합대학원대학교

Trends of Initial Orbit Determination Accuracy for Time Interval Change Between Three Pairs of Measurement Datas

Okjun Hwang^{1,2†} and Jung Hyun Jo¹

¹Korea Astronomy & Space Science Institute, Daejeon 305-348, Korea

²University of Science & Technology, Daejeon 305-333, Korea

E-mail: okjun1@kasi.re.kr

(Received September 17, 2009; Accepted November 3, 2009)

요 약

인공위성 광학 감시 시스템 적용에 가장 효과적인 고전적 예비궤도 결정법은 Gauss와 Laplace 방법이 있다. 이 두 방법은 세 쌍의 광학 관측 자료를 이용하여 위성의 궤도를 결정하는 방법으로 관측 시간간격에 따라 정밀도가 변화하는 특성이 있다. 이번 연구에서는 이러한 특성에 관련된 국내의 기존 연구 결과들에서 일부 상이한 점을 발견하여, 세 점의 시간간격에 대한 정밀도 변화 특성을 재검토해 보았다. 이러한 특성 연구는 다양한 위성 궤도 형태를 고려해야 하기 때문에 궤도 정보가 알려진 위성 전체를 대상으로 하였다. SGP4/SDP4 궤도전파 모델을 이용한 모의 관측 자료를 사용하여 방법론적인 정밀도 특성을 확인하였고, 특정 위성의 실제 관측 자료를 사용하여 인공위성 광학 감시 시스템에 적용할 시에 발생하는 특성을 확인하였다. 결과적으로, 세 점의 시간간격에 대한 초기궤도 결정의 정밀도 변화 특성은 관측된 위성의 위치로 인해 달라질 수 있음을 확인하였다.

Abstract

Gauss and Laplace methods for initial orbit determination (IOD) are classical orbit determination tools and have been used very efficiently in optical satellite surveillance system. Several studies related to these two methods have been released until now. In this study, we found that the trends of IOD accuracy for different time interval between three pairs of measurement datas show unexpected results. Therefore, we checked the possible cause of these differences. In order to check various orbit types, we used most of satellite data which is able to obtain. To check the characteristics of methodology-only, we used simulated observation data. And we used real observation data for specific satellites to check the characteristics appeared when we applied these methods to optical satellite surveillance system. As a result, we found that trends of IOD accuracy for time interval could be different because of satellite position observed.

Keywords: initial orbit determination, Gauss method, Laplace method

[†]corresponding author

1. 서 론

우주물체감시라 함은 우주통제의 본질로서 우주물체를 탐지, 식별, 추적하고 위치를 예보하는 일체의 행위를 말한다(Daniel 1999). 이미, 우주 선진국들은 우주통제를 목적으로 우주감시시스템을 운용하고 있으며, 우주감시 및 추적에 대한 높은 정밀성을 위해 레이더 및 광학시스템에 레이저시스템을 병행하여 통합적인 우주 추적 및 감시시스템을 구축하는 추세이다(박필호 외 2004).

하지만, 국내의 우주물체감시 관련 실정은 아직 인공위성 광학관측시스템 개발을 위한 연구단계 수준에 불과하다. 대표적인 선행 연구로는 1999년부터 진행된 한국천문연구원과 연세대학교의 인공위성 및 지구접근천체 감시연구(박필호 외 2004)와 2000년부터 3년 동안 진행되었던 경희대학교의 인공위성 광학관측을 위한 소형망원경 시스템 개발 연구(이동규 2003)가 있다. 이처럼 국내 실정은 서두에서 언급한 우주감시, 다시 말해 인공위성 감시 활동 일체인 탐색 및 탐지, 궤도결정, 식별, 추적, 예보, 목록화의 전체 과정을 수행할 수 있는 시스템 수준에는 미흡하다. 현재, 국내에서 수행할 수 있는 위성관측 과정을 간단하게 설명하면 아래와 같다.

관측하려고 하는 위성을 공개된 위성목록¹⁾에서 선별 후 이를 궤도전파하여 관측가능한 시간을 예보하고, 예보된 시간에 맞추어 광학관측시스템을 구동하여 위성을 관측한다. 다음, 관측을 통해 획득한 영상에서 위성을 탐지하여 위치정보(각 정보)를 얻고, 이 위치정보를 이용하여 궤도를 결정한다. 여기서 핵심은, 아직까지는 공개된 위성목록의 위성만을 관측할 수 있다는 것이다. 따라서, 위성목록을 자력으로 확보, 유지할 수 있는 기술의 개발 필요성이 대두되었고, 선진국의 선행된 기술을 바탕으로 연구를 진행하고 있다.

위성목록의 유지를 위해서는 일단, 미지위성의 탐사를 통해 궤도정보를 획득할 수 있는 능력이 선행되어야 한다. 그리고, 획득된 궤도정보를 지속적으로 최신화하여 이를 유지할 수 있어야 한다. 이러한 관점은 궤도결정단계에서도 적용되어진다.

위성의 각 위치정보를 이용하여 궤도를 결정하는 방법은 Gauss, Laplace, Double-r 반복법이 있다(Escobal 1975). 세 방법은 모두 세 쌍의 광학 관측 자료를 이용하여 궤도를 결정하는 방법이며 세 쌍의 광학 관측 자료의 시간간격에 따라 정밀도가 변화하는 특성이 있다. Gauss, Laplace 방법은 5분 이내의 짧고 일정한 시간간격에서 효과적인 결과를 보여주는 반면, double-r 반복법은 관측 자료의 시간간격이 앞의 두 방법에 비해 길며, 간헐적인 경우 사용하는 방법이다(Vallado 2001). 이러한 특징으로 인해, 위의 세가지 방법 중 국내 기술로 위성목록 유지를 위해 추천되는 궤도결정법은 Gauss와 Laplace 방법이다. 왜냐하면, 수초의 짧은 시간간격에서 탐사가 가능한 미지위성의 궤도 결정은 Gauss, Laplace 방법이 효과적이며, 국내 실정상 수적으로 한정된 시스템을 이용하여 다수의 위성목록을 유지하려면 시간적 제약이 따르게 되기 때문이다.

궤도결정 연구에서 가장 중요하게 다뤄지는 부분은 무엇보다도 정밀도와 관련된 내용일 것이다. 이러한 관점에서 Gauss와 Laplace 예비궤도 결정법은 그 이론적 접근방법으로 인해 세 쌍의 관측 자료가 이루는 시간간격에 따라 궤도결정 정밀도가 변화하는 특성이 있다. 국내에서 기 발표된 3편의 논문에서도 Gauss와 Laplace 예비궤도 결정법의 시간간격에 따른 정밀도 특성을 연구한 바 있으며 각 논문의 주요 내용은 다음과 같다.

먼저, NOAA-14(저궤도)를 대상으로 Gauss 방법은 시간간격이 길수록, Laplace 방법은 시간간

¹⁾CeleStrak 2004, <http://celestrak.com/NORAD/elements/notice.asp>

그림 1. Gauss 방법의 프로그램 알고리즘.

격이 짧을수록 보다 정밀한 결과를 보여준다. 또한, Laplace 방법은 관측 자료의 시간간격이 너무 짧거나 길 경우 정밀도가 떨어져 Gauss 방법보다 적절한 시간간격을 구하기가 어렵다고 언급한다(김두환 외 1987). 다음, GPS BIIA-14(중궤도)와 무궁화 2호(정지궤도)를 대상으로 Gauss 방법은 시간간격이 길수록 정밀도가 나빠지는 결과를 보여준다(이우경 외 2004). 끝으로, GPS BIIA-14(중궤도)에 대한 Gauss 방법의 정밀도는 시간간격이 길수록 좋아지며, 무궁화 5호(정지궤도)에 대한 Gauss 방법의 정밀도는 시간간격이 길수록 나빠지는 결과를 보여준다(최진 2008).

위의 세 가지 연구를 분석한 결과 다음의 의문사항들이 도출되었다. 첫째, 개별위성에 대한 연구 결과이기때문에 이를 통해 전체 위성에 대한 일반적 특성인지의 여부는 확인할 수가 없다. 둘째, GPS BIIA-14(중궤도)의 경우 상이한 결과를 보여주었다. 셋째, 세 연구는 공통적으로 Gauss 방법이 Laplace 방법보다 정밀하다라고 언급한다.

따라서, 이 연구에서는 위성목록 유지를 위한 관점에서 Gauss와 Laplace 방법의 시간간격에 따른 궤도결정 정밀도 변화 특성을 좀 더 자세히 알아보았다. 수초의 짧은 시간간격에서 위성의 지속

그림 2. 동경벡터간에 형성되는 삼각형의 면적.

추적이 가능한 궤도결정 결과를 보이는지 확인하였으며, 두 방법을 통한 궤도결정에서 최적 정밀도를 얻는 방법이 존재하는지를 확인해 보았다. 또한, 기존의 연구에서 도출된 세가지 의문사항을 확인해 보았다.

2. 연구방법

2.1 프로그램 알고리즘

위성의 광학관측 자료를 이용한 예비궤도 결정은 세 쌍의 관측좌표를 (α, δ) 한 쌍의 동경벡터와 속도벡터로 나타내는 과정으로 그 이론적 내용은 Escobal(1975)이 알기 쉽게 설명하고 있다. 또한, 실제 위성관측시스템에 적용되어지는 Gauss와 Laplace 방법의 프로그램 알고리즘은 김두환 외(1987), Vallado(2001)의 자료에서 참고할 수 있다. 단, 이 연구에서는 기존의 Gauss 프로그램 알고리즘에서 그림 1의 점선 박스로 표시된 조건식이 추가되었다. 조건식은 Gauss 방법에서 적용되어지는 정밀도 향상 과정과 관련된 내용으로 다음과 같은 이유로 수행되어진다.

Gauss 방법의 계산 시작은 세 개의 위치벡터가 하나의 평면위에 있다고 가정하는 것에서 출발하며, 그러한 관계는 식 (1)과 같이 표현된다.

$$c_1 \mathbf{r}_1 + c_2 \mathbf{r}_2 + c_3 \mathbf{r}_3 = 0 \quad (1)$$

이때, 계수 c_1 과 c_3 는 그림 2와 같이 동경벡터 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3$ 가 이루는 삼각형의 면적비로 표현되며 이러한 삼각형의 면적비는 시간의 함수인 f, g 급수방정식을 이용하여 수정 시간간격의 근사함수인 식 (2)로 변환이 가능하다. 여기서, 식 (2)는 f 급수방정식에서 τ^3 이상의 항과 g 급수방정식에서 τ^4 이상의 항을 무시하고 계산한 근사치이므로, 그림 1의 정밀도 향상 과정을 통해 좀 더 정밀한 값으로 개선된다. 그리고 이러한 과정은 식 (2)의 초기 면적비에 의해 구해진 ρ 와 개선된 면적비로 구해진 ρ 의 차가 임의의 오차한계에 이를 때까지 반복된다. 하지만, ρ 의 차가 정밀도 향상 과정을 통해 발산하는 경우도 종종 있어, 이러한 반복을 탈출하는 조건식을 추가하였다.

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{A_{23}}{A_{13}} \simeq \frac{\tau_3}{\tau_{13}} \left\{ 1 + \frac{v_2}{6} (\tau_{13}^2 - \tau_3^2) \right\} \\ c_3 &= \frac{A_{12}}{A_{13}} \simeq \frac{\tau_1}{\tau_{13}} \left\{ 1 + \frac{v_2}{6} (\tau_{13}^2 - \tau_3^2) \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

그림 3. 실험에 사용된 전체 위성의 분포도.

2.2 모의 관측 자료를 이용한 실험

Gauss와 Laplace 예비궤도 결정법의 방법론적인 특성 확인과 가능한 다수의 위성에 대한 궤도결정 특성을 확인할 필요가 있어 모의 관측 자료를 이용한 실험을 실시하였고, 다음과 같은 과정을 통해 모의 관측 자료를 생성하였다.

미 의회의 승인으로 미 우주 사령부에서는 CFE(Commercial and Foreign Entities) Space-Track Website를 통해 보유한 위성목록 중 일부를 TLE(Two Line Elements)형태로 공개하고 있다²⁾. 이러한 위성목록은 가입승인을 득한 후 열람할 수 있지만, 가입이 되어 있지 않은 일반사용자는 보통 T.S.Kelso가 운영자로 있는 Celestrak.com을 이용하여 확보할 수 있다. 이 실험에서는 여기서 확보한 2009년 8월 23일자의 전체 위성목록(1226개)을 활용하였다.

기존 연구에서 착안하여, Gauss와 Laplace 예비궤도 결정법의 정밀도 변화 특성이 위성을 궤도에 따라 분류한 저·중·정지궤도별로 다른 특성을 보일 것이라고 예상하고, 궤도요소 중 이심률과 장반경을 기준으로 전체 위성목록을 그림 3과 같이 저·중·정지궤도로 새로이 범주화하였다.

예비궤도 결정 시 사용되는 관측 자료(α, δ) 생성을 위해, 1226개의 TLE를 SGP4/SDP4 궤도전파 모델을 활용하여 TLE 기산시간(epoch) 기준으로 1일 궤도전파하였다. 전체위성은 대덕관측소(경도 E127.222812, 위도 N36.235795)에서 관측 가능한 위성으로 선별하고, 궤도전파의 결과인 위치, 속도벡터는 적경과 적위형태로 변환하여 관측 자료를 생성하였다. 앞서 언급하였듯이 모의 관측 자료는 예비궤도 결정의 방법론적인 특성을 확인하기 위한 목적이 우선시되므로, 임의의 관측오차는 삽입되지 않았으며 또한, 적경, 적위의 소수점 자릿수로 인한 오차를 배제하기 위해 이 실험에서는 소수점이하 12자리까지 사용하였다. 이를 통해 저궤도 418개, 중궤도 32개, 정지궤도 95개에 대한 모의 관측 자료를 획득하였다.

예비궤도 결정 시 적용된 관측 자료의 시간간격은 15초에서부터, 저궤도는 5분까지, 중·정지궤도는 10분까지 15초 간격으로 적용하였다. 저궤도의 경우 5분까지의 시간간격을 적용한 것은, 저궤도 특성상 박명 시에 잠시 동안만 관측이 가능하여 다량의 관측데이터를 획득하기 어렵기 때문이다(이동규 2003). 또한, 관측 가능한 자료의 수가 위성별로 제한되기 때문에 저궤도의 경우 5분 이내의 관

²⁾CeleStrak 2004, <http://celestrak.com/NORAD/elements/notice.asp>

표 1. 관측시스템.

시 스템	설 명
구경	50cm
주초점	f/1.9
마운트	포크식 마운트
CCD	2048×2048
Field of View	$1.72^{\circ} \times 1.72^{\circ}$
Pixel Size	3.02 arcsec

표 2. 실제 관측 자료 정보.

	중궤도	정지궤도
관측 대상	COSMOS 2435	OPTUS D2
관측 시간	2009.3.26. 6:31:00~7:40:00(UT)	2009.3.22. 7:01:00~8:10:00(UT)
자료 수량		70개
관측 시간간격		1분

측 자료도 상당수 적용되었다. 가장 짧은 시간간격으로 적용된 15초는 현존 기술로 실제 관측이 가능한 시간간격이다(Estrella et al. 2008).

2.3 실제 관측 자료를 이용한 실험

모의 관측 자료를 이용한 실험과 같은 내용을 특정 중궤도 위성과 정지궤도위성에 대하여 실제 관측 자료를 이용하여 동일하게 수행하였으며, 이는 실제 관측 시스템에서 관측오차가 적용될 시의 특성을 파악하기 위함이다. 예비궤도 결정의 정밀도 확인을 위한 실제 위성의 위치와 속도 성분은 관측된 위성의 관측일 TLE를 관측시간과 동일하게 궤도전파한 결과로 대신하였다. 사용된 관측시스템과 관측 자료 정보는 각각 표 1, 표 2와 같다.

궤도결정에 적용된 시간간격은 1분에서 20분까지로 모의 관측 자료를 이용한 실험보다 길게 설정하였다. 이는 관측시간간격이 1분단위이고 관측오차가 삽입되어 시간에 따른 오차의 변화 경향성이 뚜렷하지 않을 수 있기 때문이다.

3. Gauss와 Laplace 방법의 성능검증

3.1 모의 관측 자료를 이용한 Gauss와 Laplace 방법의 성능검증

3.1.1 저궤도 위성에 대한 관측 시간간격에 따른 오차 변화

그림 4는 이 실험에서 실시한 420개의 저궤도 위성들에 대한 Gauss 방법의 결과로서, 관측 시간간격에 따른 위치와 속도성분의 오차를 보여준다. 위치성분의 오차에서 보여지듯 점선으로 표시된 두 개의 위성을 제외하면 Gauss 방법의 위치성분에 대한 오차는 5분 이내의 시간간격 범위에서 시간간격이 증가할수록 오차가 다소 감소하였고, 속도 성분의 오차는 시간간격 변화에 따른 추이 없이 일정한 오차를 나타냈다. 위치오차에서 특이한 추이를 보인 두 개의 위성은 알고리즘상의 정밀도 향상 과정을 거치지 않아 발생한 것이다. 이 연구에서 적용한 관측 시간간격은 Taff가 언급한 f, g급수의 수렴반경 $P\tau/2\pi$ (P: 궤도공전주기)안에 드는 것으로 급수가 발산하지는 않는다(Taff 1984). 하지만, 정밀도 향상 과정 자체가 수행되지 않는 경우에는 시간간격이 증가함에 따라 오차가 증가했다. 그림

그림 4. 저궤도 위성에 대한 Gauss 방법의 관측 시간간격에 따른 오차.

그림 5. 저궤도 위성에 대한 정밀도 향상 과정을 수행하지 않은 Gauss 방법의 위치 오차.

5는 동일한 418개의 저궤도 위성들에 대해 프로그램상의 정밀도 향상 과정을 수행하지 않은 Gauss 방법의 결과이며, 이를 통해 시간간격이 증가함에 따라 오차가 증가하는 것을 재차 확인할 수 있었다.

이 실험을 통해 확인한 결과 정밀도 향상 과정은 저궤도 위성일 경우에 주로 수행되는 과정이며, 정밀도 향상 과정을 거치지 때문에 시간간격의 증가에 따라 오차가 다소 줄어드는 경향을 보이는 것이다. 이는 뒤에 설명되는 중궤도 위성과 정지궤도 위성의 결과에서도 확인되며, 중궤도 위성과 정지궤도 위성의 경우는 정밀도 향상 과정이 대부분 수행되지 않는다.

그림 6은 동일 저궤도 위성들에 대한 Laplace 방법의 결과로서, 오차정도가 Gauss 방법에 비해 상당히 크며, Gauss 방법과는 반대로 시간간격이 증가함에 따라 위치, 속도성분의 오차가 모두 증가하는 결과를 보여준다. 이것은 단위벡터의 미분치를 구할 때 Taylor 전개를 사용하기 때문으로, 일반적으로 Taylor 전개는 그 시간에 대한 항이 작을 때에 잘 맞는다(김두환 외 1987).

시간간격에 대한 정밀도 변화 측면에서 본다면, 저궤도 위성들에 대한 이 실험은 김두환 외(1987)가 연구한 저궤도 위성(NOAA 10) 실험 결과와 어느 정도 일치한다고 볼 수 있다. 김두환 외(1987)의

그림 6. 저궤도 위성에 대한 Laplace 방법의 관측 시간간격에 따른 오차.

그림 7. 저궤도 위성에 대한 Gauss 방법의 관측 시간간격에 따른 궤도요소별 변화율(장반경은 이심율과, 승교점이각은 경사각과 유사한 결과를 보이므로 생략).

연구에서는 예비궤도 결정 결과인 위치, 속도 성분을 궤도요소로 변환 후 실제 위치의 궤도요소들과 비교하여 그 근사 정도를 정밀도로 취급하였다. 궤도요소는 위치, 속도 벡터와의 함수관계로 상호 변환이 가능하고, 특정시각에서의 위치를 구분 지을 수 있는 명확한 지표가 될 수 있기 때문이다. 하지만, 위치벡터와 속도벡터를 각운동량($\mathbf{h} = \mathbf{r} \times \mathbf{v}$)을 이용하여 6개의 변수로 변환할 때 각각의 궤도요소마다 영향을 주는 정도가 다르게 되어 어떤 궤도요소는 시간에 따른 그 변화의 경향성이 다른 궤

그림 8. 저궤도 위성예에 대한 Laplace 방법의 관측 시간간격에 따른 궤도요소별 변화율(장반경은 이심율과, 승교점이각은 경사각과 유사한 결과를 보이므로 생략).

표 3. 예비궤도의 궤도요소 변화율 정의.

궤도요소	Change rate (%)
장반경(a)	$ \text{real}(a) - \text{iod}(a) / \text{real}(a) \times 100$
이심률(ecc)	$ \text{real}(\text{ecc}) - \text{iod}(\text{ecc}) / 1 \times 100$
경사각(i)	$ \text{real}(i) - \text{iod}(i) / \pi \times 100$
승교점적경(Ω)	$ \text{real}(\Omega) - \text{iod}(\Omega) / 2\pi \times 100$
근지점인수(ω)	$ \text{real}(\omega) - \text{iod}(\omega) / 2\pi \times 100$
평균근점이각(M)	$ \text{real}(M) - \text{iod}(M) / 2\pi \times 100$

real: 실제 궤도요소, iod: 예비궤도 결정 궤도요소

도요소와 다르게 나타날 수도 있는 문제점이 있다. 이에 궤도요소의 근사 정도로 시간에 따른 정밀도 변화 특성 파악이 가능한지를 확인하기 위해 추가적으로 실제 위치, 속도성분을 접용궤도요소로 변환하여 예비궤도의 접용궤도요소와 비교하여 보았다. 여기서 주의해야 할 것은 실제위치를 나타내는 궤도요소는 평균궤도요소가 아닌 접용궤도요소여야 한다. 평균궤도요소는 섭동을 배제한 것으로 특정시각에서의 위성 위치를 나타내는 것이 아니기 때문이다. 만약, 평균궤도요소를 비교대상으로 한다면 예비궤도 결정 결과인 접용궤도요소를 평균궤도요소로 변환하여 비교하여야 한다.

그림 7과 그림 8은 각각 Gauss와 Laplace 방법에 대한 관측 시간간격에 따른 궤도요소별 변화율로서, 각각의 궤도요소 변화율은 표 3과 같이 정의하였다. 전체위성에 대한 궤도요소별 오차의 크기

는 개개 위성간 변위차이가 서로 심하여 그래프상에서 한눈에 파악하기가 어렵다. 따라서, 이를 비율로서 표현하였고 비율에서의 분모항은 그 궤도요소가 갖는 범위의 최대값을 적용하였다.

Gauss 방법에 대한 궤도요소별 변화율을 살펴보면, 시간간격에 따른 변화율의 증감을 파악하기가 어렵다(점선 표기: 정밀도 향상 과정을 거치지 않은 위성). 위치성분의 오차가 시간간격에 따라 감소하였지만 그 변위가 크지 않았고, 속도 성분은 시간간격에 따라 일정한 오차를 보였기 때문에 궤도요소 변화율의 시간간격에 따른 증감 또한 두드러지게 나타나지 않았다. 오히려 개개의 위성에 대해 수치적으로 확인해 본 결과, 위치 성분의 오차 추이와는 반대로, 시간간격에 따라 변화율이 증가하는 것도 상당수 확인할 수 있었다. 또한, 근지점인수와 평균근점이각은 상당한 차이를 나타낼 수가 있어 정밀도 비교에서 사용하기에는 부적합한 궤도요소로 판단된다. 결과적으로 Gauss 방법에서 궤도요소의 근사 정도로 시간에 따른 정밀도 변화 특성을 파악하기는 어려울 수 있다.

반면, Laplace 방법에서는 시간간격에 따른 궤도요소별 변화율이 장반경, 이심률, 경사도, 승교점적경에서 위치, 속도 오차 추이와 비슷한 경향을 보였다. 저궤도 위성에 대한 Laplace 방법의 경우 시간간격에 따른 위치, 속도 오차의 변화가 뚜렷하기 때문에 궤도요소 변화율에서도 그 경향성이 확연히 드러난 것이다. 하지만 장반경과 이심률 변화율에서 알 수 있듯 일부 위성에 대해서는 다른 궤도요소의 변화율과 그 변화의 경향성이 다르게 나타나기도 하였다. 또한 근지점인수와 평균근점이각의 경향성은 Gauss 방법과 마찬가지로 너무 커서 정밀도 비교 대상으로서는 부적합하다고 판단된다.

3.1.2 중궤도 위성에 대한 관측 시간간격에 따른 오차 변화

이 실험에서 실시한 32개의 중궤도 위성에 대한 Gauss 방법의 오차는 그림 9와 같다. 대부분의 중궤도 위성이 시간간격 증가에 따라 오차가 증가하였으며, 이는 이우경 외(2004)의 연구 결과와 일치한다. 하지만, 점선으로 표시된 2개의 위성은 일정한 오차추이를 보였고, 일부 위성은 오차가 감소하기도 하였다. 점선으로 표시된 2개의 위성은 저궤도 위성 오차 분석에서 언급한 정밀도 향상 과정을 거친 위성이며, 이를 통해 시간간격의 증가와 무관하게 정밀하면서도 일정한 오차를 보였다. 일부 중궤도 위성에서 시간간격 증가에 따라 오차가 감소하는 경향을 보인 것은 관측된 시점에서의 위성의 위치 때문인 것으로 추측이 가능하다. 정밀한 원궤도(이심률 = 0)일 경우 중간시각을 기준으로 한 동경벡터 r_1, r_3 의 이동각은 같게 되며, r_1, r_3 가 휩쓸게 되는 삼각형의 면적비는 동일하게 된다. 여기서 발생하는 주된 오차는 r_1, r_3 가 형성하는 삼각형의 면적비가 부채꼴 형태의 본래 면적비보다 부정확하게 표현되어 발생하는 오차이다. 이러한 경우, 시간간격 증가에 따라 오차가 증가하여야 한다. 왜냐하면, 시간간격이 증가하면서 동경벡터 r_1, r_3 가 형성하는 삼각형의 면적비가 부채꼴 형태의 본래 면적비보다 점점 부정확하게 되기 때문이다. 하지만, 위성의 궤도가 타원궤도일 경우 위성의 위치에 의해 동일한 시간간격이라 하더라도 중간시각을 기준으로 한 동경벡터 r_1, r_3 의 이동각 크기($\Delta v_{12}, \Delta v_{23}$)가 달라질 수 있으며, 식 (2)에서 표현된 면적비 역시 달라질 수 있다. 타원궤도를 이루는 대부분의 위성들은 중간시각의 위치가 근지점과 원지점이 아닌 경우 중간시각의 양측 동경벡터가 이루는 삼각형의 면적이 동일하지 않게 되지만 이 실험에서 확인한 결과, 시간간격 증가에 따라 오차가 감소한 위성들은 모두 오차가 감소한 시간간격에서 c_1, c_3 계수가 서로 근사한 값을 취하였다. 즉, 중간시각을 기준으로 한 양측의 동경벡터가 휩쓰는 삼각형의 면적비가 같을 때 좀 더 정밀한 결과를 보이는 것으로 추측이 된다(중간시각을 기준으로 양측의 관측 자료 시간간격이 다를 경우

그림 9. (a) 중궤도 위성에 대한 Gauss방법의 관측 시간간격에 따른 오차, (b) (a)를 확대한 그래프.

동일 시간간격을 적용할 때보다 오차가 커지는 특성이 있다). 하지만, c_1, c_3 계수가 서로 근사한 값을 취하더라도 다른 요인으로 인해 오차가 증가할 수도 있는 것으로 보인다. 예를 들면, c_1, c_3 계수가 근사하여 오차가 줄어드는 효과보다 면적비로 인한 오차가 상대적으로 클 경우에 오차가 줄어드는 효과는 상쇄될 수도 있다.

시간간격 증가에 따라 오차가 감소하는 원인을 관측된 위성의 특정 위치에 의한 것이라고 볼 수 있는 또 다른 요인이 있다. 관측지점에서의 위성의 고도각에 따라 정밀도가 변화하는 특성이 그것이다. 그림 9a에서 일부 위성은 다른 위성들에 비해 오차의 정도가 상대적으로 크게 나타났다. 이는 관측지점에서 각각의 위성들의 관측 고도각(elevation)이 달라서 발생한 것으로, 관측데이터의 중간 시각 고도각을 시간경과에 따라 달리한 실험에서 확인할 수 있었다. 그림 10a는 24개의 위성에 대해 관측지점에서 위성이 최고고도일 때를 중간시각으로 한 결과로, 시간간격이 10분일 때 최대 약 225km의 위치오차를 보였다. 반면, 그림 10b는 동일 위성들에 대하여 최고고도가 되기 20분 전일 때를 중간시각으로 한 결과로, 동일 시간간격에서의 위치오차는 최대 700km까지 증가하였다. 즉, 관측지점에서 위성의 고도각이 가장 클 때, 보다 정밀한 결과를 보이는 것을 알 수 있다.

그림 11과 같이 중궤도 위성에 대한 Laplace 방법의 위치와 속도 오차는 Gauss 방법보다 오차의 크기면에서 정밀한 것으로 나타났다. 또한, 시간간격에 따른 오차의 변화폭이 저궤도 위성에서의 그것보다 작다. 중궤도 위성은 동일 시간간격이라 하더라도 저궤도 위성보다 이동각이 작아 단위벡터의 미분항들이 좀 더 정확하게 표현되기 때문이다. 이 실험에 따르면 서론에서 언급한 Laplace 방법

그림 10. (a) 관측지점에서 위성이 최고고도일 때를 중간시각으로 한 Gauss 방법의 위치 오차, (b) 동일 위성들에 대하여 위성이 최고고도가 되기 20분 전일 때를 중간시각으로 한 위치 오차.

그림 11. 중궤도 위성에 대한 Laplace 방법의 시간간격에 따른 오차.

의 계산 정밀도가 Gauss 방법보다 상대적으로 떨어진다고 알려져 있는 내용(김두환 외 1987, 이우경 외 2004, 최진 2008)은 저궤도 위성의 경우에만 해당된다.

시간간격이 증가하여도 오차가 감소하는 위성은 Gauss 방법에서 오차가 줄어든 위성과 같은 위성이며, 이 역시 실제 이동각으로 인해 단위벡터의 미분항이 좀 더 정확하게 표현되어 계산되기 때문이다. 관측지점에서 위성의 고도각에 따른 정밀도 변화 경향성은 Gauss 방법에서의 결과와 같지만, 그 차이는 작다.

시간간격에 대한 정밀도 변화 측면에서 이와는 다르게 분석된 최진(2008)의 연구는 일단, 분석방법에서 차이가 있다. 최진(2008)의 연구에서는 하나의 중궤도 위성(GPS BIJA-14)에 대해서 시간간격을 1분에서 5분까지 변화한 예비궤도 결정 결과를 얻고, 이 결과를 다시 관측된 데이터 시간과 일치하게 궤도전파하여 적경과 적위 결과를 얻었다. 그리고 이를 실제 위성의 적경, 적위와 비교하여 정밀도를 언급한다.

최진(2008)의 연구 결과에서는 예비궤도 결과가 산출된 기산시간(epoch time)에서 오차가 가장 적고, 기산시간 전후의 궤도전파 결과는 기산시간으로부터 멀어질수록 오차가 크게 나타났다. 이는 궤도전파 모델이 갖는 당연한 오차이며, 주목해야 할 것은 시간간격에 대한 오차이다. 시간간격이 중

그림 12. (a) 정지궤도 위성에 대한 Gauss방법의 관측 시간간격에 따른 오차, (b) 정지궤도 위성에 대한 Laplace 방법의 관측 시간간격에 따른 오차.

가함에 따라 오차가 줄어드는 형태를 보인 것은 이 실험의 결과에서 앞서 언급한 위성의 위치로 인한 결과로 보여진다. 이 실험의 결과 위성의 위치로 인한 요인을 배제할 경우 중궤도 위성들은 시간 간격에 따라 오차가 증가하여야 하기 때문이다. 따라서, 예비궤도 결정에 적용된 위성의 위치로 인해 동일위성에 대한 이우경 외(2004)의 결과와 최진(2008)의 결과는 다르게 나올 수 있다.

3.1.3 정지궤도 위성에 대한 관측 시간간격에 따른 오차 변화

정지궤도 위성의 경우 그림 12에서와 같이 시간에 따른 오차의 변화 특성이 중궤도 위성과의 유사하지만 각속도로 인해 조금 다른 특성을 보인다. 먼저, 중궤도 위성과는 달리 적용된 시간간격에 비해 위성의 이동각이 작아 중궤도 위성보다는 그 오차의 크기가 작게 나타났다.

다음, 중궤도 위성의 결과와 마찬가지로 Gauss 방법과 Laplace 방법 모두에서 시간간격의 증가에 따라 오차가 감소한 위성들이 나타났다. 하지만, 시간간격 측면에서 조금 다르게 나타났는데, 이는 두 방법에서 위성의 위치로 인한 민감성이 각속도로 인해 조금 다르게 나타난 것으로 보인다. 즉, Gauss 방법에서 시간간격이 짧을 때(1~2분 이내)까지만 오차가 감소한 것은 정지궤도의 특성(이심률이 0에 가깝고, 적경이 $\pm 15^\circ$ 범위 내)으로 그 면적비의 변화 요인이 적기 때문이며, Laplace 방법에서 Gauss 방법보다 좀 더 긴 시간간격(최대 10분)까지 오차가 감소한 것은 이론상의 접근차이(단위벡터 미분항의 표현)로 인한 위성의 위치에 대한 민감성이 Gauss 방법보다 더 크기 때문인 것으로

그림 13. (a) COSMOS 2435 위성의 실제 관측 자료를 이용한 Gauss 방법에서의 관측 시간간격에 따른 오차, (b) 같은 내용의 Laplace 방법에서의 관측 시간간격에 따른 오차(회색실선: 모의관측자료를 이용한 결과).

보인다.

다음, 속도성분에 대해서 15초 간격과 15초 이상 시간간격 오차의 차이가 크게 발생한 위성이 있는 것은 그 이동각이 너무 작아서 발생한 수치적 오류때문이다. 즉, 세 쌍의 동경벡터가 거의 같은 위치에 있는 경우, 좀 더 정밀한 관측 자료가 사용되어야 하나 이 실험에서 사용된 소수점 이하 12자리까지의 적경, 적위자료는 다소 부정확한 수치일 수 있다.

3.2 실제 관측 자료를 이용한 Gauss와 Laplace 방법의 성능검증

예비궤도 결정에 사용된 실제 관측 자료는 특정 중궤도 위성과 정지궤도 위성의 자료로, 1분 간격의 70개 자료이다. 데이터는 편의상 차례대로 1번부터 70번까지로 구분하였다. 예비궤도 결정 시 적용된 시간간격은 1분에서 20분까지이며, 예비궤도 결정에 사용되는 세 쌍의 데이터 중 중간시각에서의 결과만을 이용하여 분석하였기에, 21번 데이터가 관측된 시간부터 50번 데이터가 관측된 시간까지 시간경과에 따른 30개의 결과가 산출되었다.

3.2.1 중궤도 위성의 시간간격에 따른 오차변화

그림 13은 중궤도 위성인 COSMOS 2435 위성에 대한 결과이며, 회색실선은 실제 관측 자료와의 비교를 위한 모의 관측 자료를 이용한 결과이다. 관측오차는 관측영상에서 위성의 위치를 결정할 때의 오차이다. 위성은 영상에서 두께를 갖는 선(streak)으로 표시되며, 위성의 위치는 선의 끝점으로

그림 14. (a) OPTUS D2 위성의 실제 관측 자료를 이용한 Gauss 방법에서의 관측 시간간격에 따른 오차, (b) 같은 내용의 Laplace 방법에서의 관측 시간간격에 따른 오차(회색실선: 모의관측자료를 이용한 결과).

부터 결정된다. 이때, 관측시스템으로 인한 시각동기 오차(< 0.5 초)와 선의 끝점을 결정할 때의 오차($2 \sim 7$ pixel)가 발생하며, 이로 인해 대덕관측소 시스템에서는 최대 약 20arcsec 정도의 관측오차가 발생한다(이우경 외 2004).

COSMOS 2435 위성에 적용된 평균 관측오차는 적경 $4.999653\text{E-}02^\circ$, 적위 $3.15\text{E-}06^\circ$ 로 대덕 관측소 시스템이 갖는 최대 오차인 20arcsec ($0.5555\text{E-}03^\circ$)보다 적경은 다소 크며, 적위는 상당히 작은 편이다. 여기서, 관측시스템이 갖는 최대오차보다 적경의 오차가 크게 나온 이유는 실제위치가 궤도 전파된 결과이기 때문이다.

Gauss, Laplace 방법 모두 실제 관측 자료를 이용한 결과는 관측오차로 인해 시간간격이 짧을수록(위치성분은 2분 이내, 속도성분은 3분 이내) 궤도결정에서 사용하기에는 부적합할 정도의 오차를 발생시켰다. 또한, 시간간격이 5분 이상이 되는 구간에서는 모의 관측 자료를 이용한 결과와 비교적 비슷한 결과를 보였다. 짧은 시간간격에서는 위성의 이동각(약 $0.0083^\circ/\text{s}$)에 비해 관측오차의 영향이 상대적으로 크게 적용됐기 때문이며, 5분 이상이 되는 시간간격에서는 이러한 영향이 줄어들었기 때문이다.

중궤도 위성에 대한 시뮬레이션 결과에서 Laplace 방법이 Gauss 방법보다 좀 더 정밀한 결과를 보인 것처럼 실제 관측 자료를 사용한 결과에서도 Laplace 방법이 Gauss 방법보다 정밀한 결과를 보였다.

그림 15. (a) 정지궤도 위성의 모의 관측 자료 수치 정밀도를 소수점 이하 7자리로 설정한 Gauss 방법의 궤도결정 오차, (b) 정지궤도 위성의 모의 관측 자료 수치 정밀도를 소수점 이하 5자리로 설정한 Gauss 방법의 궤도결정 오차.

3.2.2 정지궤도 위성의 시간간격에 따른 오차변화

그림 14는 정지궤도 위성인 OPTUS D2 위성에 대한 결과이며, 범례는 중궤도 위성이다. OPTUS D2 위성에 적용된 평균 관측오차는 적경 $-1.219357\text{E}-01^\circ$, 적위 $4.181143\text{E}-02^\circ$ 로 대덕 관측소의 관측 최대오차보다 상당히 크다. 이러한 이유로 모의 관측 자료를 이용한 결과와는 달리 중궤도 위성보다 정지궤도 위성의 오차 크기가 크게 나타났다. 또한, 같은 이유로 인해 20분까지의 시간간격동안 실제 관측 자료를 이용한 결과에서는 두 방법의 정밀도가 비슷한 결과를 보인다. 두 방법의 모의 관측 자료에서의 오차가 Gauss 방법보다 10배 이상의 차이가 나긴 하지만, 관측오차가 적경, 적위 모두 최대 관측오차보다 0.1° 이상을 상회하기 때문이다. 이는 모의 관측 자료의 관측오차 크기 변동을 통한 실험에서 확인해 볼 수 있다. 그림 15는 3.1.3절의 실험에서 적용된 소수점 이하 12자리 관측 자료 수치 정밀도를 소수점 이하 7자리와 5자리로 설정한 궤도결정 결과로, 이를 통해 관측오차의 크기로 인한 궤도결정 오차의 크기 변화를 어느 정도 예상할 수 있다.

정지궤도 위성의 각속도는 약 $0.004^\circ/\text{s}$ 로 시간간격에 따른 이동각이 중궤도 위성보다 작아 관측오차의 영향을 중궤도 위성보다는 좀 더 긴 시간간격(위치, 속도성분 모두 5분 이내)까지 받는다.

실제 관측 자료를 통한 실험에서 알 수 있듯, 대덕관측소의 관측오차 기준에서 짧은 시간내에 관측이 가능한 미지위성의 탐사는 불가능하다. 하지만, 일정범위의 시간간격에서 최소의 오차를 보이는 구간을 찾을 수 있기 때문에 궤도정보 최신화 목적을 위한 위성별 궤도결정 적정 시간간격은 알아낼 수 있다.

4. 결 론

모의 관측 자료(저궤도: 418개, 중궤도: 32개, 정지궤도: 95개)와 실제 관측 자료(중궤도: COSMOS 2435, 정지궤도: OPTUS D2)를 이용하여 Gauss 방법과 Laplace 방법의 예비궤도 결정을 수행하였고 관측 자료의 시간간격 변화에 따른 궤도결정 정밀도 특성을 확인하였다.

먼저, 두 방법은 위성의 궤도 분류에 따라 일반적인 정밀도 특성을 갖는다. 궤도 분류에 따라 위

성의 운동형태가 비슷하기 때문이다. Gauss 방법은 시간간격의 증가에 따라 저궤도 위성의 경우, 5분 이내에서 위치성분의 오차가 감소하고 속도성분의 오차는 일정한 경향성을 보인다. 그리고 중·정지궤도 위성의 경우, 10분 이내에서 오차가 증가하는 경향성을 보인다. Laplace 방법은 시간간격의 증가에 따라 저궤도는 5분 이내에서, 중·정지궤도 위성은 10분 이내에서 모두 오차가 증가하는 경향성을 보인다. 이러한 특성에 작용되는 지배적인 요인은 다음과 같다. Gauss 방법은 세 개의 동경벡터가 이루는 면적비가 부정확하게 표현되기 때문이며, Laplace 방법은 단위벡터의 수치미분항이 부정확하게 표현되기 때문이다. 단, Gauss 방법에서는 정밀도 향상 과정을 통해 시간간격의 증가에 따라 오차가 다소 줄어들거나 일정한 결과를 보인다. 정밀도 향상 과정은 대부분의 저궤도 위성에서 수행되는 과정이며, 중·정지궤도 위성의 경우는 대부분 이러한 과정을 거치지 않는다. 이러한 이유로 Gauss 방법은 저궤도 위성의 궤도결정에 적합하며, Laplace 방법은 중·정지궤도 위성의 궤도결정에 적합하게 사용될 수 있다.

다음, 시간간격에 따른 일반적인 정밀도 특성은 위성의 궤도상의 위치로 인해 다른 형태의 경향성을 보일 수 있다. 두 방법은 모두 위성의 위치가 관측지점으로부터 최고 고도에 위치할 때 오차가 줄어들며, 특히, Gauss 방법에서는 적용된 시간간격 동안 중간시각 양측의 동경벡터가 동일한 면적을 휩쓸게 될 때 오차가 줄어드는 결과를 보인다.

실제 관측 자료를 이용한 실험에서는 관측오차로 인해 모의 관측 자료를 이용한 실험보다 오차가 크게 발생하였고, 관측 시간간격이 짧을수록(위치성분을 기준으로 COSMOS 2435 위성은 2분 이내, OPTUS D2 위성은 5분 이내) 이 오차는 커서 궤도결정에서 사용하기에는 부적합할 정도의 정밀도를 보였다. 하지만, 최소 오차를 보이는 시간간격을 찾을 수 있었다. 위치성분을 기준으로 COSMOS 2435 위성의 경우, Gauss 방법은 시간간격이 5~7분일 때 150km 이내의 오차를 보였고, Laplace 방법은 시간간격이 5~20분일 때 100km 이내의 오차를 보였다. OPTUS D2 위성의 경우, Gauss 방법과 Laplace 방법의 오차는 매우 유사하며, 시간간격이 13~20분일 때 1000km 이내의 오차를 보였다. 결과적으로, 대덕관측소 시스템(최대관측오차 20arcsec)과 전통적인 방식의 Gauss, Laplace 방법을 이용한 궤도결정은 미지위성의 탐사 목적으로 사용되기에는 부적합하지만, 이미 알고 있는 위성궤도의 최신화를 위한 목적으로는 충분히 사용 가능하다.

위성 감시를 위해서는 미지위성의 탐사가 최우선 과제임에 틀림없지만, 이러한 목적으로 예비궤도 결정을 수행하기에는 이 실험의 전통적인 예비궤도 결정방법은 비효율적이다. 따라서, 최근 유럽에서 연구하고 있는 위성 탐사에 적용 가능한 다른 방식의 예비궤도 결정법을 국내에서도 연구할 필요가 있다(Estrella et al. 2008).

참고문헌

- 김두환, 김천휘, 신종섭, 박필호, 최규홍, 이병선, 조중현, 박상영, 이정숙 1987, 인공위성 궤도의 추적적 예보의 기술 개발에 관한 연구(I) (대전: 한국천문연구원), pp.185-223
- 박필호, 임형철, 문홍규, 임홍서, 이우경 2004, 인공위성 광학추적 및 감시연구 (대전: 한국천문연구원)
- 이동규 2003, 박사학위논문, 경희대학교
- 이우경, 임형철, 박필호, 윤재혁, 임홍서, 문홍규 2004, 한국우주과학회지, 21, 221

최진 2008, 석사학위논문, 경북대학교

Daniel, G. 1999, The Changing Role of the U.S. Military in Space (CA: RAND), pp.45-54

Escobal, P. R. 1975, Method of Orbit Determination (New York: John Wiley & Sons, Inc.), pp.245-270

Estrella, O., Noelia, S. O., Mercedes, R. L., Miguel, B. M., Heiner, K., & Fernando, P. 2008, MNRAS, 391, 1259

Taff, L. G. 1984, AJ, 89, 1426

Vallado, D. A. 2001, Fundamentals of Astrodynamics and Application (New York: McGraw-Hill), pp.411-445