論文

DAE 해법과 PPTA(Partial Periodic Trimming Algorithm)를 이용한 헬리콥터 트림해석 및 비행 시뮬레이션

김창주*

Helicopter Trim Analysis and Flight Simulation by Using DAE Based PPTA (Partial Periodic Trimming Algorithm)

Chang-Joo Kim*

ABSTRACT

To get a periodic trim solution from Level II helicopter flight dynamic equations, DAE based PPTA (Partial Periodic Trimming Algorithm) has been proposed. Iterative update of state variables from PPTA can cause a numerical instability in DAE solver which needs compatible initial conditions. By simply adjusting the order of DAE solver a periodic trim can be obtained with good accuracy. Application for CBM (Common Baseline Model) helicopter showed the same trim result as harmonic balance method and the effective elimination of unrealistic initial responses at the start of flight simulation.

초 록

Level II 헬리콥터 비행운동 방정식으로 부터 주기성 트림해를 구하기 위해 DAE 해법에 근거한 PPTA(Partial Periodic Trimming Algorithm)를 제안하였다. PPTA의 반복계산으로 수정된 상태변수는 적합한 초기조건이 요구되는 DAE해법에서 수치불안정을 일으킬 수 있다. 간단하게 DAE 차수를 조절함으로써 정확한 주기성 트림을 얻을 수 있었다. 수치해법을 CBM(Common Baseline Model) 헬리콥터에 적용하여 harmonic balance 방법과 동일한 트림해를 얻었으며 시뮬레이션 초기의 과도응답을 효과적으로 제거할 수 있음을 밝혔다.

Key Words : Helicopter(헬리콥터), Periodic Trim(주기성 트림), 비행 시뮬레이션(Flight Simulation), DAE Solver(DAE해법), PPTA(부분주기 트림해석법)

기 호와 약어

u, v, w : 동체의 비행속도	ω^P, ω^C : 예측자 및 수정자 다항식
p, q, r : 동체의 각속도	P : 변수변환 매트릭스
ϕ, θ, ψ : 동체의 자세 및 방위각	c : Under-relaxation 상수
γ_C : 비행경로각	β : 플래핑각 혹은 사이드슬립각
λ : 유입류 성분	δ : 로터 깃에서의 조종각
V_F : 비행속도 ($V_F = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$)	n_T : 선회비행 하중계수
m, n : 반복계산수와 적분단계를 나타내는 정수	e : 단위벡터

† 2002년 7월 26일 접수 ~ 2002년 9월 14일 심사완료

* 정회원, 한국항공우주산업(주)

연락처, E-mail : kcj@koreaero.co.kr

경남 창원시 성주동 244번지

I. 서 론

헬리콥터의 경우 주기성 트림(periodic trim)을 고려하지 않고 비행시뮬레이션을 시작하는 경우 조종입력이 없이도 초기 과도응답이 나타날 수 있다. 로터운동을 고려한 주기성 트림을 사용함으로써 이러한 과도응답을 피할 수 있고 이에 적합한 해법으로 PPTA (Partial Periodic Trimming Algorithm)가 개발되어 응용되고 있다[1,2]. 비행 역학 해석에 적합한 Level II 로터 운동방정식을 참고문헌[3]과 같이 유도하는 경우 $f(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, t) = 0$ 와 같은 일반적인 DAE (Differential Algebraic Equation) 형태를 갖는다[4]. 위 DAE 방정식을 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, t)$ 와 같은 ODE 형태로 유도가 불가능할 경우 DAE해법을 사용하여야 한다. ODE해법과는 달리, DAE해법은 시스템 인덱스가 0 및 1인 경우에 한해 일반적인 해법이 존재하고 상태량과 그 도함수의 초기값이 방정식을 만족시켜야 하는 초기조건의 적합성이 요구되나 대수식(예: 대수식의 플랩, 유입류 모델 등)이 포함된 경우라도 동시에 시간적분기가 가능하다는 장점이 있다.

DAE해법을 헬리콥터 해석에 적용한 예로 Celi[5]의 주기성 트림과 동특성 해석이 있다. Celi는 DAE 시간적분법으로 로터와 동체의 주기성 트림해를 동시에 구하는 경우, 동특성을 계산하는 형태가 되어 수렴된 주기성 트림을 얻을 수 없음을 밝혔다. 이를 극복키 위해 로터만의 주기성 트림을 계산한 뒤 동체와 결합된 트림루틴에서 비정상 로터 공기력을 보정하는 2단계 트림해석 절차를 개발하여 사용하였다. 그러나, 주기성 트림해법인 PPTA가 로터 공탄성 문제를 포함하여 광범위한 응용영역을 갖는 경제적인 해석법이라는 점에서 사용이 검토되었어야 한다고 본다. 다만, PPTA 반복계산에 따른 상태변수의 불연속성이 DAE해법이 요구하는 초기조건에 대한 적합성을 충족시키지 못하는 문제를 극복해야 하는 어려움이 예상된다.

본 논문은 DAE 해법을 사용한 PPTA를 개발하는 연구로 선택가능한 DAE해법의 옵션(예: 적분차수, 시간간격 등)을 제한하여 부적합한 초기조건에 따른 DAE해법의 수치 불안정을 해소하는 기법을 제안하였다. 제안된 DAE해법에 근거한 PPTA를 CBM(Common Baseline Model) 헬리콥터[6]의 주기성 트림해석에 적용하여 정확성을 평가하고 동특성 해석에 주는 영향을 평가하였다.

II. 본 론

2.1 헬리콥터 운동방정식 및 트림조건

DAE형태를 갖는 Level II 헬리콥터 비행운동 방정식은 참고문헌[3,7,8]에 수록되어 있으며, 본 연구에 적합한 주로터의 플래핑 운동이 고려된 운동방정식은 아래와 같이 표현된다.

$$f(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = [f_R, f_F, f_I, f_T]^T = 0 \quad (1)$$

하첨자 R, F, I와 T는 동체, 플래핑, 유입류 및 테일로터 등의 방정식임을 각각 나타낸다. 주로터 깃이 4개인 경우 상태변수 $\mathbf{x}$ 와 조종입력 $\mathbf{u}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= [\mathbf{x}_R, \mathbf{x}_F, \mathbf{x}_I, \mathbf{x}_T]^T \\ \mathbf{x}_R &= [u, v, w, p, q, r, \phi, \theta, \psi]^T \\ \mathbf{x}_F &= [\tilde{\beta}^{(1)}, \tilde{\beta}^{(2)}, \tilde{\beta}^{(3)}, \tilde{\beta}^{(4)}, \beta^{(1)}, \beta^{(2)}, \beta^{(3)}, \beta^{(4)}]^T \\ \mathbf{x}_I &= [\lambda_0, \lambda_{1C}, \lambda_{1S}]^T \\ \mathbf{x}_T &= [\lambda_{TR0}, \beta_{TR1C}, \beta_{TR1S}]^T \\ \mathbf{u} &= [\delta_0, \delta_{1C}, \delta_{1S}, \delta_{TR}]^T \end{aligned}$$

트림조건식을 위한 방위각속도는 비행속도 V_F , 선회비행 하중계수 n_T 및 비행경로각 γ_C 을 이용하여 (2)식으로 표현되며 직선비행에서는 $\dot{\psi} = 0$ 가 된다. 트림조건식은 사이드 슬립각 β 를 이용하여 아래와 같이 표현된다.

$$\dot{\psi} = \pm \frac{g}{V_F} \sqrt{\frac{n_T^2}{\cos^2 \gamma_C} - 1.0} \quad (2)$$

$$f_{TRM1} = V_F \sin \gamma_C - u \sin \theta + v \sin \phi \cos \theta + w \cos \phi \cos \theta$$

$$f_{TRM2} = V_F^2 - u^2 - v^2 - w^2$$

$$f_{TRM3} = v - V_F \sin \beta$$

$$f_{TRM4} = \dot{\psi} - (q \sin \phi + r \cos \phi) / \cos \theta$$

2.2 PPTA와 DAE해법

2.2.1 PPTA (Partial Periodic Trimming Algorithm)

동일특성의 깃을 갖는 로터에 대해 조종입력이 일정한 트림비행하에서 동체, 주로터, 유입류 및 테일로터 상태변수들이 $2\pi/4$ (로터 깃수=4인 경우)의 로터 위상각차를 주기로 하는 부분 주기 특성(partial periodicity)을 가지며 아래와 같이 표현된다[1,2].

$$\mathbf{x}_R(2\pi/4) = \mathbf{x}_R(0), \quad \mathbf{x}_F(2\pi/4) = \mathbf{P}_F \mathbf{x}_F(0)$$

$$\mathbf{x}_I(2\pi/4) = \mathbf{x}_I(0), \quad \mathbf{x}_T(2\pi/4) = \mathbf{x}_T(0)$$

$$\mathbf{P}_F = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{FS} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_{FS} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_{FS} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

윗식을 종합하면 부분 주기 특성은 식(3)과 같다.

$$\mathbf{x}(2\pi/4, \mathbf{x}_0) - \mathbf{P} \mathbf{x}_0 = 0 \quad (3)$$

여기서, $\mathbf{P} = \text{diag}(I_9, \mathbf{P}_F, I_3, I_3)$, $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(0)$
트림조건은 $0 \sim 2\pi/4$ 범위에서 상태변수의 평균값
을 이용하여 아래와 같은 절차로 계산한다[1].

$$f_{TRM}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) = f_{TRM}(\bar{\mathbf{s}}) = 0 \quad (4)$$

$$\text{여기서, } \bar{\mathbf{s}} = [\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}]^T = \frac{4}{2\pi} \int_0^{2\pi/4} \mathbf{s}(\psi) d\psi$$

$$\mathbf{s} = [\mathbf{x}, \mathbf{u}]^T$$

Sequential shooting algorithm과 Newton 계산법
을 이용하는 PPTA의 절차는 다음과 같다[1]. 여
기서 N 과 c 는 각각 트림상태변수와 조종입력 수
를, $M=N+c$ 및 $i=0, 1, 2, \dots, M$ 를 각각 나타낸다.

STEP I : 초기조건 지정 ($\mathbf{s}(0)$)

STEP II : 초기조건 미소교란

$$\mathbf{s}_i(0) = \mathbf{s}(0) + \varepsilon_i \mathbf{e}_i \quad (\varepsilon_0 = 0)$$

STEP III : 시간적분 및 트림 오차 벡터 계산

$$\mathbf{y}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(2\pi/4) \\ \delta \end{bmatrix}_{\mathbf{s}(0)}, \quad \delta = f_{TRM}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u})$$

STEP IV : Jacobian Matrix Φ 계산

$$\Phi = \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{s}} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} - \mathbf{P} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix}$$

$$\Phi_{11} = \frac{\partial \mathbf{x}(2\pi/4)}{\partial \mathbf{x}(0)} \quad \Phi_{12} = \frac{\partial \mathbf{x}(2\pi/4)}{\partial \mathbf{u}}$$

$$\Phi_{21} = \frac{\partial \delta}{\partial \mathbf{x}(0)} \quad \Phi_{22} = \frac{\partial \delta}{\partial \mathbf{u}}$$

STEP V : Newton 반복계산 (m : 반복계산 수)

$$\mathbf{s}^{m+1}(0) = \mathbf{s}^m(0) - \mathbf{c} \Phi^{-1} \mathbf{E}^m$$

$$\mathbf{E}^m = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(2\pi/4) - \mathbf{P} \mathbf{x}(0) \\ \delta \end{bmatrix}_{\mathbf{s}(0)} = \mathbf{y}_0 - \begin{bmatrix} \mathbf{P} \mathbf{x}(0) \\ 0 \end{bmatrix}$$

STEP VI : STEP II, III, IV, V의 반복

PPTA에서는 시간적분구간이 로터 깃 수에 비례하여
줄어들기 때문에 기존의 해법에 비해 단축된 계산시간
과 향상된 수렴성을 기대할 수 있다.

2.2.2 DAE (Differential Algebraic Equation) 해법

DAE 해법은 예측자와 수정자의 2 단계 계산
절차로 구성되며 참고문헌[4]의 기호와 약어를 이
용하면 차수가 k 인 경우 다음의 절차에 따른다.

I. 예측자 단계(Predictor Step) : $i=0, 1, 2, \dots, k$

$$(a) \quad \omega_{n+1}^P(t_{n-i}) = \mathbf{x}_{n-i}$$

$$(b) \quad \mathbf{x}_{n+1}^{(0)} = \omega_{n+1}^P(t_{n+1})$$

$$(c) \quad \dot{\mathbf{x}}_{n+1}^{(0)} = \dot{\omega}_{n+1}^P(t_{n+1})$$

II. 수정자 단계(Corrector Step) : $1 \leq i \leq k$

$$(d) \quad \omega_{n+1}^C(t_{n+1} - ih_{n+1}) = \omega_{n+1}^P(t_{n+1} - ih_{n+1})$$

$$(e) \quad \omega_{n+1}^C(t_{n+1}) = \mathbf{x}_{n+1}$$

$$(f) \quad \dot{\omega}_{n+1}^C(t_{n+1}) = \dot{\mathbf{x}}_{n+1}$$

$$(g) \quad f(\dot{\omega}_{n+1}^C(t_{n+1}), \omega_{n+1}^C(t_{n+1}), t_{n+1}) = 0$$

$$\text{여기서, } h_{n+1} = t_{n+1} - t_n$$

예측자 단계는 $k+1$ 개의 전단계 상태변수 적분값
 $\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{n-1}, \mathbf{x}_{n-2}, \dots$ 을 이용하여 식(a)을 만족시
키는 예측자 다항식 ω_{n+1}^P 를 정의하고 (b)와 (c)
식을 이용하여 $n+1$ 시간단계에서 상태변수 예측
값인 $\mathbf{x}_{n+1}^{(0)}, \dot{\mathbf{x}}_{n+1}^{(0)}$ 을 구하는 절차이다.
Devided difference 다항식을 이용한 예측자 다
항식 ω_{n+1}^P 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \omega_{n+1}^P(t) &= \mathbf{x}_n + (t - t_n)[\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{n-1}] \\ &+ (t - t_n)(t - t_{n-1})[\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{n-1}, \mathbf{x}_{n-2}] \\ &+ \dots \\ &+ (t - t_n)(t - t_{n-1}) \dots (t - t_{n-k+1}) \\ &[\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{n-1}, \dots, \mathbf{x}_{n-k}] \end{aligned}$$

Devided difference의 반복계산식은 아래와 같다.

$$[\mathbf{x}_n] = \mathbf{x}_n$$

$$[\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{n-1}, \dots, \mathbf{x}_{n-k}]$$

$$= \frac{[\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{n-1}, \dots, \mathbf{x}_{n-k+1}] - [\mathbf{x}_{n-1}, \dots, \mathbf{x}_{n-k}]}{t_n - t_{n-k}}$$

수정자 단계는 식(d), (e)를 만족시키는 수정자
다항식 ω_{n+1}^C 을 정의하고 (f)식을 적용하여 $n+1$
시간의 상태변수 도함수 $\mathbf{x}_{n+1}$ 를 상태변수
 $\mathbf{x}_{n+1}$ 의 대수식으로 나타내고 이를 DAE 시스템
에 대입하여 대수방정식 (g)식의 해를 구하는
단계이다. 위 조건을 만족시키는 $\dot{\mathbf{x}}_{n+1}$ 은 다음
과 같이 표현된다[6].

$$\dot{\mathbf{x}}_{n+1} = \dot{\mathbf{x}}_{n+1}^{(0)} - \frac{\alpha_s(\mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{x}_{n+1}^{(0)})}{h_{n+1}}$$

$$\alpha_s = - \sum_{j=1}^k \frac{1}{j}$$

따라서, DAE방정식은 다음과 같이 대수식으로
표현된다(하첨자 $n+1$ 생략).

$$f\left(\dot{\mathbf{x}}_{n+1}^{(0)} - \frac{\alpha_s(\mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{x}_{n+1}^{(0)})}{h_{n+1}}, \mathbf{x}_{n+1}, t_{n+1}\right) = 0$$

$$\text{혹은 } f(\alpha \mathbf{x} + \beta, \mathbf{x}, t) = 0$$

그림 1. 함수 $f(t) = \sin 2\pi t$ 에 대한 예측자 다항식(divided difference interpolation)의 특성

여기서, $\alpha = -\frac{\alpha_s}{h_{n+1}}$, $\beta = \dot{\mathbf{x}}_{n+1}^{(0)} - \alpha \mathbf{x}_{n+1}^{(0)}$
 윗식에 Newton방법을 적용하여 $\mathbf{x}_{n+1}$ 를 구하는
 반복계산식은 아래와 같이 표현된다.

$$\mathbf{x}^{(m+1)} = \mathbf{x}^{(m)} - c G^{-1} f(\alpha \mathbf{x}^{(m)} + \beta, \mathbf{x}^{(m)}, t)$$

$$\text{여기서, } G = \alpha \frac{\partial f}{\partial \dot{\mathbf{x}}} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}$$

자코비안 매트릭스는 차분법을 이용하여 다음의
 식으로 각각의 j번째 열을 계산할 수 있다.

$$G_j \approx \frac{1}{2\Delta x_j} [f(\alpha(\mathbf{x} + \Delta x_j \mathbf{e}_j) + \beta, \mathbf{x} + \Delta x_j \mathbf{e}_j, t) - f(\alpha(\mathbf{x} - \Delta x_j \mathbf{e}_j) + \beta, \mathbf{x} - \Delta x_j \mathbf{e}_j, t)]$$

PPTA와의 결합에서 고려해야할 DAE 해법의 주
 요 특성은 다음과 같다[4].

- (D-1) 적분정확도는 ω^P , ω^C 의 차수 k가 결정한다.
- (D-2) 시스템 Index ($\dot{\mathbf{x}}$ 를 구하기 위한 미분수)가 2
 이상의 DAE에 대한 일반적인 해법은 없다.
- (D-3) 지정된 초기조건 $\mathbf{x}(0)$, $\dot{\mathbf{x}}(0)$ 은 $\mathbf{f} = \mathbf{0}$ 를 만
 족시켜야 수치정확도와 수렴성이 보장된다.

2.3 PPTA와 DAE 해법의 결합방법

참고문헌[4]에는 선형시스템에 대해 초기조건
 적합성 요구조건 (D-3)의 영향을 분석하여 놓았
 으며 초기조건이 부적합한 경우 수치해의 정확도
 와 수렴성이 보장되지 않음을 밝혔다. 본 연구에
 서는 PPTA와 DAE해법의 절차를 세밀히 검토하
 여 부적합한 초기조건의 영향을 최소화할 수 있
 는 결합방법을 제안하고자 한다.

차수 k인 DAE 해법의 예측자 다항식은 k+1개
 의 전단계 계산값이 사용된다. PPTA STEP III의
 최초적분시 초기값은 $\mathbf{x}(0) = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{x}(2\pi/4)$ 를 이
 용한 전단계 최종적분값의 역변환값이 아니라
 STEP V에서 수정된 초기 상태변수 $\mathbf{x}(0)$ 와 STEP
 II에서 미소교란된 초기조건 $\mathbf{x}(0) + \epsilon_i \mathbf{e}_i$ 를 사용
 하기 때문에 $i=1, 2, \dots, k$ 에 대응되는 상태변수
 $\mathbf{P}^{-1} \mathbf{x}_{n-i}$ 와의 사이에 불연속이 발생하고, 초기
 값에 대한 적합성 요구조건을 만족시킬 수 없게
 된다. 이러한 불연속성은 PPTA 반복계산 초기에
 서 심하며 주기성 트림이 수렴함에 따라 그리고
 STEP II의 미소 교란량 ϵ_i 을 가능한 한 적게 설
 정함으로써 완화될 수 있음을 알 수 있다.

그림 1은 함수 $f(t) = \sin(2\pi t)$ 에 대한 DAE해법
 의 예측자 다항식의 특성을 나타낸 것으로 독립
 변수 $\psi = 2\pi t$ 를 사용하여 나타낸 그림이다. 그림
 (a)는 DAE차수의 영향을 나타낸 것으로 비교적
 큰 시간간격 $\Delta\psi = 45^\circ$ 에 대해 차수가 1, 2인 경
 우(ORD=1~2) 예측오차가 큰 반면 차수가 3 이
 상에서는 정확도가 유사함을 보여준다. 그림(b)는
 시간간격 $\Delta\psi$ 의 크기에 따른 영향을 나타낸 것으
 로 $\Delta\psi = 40^\circ$ 이상에서는 예측오차가 매우 커짐을
 나타낸다. 그림(c)와 그림(d)는 $\psi = 180^\circ$ 에서 데
 이터가 불연속성을 갖도록 $\psi > 180^\circ$ 이상에서
 $f(t) = \sin(2\pi t) + 1$ 을 사용한 경우, 불연속 변수들
 에 대해 예측자 다항식의 차수에 따른 영향을 나
 타낸 것이다. 차수가 클수록 오차가 큰 구간의
 수가 많아지고 예측오차도 증가함을 보여준다.
 그림(e)와 (f)는 $\psi > 180^\circ$ 에서 $f(t) = \sin(2\pi t) + 2$ 를

그림 2. DAE based PPTA를 적용한 $V_F=250\text{km/hr}$ 에서의 전진비행 트림해석결과 ($\Delta\psi=2.5^\circ$)

사용하여 불연속을 2배로 증가시킨 경우로 오차의 크기도 비례하여 증가함을 보여준다.

이상의 분석으로 PPTA와 DAE해법의 결합시 고려해야할 사항은 다음과 같이 요약할 수 있다.

- (1) 적분정확도를 위해 차수 $k=3$ 이상이 요구됨,
- (2) 불연속데이터의 영향을 최소화 하기 위해 적분차수를 줄여야함(3), PPTA를 이용한 트림해석시 시간적분간격은 PPTA의 특성 주기값 $2\pi/4$ 임을 고려하면 $\Delta\psi=10^\circ$ 이하값이 바람직함. 따라서, 차수결정에 있어 PPTA초기 단계와 최초시간적분에서 적분차수를 최소화하고 수치해가 수렴함에 따라 원하는 적분차수가 되도록해야 한다. 위의 검토로 부터 포트란 내장함수 MIN, MAX 를 이용하여 다음의 차수결정법을 제안하였다.

$$k = \text{MIN}\left[\frac{m}{5} + 1, k_{\max}, \text{MAX}\left(n, \frac{m}{10} + 1\right)\right]$$

여기서, k : $n+1$ 시간단계에서의 차수
 m : PPTA 반복계산수
 $k_{\max}$: 허용된 최대차수(입력값)
 n : 시간단계 ($\psi=0$ 에서 $n=1$)

첫번째 항은 PPTA 반복계산수가 작은 경우 차수를 1로 줄이고 매5회 반복계산마다 적분차수를 1씩 증가시킴으로써 불연속 상태변수의 영향을 최소화 하기 위한 수단이다. 마지막 항은 불연속 데이터가 문제가 되는 $n=1$ 의 최초 적분시간에 대

해 PPTA의 초기 반복계산시 적분차수를 제한하기 위한 수단이다. 이상의 방법은 DAE해법과 PPTA의 결합시 나타날 수 있는 문제를 해결하는 방법의 하나로 초기조건이 충분히 수렴된 것으로 판단되는 경우 적분차수를 1씩 증가시키게 되어 마지막 수렴단계에서는 허용된 최대차수 $k_{\max}$ 가 모든 적분구간에서 적용된다. 따라서, 수렴성을 확보하고 원하는 수치정확도를 얻을 수 있는 효과적인 방법이다.

2.4 수치해석 및 검토

수치해석은 AG06의 CBM 헬리콥터에 대해 적용하였으며 참고문헌[7]에 모델링 특성이 서술되어 있다. 그림 2는 $V_F=250\text{km/hr}$ 의 전진비행에서 주기성 트림의 수렴과정을 도시한 것으로 harmonic

그림 3. DAE based PPTA해법의 수렴특성

balance방법에 의한 트림해를 초기조건으로 사용하였으나 주기트림과 약간의 차이를 나타낸다. 반복계산은 주로터 3회전 동안 대부분 수렴하였다. 이는 PPTA 반복계산수가 12 ($=3 \times 4$) 에 대응되는 시간으로 사용된 초기조건에 거의 관계없음을 보였다. 그림 3은 반복계산수에 따른 수렴성을 도시한 것으로 DAE 차수변경에 따른 영향을 보여주지만 양호한 수렴성을 보임을 알 수 있다. 그림 4는 $V_F = 250 \text{ km/hr}$ 의 전진비행 트림하에서 개별 로터 깃의 플래핑 운동을 나타낸 그림으로 부분 주기 특성을 잘 나타내고 있음을 보여주며 1차 이상의 고차성분 (higher harmonic) 이 동시

그림 4. 플래핑의 주기트림해 ($\Delta\psi = 2.5^\circ$)

표 1. 비행시뮬레이션 방법의 구분

구분	트림해법	트림해석시 플랩변수	시뮬레이션시 플랩변수
HarFct	HBM	HFC	HFC
HarBld	HBM	HFC	IBC
ParFCT	PPTA	IBC	HFC
ParBld	PPTA	IBC	IBC

HBM : Harmonic Balance Method
PPTA: Partial Periodic Trimming Algorithm
HFC : 허브고정 좌표의 플랩 ($\beta_0, \beta_{1C}, \beta_{1S}, \beta_2$)
IBC : 로터 깃 좌표의 플랩 ($\beta^{(1)}, \beta^{(2)}, \beta^{(3)}, \beta^{(4)}$)

에 나타남을 보여준다. 그림 5는 PPTA의 적용결과를 참고문헌 7의 harmonic balance 방법을 이용한 트림해석[7]과 AGARD AG06의 각기관들이 계산한 결과인 Norminal CBM Trend [6]와 비교한 것이다. 트림해석법에 따른 차이는 거의 없으며 $V_F = 200 \text{ km/hr}$ 에 도시한 AG06 각 기관들의 해석결과간의 편차(AG06 Variation)에 비해 본 연구의 해석법이 Norminal CBM Trend에 근사함을 보여준다. 이상의 트림해석 결과로부터 성능예측에서는 PPTA와 harmonic balance방법이 거의 동일한 정확도로 트림상태를 예측할 수 있음을 보여준다.

그림 6은 DAE 해법을 이용한 비행시뮬레이션 결과를 나타낸 것으로 전진속도 80 knots 트림비행에서 종방향 조종간의 3211조종입력[6]에 대한 비행시뮬레이션 결과를 도시한 것이다. 표1은 적용된 트림해석법과 비행 시뮬레이션에서 사용된 주로터 플래핑 변수를 나타낸다. 허브고정 좌표계의 플래핑 변수 $\beta_0, \beta_{1C}, \beta_{1S}, \beta_2$ 를 비행시뮬레이션에서 사용한 경우에도 주로터의 단면에 작용하는 외력의 계산을 위해서는 개별 로터 깃 플래핑 변수 $\beta^{(1)}, \beta^{(2)}, \beta^{(3)}, \beta^{(4)}$ 및 이들에 대한 도함수로 치환하여 속도 및 가속도 등을 계산한다. 시뮬레이션시 사용된 플랩변수의 영향은 없으나 트림해석법에 따라 해석결과에 약간의 차이를 보여준다.

그림 6의 (c)에 나타난 바와 같이 비행시뮬레이션의 초기에 조종입력이 없는 상태 ($t \leq 0.4 \text{ sec}$)에서의 초기 과도응답을 최소화할 수 있는 해법은 PPTA해법을 이용하여 트림해석을 수행하고 개별 로터 깃 상태변수를 사용하여 시뮬레이션을 시작하는 ParBld 방법임을 나타낸다. 따라서, 주기성 트림해를 제공하는 본 연구의 해석법이 매우 유용함을 알 수 있다.

(a) 동체 피치 자세각

(b) 주로터 컬렉티브 피치각

(c) 횡방향 사이클릭 피치각

그림 5. 전진비행에 대한 PPTA, Harmonic Balance방법 및 AG06의 계산결과비교

그림 6. 종방향 3211조종입력을 이용한 CBM 헬리콥터의 비행시뮬레이션

III. 결 론

Level 2 헬리콥터 비행운동방정식에 적합한 트림해석 및 비행시뮬레이션 기법으로 PPTA 와 DAE 해법을 사용하였다. 본 연구에서는 이들 해석법을 결합하여 수렴성 및 적분정확도를 확보하는 방법을 제시하였으며 다음과 같은 주요 연구결과를 얻을 수 있었다.

- (1) 3차 이상의 DAE 적분차수와 $\Delta\psi \leq 10^\circ$ 이하의 시간간격에서 적분을 수행하면 정확한 비행시뮬레이션 결과를 얻을 수 있다.

- (2) PPTA에의 중간해는 DAE 해법의 초기조건의 부적합성을 보이기 때문에 이에 따른 DAE 해법의 수치불안정을 줄이기 위해 저차수의 DAE 해법을 사용하여야 한다.
- (3) 본 연구의 DAE해법에 근거한 PPTA는 양호한 수렴성을 나타고 헬리콥터 트림을 정확히 예측할 수 있음을 보여준다.
- (4) 주기성 트림해를 이용함으로써 비행시뮬레이션 초기 과도 응답을 최소화 할 수 있다.

참고문헌

1. J. Scott G. McVicar and Roy Bradley, "An Investigation into the Stability Characteristics of a Tilt-Rotor Configuration in Turning Flight Using Advanced Modelling and Fast Analysis Techniques", 22th European Rotorcraft Forum, no.2,1996,pp.73.1-73.211.
2. David A. Peters, "Fast Floquet Theory and Trim for Multi-Bladed Rotorcraft", 51th AHS Forum Proceeding, 1995, pp444-459
3. 김창주, "헬리콥터 비행 시뮬레이션을 위한 로터운동방정식 유도", 한국항공우주학회지, 제 30권 3호, pp8-16, 2002
4. K.E. Brennan, S. L. Campbell and L. R. Petzold, "Numerical Solution of Initial-Value Problems in Differential-Algebraic Equations", Society for Industrial and Applied Mathematics, 1996.
5. R. Celi, "Implementation of Rotary-Wing Aeromechanical Problems with Differential-Algebraic Equation Solvers", 55th AHS Forum Proceeding, 1999.
6. Gareth D. Padfield, et al, "Predicting Rotorcraft Flying Qualities through Simulation Modeling : A Review of Key Results From GARTEUR AG06", European Rotorcraft Forum, v.22, no.2,1996, pp.71.1-71.14
7. 김창주, "Level 2 로터운동 모델링을 이용한 헬리콥터 트림해석", 2001년 추계학술발표회 논문집, 한국항공우주학회, 2001, pp504-508.
8. 김창주, 이상기, "Level 2 헬리콥터 비행역학 해석프로그램의 개발과 응용연구", 국방과학연구소, 제8회 항공기 개발기술 심포지움, 2002, pp144-150.