Sine 파형 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더의 비틀림 및 뒹 상수

Torsional and Warping Constants of I-shaped Plate Girders with a Sine Corrugated Web

김승준* · 전진수** · 원덕희*** · 강영종****

Kim, Seungjun · Jeon, Jin Su · Won, Deok Hee · Kang, Young Jong

Abstract

In this study, the equations of torsional and warping constants of a I-shaped plate girder with sine corrugated web are suggested. Because of geometric characteristics of the section, a I-shaped plate girder with corrugated web shows high out-of-plane stiffness, shear strength, and torsional stiffness. Torsional constant and warping constant definitely affect lateral-torsional buckling loads. Therefore, exact estimation of the sectional properties is quite important. But, it is difficult to estimate these properties by former methods. So, this study was focused on suggestion of the rational equations to calculate torsional and warping constants. In order to investigate the effects of geometric characteristics of sine-corrugated webs on torsional stiffness and warping torsional constant, finite element analyses for pure torsional behavior and warping torsional behavior of I-shaped plate girders were performed. By regression analyses of the analytical results, rational equations of the torsional constant and warping constant were suggested. Suggested equations for the properties were validated based on the analytical results of lateral-torsional buckling of simply supported I-shaped plate girder. By suggested equations, torsional and warping constants of I-shaped plate girders with a sine-corrugated web can be rationally estimated and more exact lateral-torsional buckling load can be simply calculated.

Keywords : corrugated web, plate girder, torsional constant, warping constant, lateral-torsional buckling

요 지

본 연구에서는 Sine 파형 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더의 비틀림 상수와 뒹 상수식을 제안한다. Sine 파형 복부판을 갖는 플레이트 거더는 일반적으로 기하학적 특성에 따라 높은 면외 방향 강성 및 전단강도, 비틀림 강성을 갖는다. 특히, 플레이트 I형 거더의 횡·비틀림 강도를 산정하는 데 있어서 부재 단면의 비틀림 상수 및 뒹 상수는 큰 영향을 미치는데, 종래의 수식으로는 Sine 파형 복부판의 이러한 단면상수를 합리적으로 산정하는 데 어려움이 있다. 따라서 본 연구에서는 Sine 파형 복부판의 기하학적 특성을 반영할 수 있는 새로운 제안식을 연구하였다. 쉘 요소를 사용한 I형 플레이트 거더의 순수 비틀림 거동에 대한 유한요소해석결과를 통해 파형의 기하학적 특성에 따른 비틀림 상수 변화를 분석하고 이를 회귀분석하여 수식을 제안하였다. 이후, 순수 비틀림과 뒹 비틀림이 함께 존재하는 조건에서의 유한요소해석 결과를 통해 뒹 상수 계산식을 제안하였다. 이 두 제안식은 단순 지지된 Sine 파형 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더의 횡·비틀림 좌굴 해석 결과를 토대로 검증되었다. 본 연구에서 제안한 두 수식을 통해 Sine 파형 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더의 중요한 두 단면 상수를 명확히 계산할 수 있고, 이를 통해 정확한 횡·비틀림 좌굴 강도를 손쉽게 계산할 수 있다.

핵심용어 : 파형 복부판, 플레이트 거더, 비틀림 상수, 뒹 상수, 횡·비틀림 좌굴

1. 서 론

편평한 일반 강판을 반복되는 파(wave) 형상을 띄게 만든 파형강판(corrugated steel plate)은 그 기하학적 특성에 따라 높은 면외 방향 강성, 전단강도, 비틀림 강성 등을 보인다. 파형의 형상에 따라 파형강판은 Sine 파형, 원형, 지그재그형, 제형 등의 형상으로 제작이 되고 있다. 파형 강판을 복부판

으로 갖는 플레이트 거더는 1925년 경 처음 제안되었으나, 제작의 어려움에 의해 활발히 사용되지 못하다가, 1960년대 중반에 처음으로 건축물에 적용이 되었고, 이후 1989년 프랑스에서 PSC-강합성 박스 거더에 처음으로 복부판으로 적용되었다. 이후 파형 복부판을 갖는 거더의 적용이 꾸준히 증가하였다.

파형 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더는 부재의 길이방향

*정회원 · Texas Transportation Institute, Ph.D (E-mail : rocksmell@gmail.com)

** (주)GS E&C 플랜트토건설계팀 · 대리 (E-mail : chins99@naver.com)

***정회원 · 고려대학교 건축사회환경공학부 · 한국해양연구원 연안개발 에너지 연구부, 공학박사 (E-mail : thekeyone@kiost.ac)

****정회원 · 교신저자 · 고려대학교 건축사회환경공학부 교수 · 공학박사 (E-mail : yjkang@korea.ac.kr)

에 대해 복부판의 위치가 계속 변화하는 특성을 갖는다. 따라서 단면적 및 강축에 대한 단면 2차 모멘트를 제외한 대부분의 기하학적 물성치가 부재의 길이방향에 대해 계속 변화하게 된다. 특히, 약축에 대한 단면 2차 모멘트, 비틀 상수, 뒹 상수 등은 I형 플레이트 거더의 중요한 강도 지표 중 하나인 횡비틀 좌굴 강도를 결정하는 중요한 요소인데, 이러한 물성치를 명확하게 계산할 수 없다면 결국 셸 요소를 사용한 다소 복잡한 구조해석을 통해 부재의 강도 및 강성을 산정해야 한다. 물론, 구조물의 형상, 경계조건 및 하중 조건이 복잡하지 않다면 유한요소해석을 통한 강도 산정이 그리 어려운 일이 아닐 수 있으나, 기본적으로 셸 요소를 이용한 파형 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더의 구조 모델링은 일반 플레이트 거더에 비해 까다롭고, 특히 경계조건이나 하중조건, 고유치 해석 및 비선형 해석기법 적용에 대한 각종 옵션 등은 좌굴 안정성 해석 결과에 민감하게 작용하므로 숙련된 엔지니어가 아니라면 부정확한 결과를 얻을 가능성이 높다. 여기에, 매 설계과정마다 반복적인 해석을 수행하는 것은 시간의 효율성 측면에서도 그리 좋지 않다. 그러나, 부재 단면의 명확한 단면 상수를 안다면 이미 역학적으로 검증되고 유용하게 적용되고 있는 강도 산정식에 대입하여 간단히 결정할 수 있다.

지금까지 파형 복부판을 갖는 플레이트 거더에 대한 연구들이 수행되어왔는데, 주로 해석 및 실험을 통한 거더의 강도 측면에 초점을 둔 연구들이 대부분이었다. Egaaly 등(1997)은 파형 복부판을 갖는 거더의 휨강도에 대한 실험연구를 수행하였고, Sayed-Ahmed(2004)는 FEM을 통한 파형 복부판을 갖는 거더의 횡비틀 좌굴 해석을 수행하였다. 이 연구에서 그는 기존의 설계식을 통한 좌굴하중 비교를 통해, 기존식은 보수적인 좌굴 하중을 산정한다고 하였다. Abbas 등(2006, 2007)은 파형 복부판을 갖는 플레이트 거더의 면내방향 휨거동에 대해 연구하였다. 문지호 등(2007)은 제형 파형 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더의 횡비틀 좌굴 거동에 대해 연구하였는데, 이 연구에서는 단면 상수에 대한 이론적 접근과 함께 유한요소해석을 통한 좌굴안정성 특성이 다루어졌다. 지효선(2011)은 다양한 기하학적 변수를 고려한 제형 파형 복부판 I형 거더의 좌굴거동분석 연구를 통해 각 변수의 영향을 분석하고, 파형 복부판 I형 거더가 일반 플레이트 거더보다 월등한 좌굴강도를 보인다는 점을 드러냈으며, 좌굴강도를 고려한 최적의 제형 파형 각도를 제시하였다.

Lindner(1990)은 실험을 통해 제형 파형 복부판을 갖는 플레이트 거더에서의 비틀 상수 및 뒹 상수에 대한 연구를 하였는데, 그의 연구에서 비틀 상수의 경우는 일반 플레이트 거더와 동일하다는 결론을 맺었다. 그러나 일반적으로 파형 판의 비틀 강성은 일반 판에 비해 커진다는 것은 정성적으로 판단이 가능한 문제이고, 타 연구 및 본 연구에서의 해석 결과에서도 그러한 경향은 명확하게 나타났다.

본 연구에서는 Sine 파형 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더의 명확한 비틀 및 뒹 상수 계산식을 제안하였다. 선행연구들에서 언급된 대로 기하학적 특성에 따라 비틀 상수 및 뒹 상수는 부재 길이방향에 대해 계속 변화하는 특성을 보인다. 따라서 부재의 대푯값이 필요한데, 본 연구에서는 유한요소해석과 순수 비틀 및 뒹 비틀에 대한 정역학적인 힘

과 변위 간의 관계식을 이용하여 수식을 제안하였으며 이 식은 파형의 기하학적 물성치가 변수로 고려될 수 있도록 하였다. 제안식의 타당성 검증을 위해 셸 요소로 모델링된 Sine 파형 복부판 I형 거더의 횡비틀 좌굴해석을 수행하였고, 이 해석결과와 횡비틀 좌굴하중 이론식에 본 제안식을 통해 계산된 단면상수를 대입하여 얻은 좌굴하중을 직접 비교하였다. 비교 결과 좌굴해석 결과와 거의 일치하는 것을 확인하여 제안식의 타당성을 입증하였다.

2. Sine 파형 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더의 비틀 상수

본 장에서는 Sine 파형 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더의 비틀 상수(Torsional constant) J 에 대해 다룬다. 일반적으로 박판으로 구성된 단면의 비틀 상수 J 는 다음과 같이 각 박판의 비틀 상수를 먼저 구하고 이를 단순 합산하여 계산이 가능하다고 알려져 있다(Heins, 1975, Borelli and Schmidt, 2002).

$$J = \sum b t^3 \quad (1)$$

여기서, b : 박판 단면의 폭

t : 박판 단면의 두께

그러나 파형 복부판을 갖는 단면의 경우, 부재의 길이방향에 수직한 방향으로 고려되는 판의 두께가 달라진다. 이를 그림으로 표현하면 다음과 같다.

그림 1과 같이 Sine 파형 복부판은 두께가 일정한 편평한 판을 구부러 제작하기 때문에 제작 후 복부판의 길이방향에 대한 판의 두께 t_w 는 계속 변화한다(물론 파형의 접선의 수직방향에 대한 두께는 동일하다). 그림 1과 같은 Sine 파형 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더의 비틀 상수는 다음과 같이 쓸 수 있는데, 이 식에서의 복부판의 판 두께는 결국 부재의 길이방향에 대해 변화하는 판두께의 등가치가 되어야 한다.

$$J = \frac{1}{3} \{ 2B t_f^3 + (H - t_f) t_w^3 \} \quad (2)$$

여기서, B : 플랜지의 폭, t_f : 플랜지의 두께

그림 1. Sine 파형 복부판의 두께 변화

H : 상/하 플랜지의 도심 간 거리

t_{w-eff} : 비틀 상수 계산을 위한 파형 복부판의 유효 두께

만약, 비틀 하중의 작용축이 명확하고, 판의 기울임 각도가 일정하여 비틀 하중 작용축의 수직방향에 대한 판의 두께가 일정하다면 기존의 이론식을 통해 계산이 가능하나, Sine 파형 복부판의 경우는 제작의 특성에 따라 접선의 기울기와 부재 길이방향의 수직방향에 대한 두께가 계속 변화하기 때문에 기존식에 단순히 적용하기가 어렵다. 따라서 기존식을 이용하여 비틀 상수를 계산하기 위해서는 결과적으로 Sine파형 복부판의 기하학적 형상이 고려된 등가의 판 두께 t_{w-eff} 를 산정해야 한다. 따라서 본 연구에서는 이를 유한요소해석 결과를 토대로 한 제안식을 도출하였다.

2.1 해석 모델 및 제안식 도출 방법

본 연구에서는 Sine 파형 복부판의 유효 두께 t_{w-eff} 는 파형 복부판의 최소 판 두께 t_w (flat 판의 두께)와 계수 α 의 곱의 형식으로 제시한다. 그림 2와 같은 파형 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더의 순수 비틀 해석결과를 토대로 비틀 상수 계산을 위한 유효 두께 계산식을 도출하였다. 유효 두께는 Sine 파형의 기하학적 형상에 영향을 받을 것임은 쉽게 예측이 가능하다. 따라서 유효 두께를 계산하기 위한 계수 α 를 Sine 파형의 폭 w 와 파고 h 가 변수로 고려되는 식의 형태로 제시하기 위해 표 1과 같이 파형의 폭을 고정하고, 파고 h 에 변화를 주어 해석 모델의 제원을 결정하였다. 비틀 해석 결과에 대해서, 복부판 파형의 기하학적 영향성에 국한시키기 위해 파형의 기하형상 이외의 물성치, 즉

부재의 길이, 플랜지의 폭(B)와 두께(t_f), 상/하플랜지의 도심 간 거리(H), 탄성 계수(E) 및 전단 탄성계수(G) 등은 표 1과 같이 고정된 값으로 가정하였다.

유효 두께 계산식 도출을 위한 해석연구에서는 그림 2와 같이 셀 요소(S8R5)를 이용하여 Sine 파형을 갖는 I형 플레이트 거더를 모델링하였다. 본 해석모델은 요소 메쉬(mesh)의 단면비가 1:1에 근접하도록 단면을 기준으로 플랜지는 6등분, 복부판은 10등분이 되도록 요소 메쉬 망이 구성되었다. 이 해석 모델에서 한쪽 끝단은 고정단, 한쪽 끝단은 비틀 하중이 직접 작용하는 하중 재하 단면으로 고려하였다. 고정단에서의 경계조건은, 상/하 플랜지의 양 끝단에서는 수직방향 구속, 복부판 전체 절점에서는 면의 방향(교축 직각방향) 구속, 복부판 중앙절점에서는 길이방향을 구속하여 고정지점에서 뒤틀 변위를 구속하지 않아 뒤틀 비틀의 영향을 최소로 하였다. 비틀 하중은 하중 재하 단면에서 플랜지와 복부판이 만나는 두 절점에 각각 1.0 kN을 반대 방향으로 재하하여 비틀 하중을 만들어 순수 비틀 상태를 구현하였고 이에 따라 작용 비틀 모멘트는 600.0 N·m 이었다. 탄성계수는 200,000 N/mm², 전단탄성계수는 76,900 N/mm²이다. 구조해석은 ABAQUS V6.8을 이용해 수행되었다.

2.2 해석 결과 및 제안

해석 결과를 토대로 유효 복부판 두께는 다음의 과정을 거쳐 계산되었다. 먼저, 해석 후 단면 도심에서 얻은 비틀 각도 ϕ 의 부재 길이방향에 대한 변화율 ϕ' 를 먼저 계산하고, 순수 비틀 상태에서 적용 가능 한 $M_z = GJ\phi'$ 의 공식을 통해 부재 단면 전체의 비틀 상수 J_{total} 을 얻는다. 이어서, 박판 단면에서의 비틀 상수 J 는 각 판의 비틀 상수 간의

그림 2. Sine 파형 복부판 I형 플레이트 거더의 유한요소해석모델(길이 $L=6,000$ mm, 파형 폭 $w=300$ mm, 파고 $h=30$ mm)

그림 3. 순수비틀 상태에서의 변형 형상

표 1. 해석 모델 제원

w (mm)	h (mm)	w/h	기타(mm)
300.0	0.0	0.000	$B=400.0$ $t_f=20.0$ $H=600.0$ $t_w=12.0$ $L=6000.0$
	30.0	0.100	
	40.0	0.133	
	50.0	0.167	
	60.0	0.200	
	70.0	0.233	
	80.0	0.267	
	90.0	0.300	
	100.0	0.333	

표 2. 각 해석 모델의 비틀 상수 및 유효 복부판 두께

h (mm)	ϕ' ($\times 10^{-6}$)	J_{total} ($\times 10^6$ mm ⁴)	J_{web} ($\times 10^6$ mm ⁴)	t_{w-eff} (mm)
0(flat)	3.18	2.47	0.33	12.00
30	2.90	2.69	0.55	14.21
40	2.71	2.88	0.75	15.69
50	2.49	3.13	1.00	17.28
60	2.27	3.44	1.30	18.88
70	2.04	3.82	1.69	20.61
80	1.82	4.29	2.16	22.34
90	1.63	4.78	2.64	23.91
100	1.45	5.27	3.14	25.32

그림 4. 파형의 폭과 높이, 그리고 파형의 길이

표 3. 파형 형상에 따른 유효 복부판 두께와 최소 복부판 두께간 비율

h (mm)	L_{cor} (mm)	L_{cor}/w	$t_{web-eff}$ (mm)	$t_{web-eff}/t_{web}$
0(flat)	300	1.000	12.00	1.000
30	314.44	1.048	14.21	1.184
40	325.23	1.084	15.69	1.308
50	338.60	1.129	17.28	1.440
60	354.25	1.181	18.88	1.574
70	371.90	1.240	20.61	1.717
80	391.28	1.304	22.34	1.862
90	412.15	1.374	23.91	1.993
100	434.28	1.448	25.32	2.110

합이라는 조건(Heins, 1975, Boresi와 Schmidt, 2002)을 통해 $\Sigma \frac{1}{3} b t^3$ 의 수식을 이용하여 전체 비틀 상수에서 양 플랜지의 비틀 상수를 빼어 복부판 만의 비틀 상수 J_{web} 을 얻어낸다. 이 후, $J_{web} = \frac{1}{3} (h - t_f) t_{w-eff}^3$ 이라는 가정 하에 유효 복부판 두께 t_{w-eff} 를 계산하였다.

$$y = h \sin\left(\frac{\pi x}{w}\right) \quad (3)$$

$$L_{cor} = \int_0^w \sqrt{1 + \left(\frac{h\pi}{w}\right)^2 \left(\cos\left(\frac{\pi x}{w}\right)\right)^2} dx \quad (4)$$

표 3과 같이 sine 파형의 기하형상을 나타내는 지표를 파형의 길이방향 폭 w 와 이 폭에서의 파형의 길이 L_{cor} 간의 비를 사용하였다. 파형의 기하학적 형상지표 L_{cor}/w 와 복부판의 유효 두께 $t_{web-eff}$ 와 최소두께 t_{web} 의 비율인 $t_{web-eff}/t_{web}$ 간의 관계에 대해 아래와 같이 통계프로그램 SPSS 12.0을 이용하여 지수함수의 형태로 도출하였다. 이를 통해 결과적으로 비틀 상수 계산을 위한 Sine 파형 복부판의 유효 두께 계수 α 는 다음과 같다.

$$t_{w-eff} = \alpha \times t_w \quad (5)$$

여기서, $\alpha = 2.98 \ln\left(\frac{L_{cor}}{w}\right) + 1.05 (L_{cor}/w > 1.0)$

그림 5는 회귀분석을 통해 얻은 제안식을 유한요소해석을 통해 얻은 유효 두께 $t_{web-eff}$ 결과와의 직접 비교를 통해 회귀식의 정확성을 검토하였다. 검토결과, -1.97~2.04%의 오차를 보이며 해석 결과와 거의 같은 값을 보임을 알 수 있다.

이렇게 유도된 파형 판의 유효 두께를 이용하여 전체 단면의 비틀 상수 $J_{cor}(J_{total})$ 을 재계산하고, 이것을 해석에 의해 얻은 비틀 상수 및 기존 방법(Lindner, 1990)을 통해 얻은 비틀 상수와 비교해보았다.

그림 6과 같이 파형의 파고가 커질수록 비틀 상수는 증가하는 것을 알 수 있다. 복부판의 두께는 일정하다는 기존의 가정(Lindner, 1990) 대로라면 파고가 커질수록 비틀 상수에

(a) FEA 결과 vs 회귀식

(b) 오차율 분석 (오차범위 : -1.97 ~ 2.04 %)

그림 5. 유도된 회귀식의 정확성 검토

그림 6. Sine 파형 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더의 비틀 상수 ($B=400$ mm, $H=600$ mm, $t_f=20$ mm, $t_w=12$ mm, $w=300$ mm)

대한 오차가 커지게 되고 이는 결과적으로 Sine 파형 복부판을 갖는 I형 거더의 비틀 강성 및 강도, 횡비틀 강도를 과소평가하게 되는 원인이 된다. 본 연구를 통해 얻은 제안식을 이용할 경우, 파형의 기하학적 특성에 따른 복부판의 두께 변화를 합리적으로 고려할 수 있어 위 비교결과와 같이 비틀 상수를 보다 정확히 계산할 수 있고 파형 복부판에 의한 비틀 강성 증가효과를 보다 명확히 반영 할 수 있다.

3. Sine 파형 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더의 뒀 상수 C_w

본 장에서는 Sine 파형 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더

그림 7. I형 플레이트 거더 단면

의 뒀 상수 C_w 에 대한 제안식을 다룬다. 그림 7과 같은 일반 I형 플레이트 거더 단면의 뒀 상수는 식 (6)과 같다 (Heins, 1975).

$$C_w = \frac{B^3 H^2 t_f}{24} \quad (6)$$

식 (6)에서 나타난 바와 같이 I형 플레이트 거더의 뒀 상수는 단면의 각 기하학적 변수들의 곱으로 뒀 상수가 결정된다. 본 연구에서는 기존의 I형 플레이트 거더의 계산식에 계수를 곱하여 Sine 파형 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더의 뒀 상수를 결정할 수 있도록 하였다. 즉, 제안식의 형태는 다음과 같다.

$$C_{w-cor} = \beta \times C_{w-fla} \quad (7)$$

여기서,

C_{w-cor} : Sine 파형 복부판 I형 플레이트 거더의 뒀 상수

C_{w-fla} : 일반 I형 플레이트 거더의 뒀 상수

β : C_{w-cor} 와 C_{w-fla} 의 비

3.1 해석 모델 및 제안식 도출 방법

뒀 상수에 대한 제안식을 도출하기 위하여 앞선 비틀림 제안식의 도출과정과 유사하게 매개변수연구 및 통계처리를 통해 수식을 도출하였다. 본 절에서는 먼저 그 방법론에 대해 간략히 기술한다.

(a) 경계조건 및 하중조건

그림 8. 뒀 변위가 고정된 고정단을 갖는 캔틸레버 부재의 비틀림

그림 8과 같이 부재 끝단에 비틀림 하중이 작용하는 캔틸레버 구조(고정단면의 모든 위치에서 길이방향 변위를 구속하여 뒀변위 구속)에서 이 비틀림 하중이 작용할 때의 하중과 변위 간의 관계는 식 (8)과 같다. 고정단에서 뒀변형이 구속된 상태이므로 순수 비틀림과 뒀 비틀림이 함께 존재하게 된다.

$$M_x = T = GJ \frac{d\phi}{dz} - EC_w \frac{d^3\phi}{dz^3} \quad (8)$$

(Heins, 1975)

그리고 이 미분방정식을 z 에 대해 풀면 다음과 같다.

$$\phi = \frac{M_x}{GJ\lambda} [\lambda z - \sin\lambda z + \tan\lambda L (\cosh\lambda z - z)] \quad (9)$$

여기서, $\lambda^2 = \frac{GJ}{EC_w}$

즉, 셀 요소로 모델링한 I형 플레이트 거더에 이와 같은 경계조건을 부여하고 비틀림 하중 M_x 를 부재의 자유단에 재하하여 얻은 비틀림 변위 ϕ 를 전단탄성계수 및 탄성계수 그리고 앞서 유도된 비틀림 상수 J 와 함께 식 (9)에 대입한 후 이 방정식을 풀면 C_w 를 얻을 수 있다. 파형의 기하학적 형상이 결과적으로 C_w 에도 영향을 미친다는 정성적인 판단에 근거하여, 파형의 기하학적 형상을 매개변수로 한 유한요소 해석결과를 토대로 위와 같은 절차를 통해 각 해석모델의 C_{w-cor} 를 계산한 후, 이 결과들을 Sine 파형의 형상을 나

그림 9. 해석 모델(길이 $L=6,000$ mm, 파형 폭 $w=300$ mm, 파고 $h=30$ mm)

(a) 축방향 변위 contour

(b) 수직방향 변위 contour

그림 10. 비틀림 변형 형상(순수 비틀림+뒀 비틀림)

타내는 변수에 대한 통계처리를 하여 제안식을 도출하였다.

그림 9는 본 해석 연구에 적용된 해석 모델을 나타낸다. 해석 대상 구조물은 셀요소(S8R5)에 의해 모델링되었고, 왼쪽 끝단의 모든 절점의 모든 변위성분을 구속하여 비틀림에 의한 뒎 변위까지 구속된 고정단 조건을 정의하였다. 비틀림 하중은 앞선 비틀림 상수 제안 연구와 같이 왼쪽 끝단의 상/하부 플랜지와 복부판이 만나는 두 점에서 방향이 서로 다른 집중하중 1.0 kN을 재하하여 600.0 N·m의 비틀림 하중을 부여하였다. 구조해석은 ABAQUS V6.8을 이용해 수행되었다.

3.2 해석 결과 및 제안

표 4는 각 해석 모델의 해석 결과를 토대로 계산된 뒎

표 4. 해석 후 도출된 뒎 상수

h (mm)	L_{cor}/w	λ ($\times 10^{-4}$)	C_w ($\times 10^{13} \text{mm}^6$)	C_{w-cor}/C_{w-flat}
0	1	2.323	1.747	1.000
30	1.048	2.409	1.785	1.020
40	1.084	2.478	1.803	1.032
50	1.129	2.572	1.819	1.041
60	1.181	2.684	1.834	1.050
70	1.240	2.825	1.843	1.055
80	1.304	2.980	1.857	1.063
90	1.374	3.121	1.886	1.079
100	1.448	3.249	1.920	1.099

(* C_{w-flat} : 일반 I형 플레이트 거더의 뒎 상수)

(a) FEA 결과 vs 회귀식

(b) 오차율 분석 (오차범위 : -0.26 ~ 1.01 %)

그림 11. 유도된 회귀식의 정확성 검토

상수 C_{w-cor} 와 평판 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더의 뒎 상수 C_{w-flat} 와의 비율을 나타내고 있다.

표 4에서 잘 나타나듯이, Sine 파형의 파고가 높아질수록 뒎 상수 역시 커짐을 알 수 있는데, 본 연구에서 다룬 최대 파고인 $h=100.0$ mm의 모델의 경우는 10% 가까이 차이가 남을 알 수 있다. 본 해석결과를 토대로 C_{w-cor} 와 C_{w-flat} 의 비율에 대한 제안식을 파형의 기하형상을 나타내는 변수인 L_{cor}/w 의 함수로 표현하기 위해 회귀분석을 수행하였고, 그 결과는 다음 식과 같다.

$$C_{w-cor} = \beta \times C_{w-flat} \quad (10)$$

여기서, $\beta = 0.24 \ln\left(\frac{L_{cor}}{w}\right) + 1.01 (L_{cor}/w > 1.0)$

그림 11은 회귀분석을 통해 제안된 식 (10)의 정확성 검토를 위해 제안식에 의해 계산되는 뒎 상수와 유한요소해석을 통해 계산되는 뒎 상수를 직접 비교하였다. 비교 결과, 제안식에 의해 계산되는 Sine 파형 복부판 I형 플레이트 거더의 뒎 상수는 그림 11에 잘 나타난 대로 해석 결과 도출된 값과 비교하여 -0.26~1.01%의 오차율을 보여 정확한 뒎 상수 결정이 가능한 것을 알 수 있다.

본 장에서는 뒎 변위까지 구속된 고정단 조건을 갖는 캔틸레버 구조물이 끝단에 비틀림 하중을 받을 때의 비틀림 각 변위와 비틀림 하중간의 관계식을 기반으로 하여, 동일한 조건 하에서 도출된 유한요소해석결과의 회귀분석을 통해 Sine 파형 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더의 뒎 상수 계산식을 제안하였다. 본 도출과정에서는 앞서 제시되고 검증된 비틀림 상수 J 가 함께 적용되었다. 다음 장에서는 Sine 파형 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더의 횡-비틀림 좌굴해석결과를 통해 본 연구에서 제안된 비틀림 상수와 뒎 상수의 검증이 수행하였다.

4. 횡-비틀림 좌굴 해석을 통한 제안식의 검증

본 장에서는 순수휨 상태의 단순 지지된 Sine 파형 복부판 I형 거더의 횡-비틀림 좌굴 해석 결과를 통해 두 제안식의 검증을 다룬다.

본 검증과정에서는 A. 파형의 기하학적 특성에 따른 검증과 함께 B. 부재 길이에 대한 검증을 수행하였다. 이론적으로 부재의 길이는 단면의 비틀림 및 뒎상수에 영향을 주지 않는데, 단면이 동일할 때 부재 길이에 따른 횡-비틀림 좌굴 모멘트 M_{cr} 을 비교분석하여 이를 제안식의 타당성 검증에 활용하였다. 먼저 파형 복부판의 기하형상에 대한 횡-비틀림 좌굴 모멘트 분석에서는 부재의 전체 길이(L)가 6,000 mm이고 표 1의 단면 물성을 갖는 I형 플레이트 거더를 고려하였다. 그리고 부재 길이에 대한 검증에서는 표 5와 같이

그림 12. 횡-비틀림 좌굴해석 모델(부재 길이 $L=6,000$ mm, 파형 폭 $w=300$ mm, 파고 $h=30$ mm)

표 5. 부재 길이 영향 검토를 위한 해석 모델 제원

L(mm)	w/h	기타(mm)
6,000.0	0.133	w=300.0 h=40.0 B=400.0 t _f =20.0 H=600.0 t _w =12.0
7,200.0	0.133	
8,400.0	0.133	
9,600.0	0.133	
10,800.0	0.133

그림 13. 횡-비틀 좌굴 해석을 위한 단순지지 경계조건

그림 14. 횡-비틀 좌굴 형상(L=6,000 mm, contour : 변위의 벡터 합의 크기(magnitude))

6,000~10,800 mm의 부재 길이를 갖는 모델에 대해서 검토하였다.

I형 플레이트 거더의 양 단부에서 휨모멘트를 재하하여 순수 휨상태를 구현하기 위해 부재의 양단에서 등분포 선 하중(ABAQUS 내에서는 shell edge load 재하)을 상/하 플랜지에 각각 압축 및 인장하중성분으로 재하하였다. 횡방향 변위가 구속된 단순지지조건을 위한 경계조건은 그림 13과 같다. 해석은 ABAQUS V6.8을 이용한 탄성고유치해석을 수행하였다.

해석 후 그림 14와 같이 횡-비틀 좌굴 모드형상이 도출된 모드의 고유치를 통해 좌굴 모멘트 M_{cr-fem} 를 얻었다. 순수 휨 상태의 횡-비틀 좌굴은 Timosenko와 Gere(1961)의 식을 통해 계산이 가능한데, 이 식에 본 연구에서 제안한 비틀 상수 J 와 뒤틀 상수 C_w 를 식 (11)과 같이 대입하여 계산한 좌굴 모멘트 M_{cr-cor} 를 M_{cr-fem} 과 비교하여 제안식의 타당함을 검토하였다. 본 검토에서 검토된 해석 모델의 경계조건은 단순지지경계조건임에 따라 부재의 비지지길이 L_b 는 부재길이 L 과 같고 순수휨상태이므로 C_b 는 1.0이다. 그리고 파형 복부판 I형 플레이트 거더의 압축방향 단면 2차 모멘트 I_{y-cor} 는 일반 I형 플레이트 거더의 압축방향 단면 2차 모멘트 I_{y-fla} 와 같다(김우리, 2004).

$$M_{cr-cor} = C_b \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_{y-cor} GJ_{cor} + \left(\frac{\pi E}{L_b} \right)^2 I_{y-cor} C_{w-cor}} \quad (11)$$

표 6. 해석 및 수 계산을 통한 횡-비틀 좌굴 하중 비교-1 (L=6,000 mm)

h (mm)	M_{cr-fem} (kN·m)	J_{cor} ($\times 10^6$ mm ⁴)	C_{w-cor} ($\times 10^{13}$ mm ⁶)	M_{cr-cor} (kN·m)	error (%)
0	3,666.0	2.467	1.747	3,664.2	-0.05
30	3,687.6	2.688	1.785	3,720.6	0.89
40	3,754.8	2.880	1.803	3,762.3	0.20
50	3,784.3	3.130	1.819	3,805.9	0.57
60	3,819.8	3.435	1.834	3,853.7	0.89
70	3,861.4	3.825	1.843	3,906.8	1.18
80	3,909.8	4.290	1.857	3,971.1	1.57
90	3,947.3	4.777	1.886	4,048.6	2.57
100	3,977.8	5.273	1.920	4,130.5	3.84

표 7. 해석 및 수 계산을 통한 횡-비틀 좌굴 하중 비교-2 (w=300.0 mm, h=40.0 mm)

L (m)	M_{cr-fem} (kN·m)	J_{cor} ($\times 10^6$ mm ⁴)	C_{w-cor} ($\times 10^{13}$ mm ⁶)	M_{cr-cor} (kN·m)	error (%)
6.0	3,754.8	2.880	1.803	3,762.3	0.20
7.2	2,735.5	2.880	1.803	2,744.7	0.33
8.4	2,101.0	2.880	1.803	2,104.4	0.16
9.6	1,684.3	2.880	1.803	1,683.1	-0.07
10.8	1,395.1	2.880	1.803	1,391.6	-0.25

표 6에 나타난 바와 같이 파형 복부판의 파고가 높아질수록 횡-비틀 좌굴 하중 역시 증가함을 알 수 있는데, 본 연구에서 고려한 파고가 100.0 mm인 해석 모델의 횡-비틀 좌굴하중은 일반 플레이트 I형 거더보다 8.51% 큰 값을 보였다. 이는 파고가 높아짐에 따른 단면의 비틀 상수 및 뒤틀 상수 증가에 따른 것임을 알 수 있다. 본 연구에서 제안한 식에 의해 두 상수를 계산하고 이를 횡-비틀 좌굴하중 계산식에 적용하여 좌굴 하중을 비교한 결과, 검토한 단면 상에서 -0.05~3.84%의 오차를 보였다. 즉, 본 연구를 통해 도출된 제안식들은 합리적으로 파형 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더의 매우 중요한 두 상수인 비틀 상수와 뒤틀 상수를 산정 할 수 있게 한다.

표 7에서는 부재 길이에 따른 횡-비틀 좌굴모멘트를 비교하였는데 이 역시 -0.25~0.33%의 오차를 보여 제안된 두 단면 상수 계산식은 부재 길이의 영향을 받지 않는 것이 입증되었다.

5. 결 론

본 연구는 Sine 파형 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더의 중요한 단면 상수인 비틀 상수 J 와 뒤틀 상수 C_w 계산식을 제안하였다. 셀 요소를 사용한 유한요소해석 결과와 순수 비틀 및 뒤틀 비틀 거동에 대한 하중과 변위의 관계식, 그리고 회귀분석을 통해 두 상수 계산식을 제안하였다.

1. 비틀 상수 J 는 부재의 길이방향에 대해 파형 복부판의 두께가 계속 변화하는 기하학적 특성을 반영하기 위해 복부판의 유효두께 t_{w-eff} 에 대한 식을 제안하고 이를 이용하여 비틀 상수를 계산하도록 하였다. Sine 파형 복부판

의 유효두께에 대한 제안식은 다음과 같고, 이를 이용한 I형 플레이트 거더의 비틀 상수 J 는 다음과 같다.

$$t_{w-eff} = \alpha \times t_w$$

여기서, $\alpha = 2.98 \ln \left(\frac{L_{cor}}{w} \right) + 1.05 (L_{cor}/w > 1.0)$
 w : 파의 폭

L_{cor} : 한 파의 폭 내에서의 파형의 길이

2. 뒀 상수는 일반 I형 플레이트 거더의 뒀 상수 C_w 에 계수를 곱하는 단순한 형식으로 제안하였고 그 식은 아래와 같다.

$$C_{w-cor} = \beta \times C_{w-fla} (L_{cor}/w > 1.0)$$

여기서, $\beta = 0.24 \ln \left(\frac{L_{cor}}{w} \right) + 1.01$

3. 두 제안식을 검증하기 위해 단순지지(횡방향 지지된)된 Sine 파형 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더의 순수 휨 상태에서의 횡비틀 좌굴 해석 결과를 이용하였는데, 해석 결과 도출된 좌굴 모멘트와 제안식을 통해 계산된 단면상수들을 이론식에 대입하여 얻은 좌굴 모멘트를 직접 비교하여 제안식을 검증하였다. 비교 결과, 파형의 기하학적 특성 변화에 따른 좌굴하중 및 부재 길이 변화에 따른 좌굴하중 비교 시 오차는 각각 최대 3.84% 및 0.33%를 보여 본 연구를 통한 제안식은 타당하다고 판단할 수 있다.

본 연구를 통해 도출된 두 단면상수의 계산식은 파형 복부판을 갖는 I형 플레이트 거더의 휨 및 비틀 거동과 관련한 강성 및 강도 검토에 유용하게 쓰일 것이라 판단된다. 특히 본 제안식은 파형이라는 기하학적 특성에 의해 증가되는 플레이트 거더의 비틀 강성 및 강도, 횡비틀 좌굴 하중의 증가효과를 명확히 반영할 수 있기 때문에 보다 경제적이고 합리적인 부재 설계에도 크게 기여할 것이라고 판단된다.

감사의 글

이 연구는 서울산업통상진흥원에서 시행한 2011년도 특허

기술상품화 기술개발 지원사업의 연구비 지원(과제번호 :PA110020)을 받아 수행된 연구임.

참고문헌

- 김우리(2004) 파형 복부판 I형 보의 정적 단면 특성, 석사학위논문, 고려대학교, 서울.
- 문지호, 이종원, 최병호, 이학은(2007) 균일한 휨모멘트가 작용하는 파형강판 복부판 I-거더의 횡비틀 좌굴강도 평가. **한국강구조학회 논문집**, 한국강구조학회, 제19권 제5호, pp. 463-472.
- 지효선(2011) 파형 복부판을 갖는 플레이트 거더의 좌굴거동. **한국강구조학회 논문집**, 한국강구조학회, 제23권 제2호, pp. 221-228.
- Abbas, H.H., Sause, R., and Driver, R.G. (2006) Behavior of corrugated web I-girders under in-plane loading. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 132, No. 8, pp. 806-814.
- Abbas, H.H., Sause, R., and Driver, R.G. (2007) Analysis of flange transverse bending of corrugated web I-girders under in-plane loads. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 133, No. 3, pp. 347-355.
- Boresi, A.P. and Schmidt, R.J. (2002) *Advanced Mechanics of Materials*, John Wiley & Sons.
- Elgaaly, M., Seshadri, A., and Hamilton, R.W. (1997) Bending strength of steel beams with corrugated webs. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 123, No. 6, pp. 772-782.
- Heins, C.P. (1975) *Bending and torsional design in structural members*, Lexington Books, D.C. Heath and Company, Massachusetts, USA.
- Lindner, J. (1990) Lateral torsional buckling of beams with trapezoidally corrugated webs, *Stability of Steel Structures*, Budapest, Hungary, pp. 305-310.
- Sayed-Ahmed, E.Y. (2004) Lateral torsion-flexure buckling of corrugated web steel girders. *Proceedings of the ICE - Structures and Buildings*, Vol. 158, No. 1, pp. 53-69.
- Salmon, C.G. and Johnson, J.E. (1980) *Steel structures design and behavior*, Harper & Row, Publishers, New York, USA.
- Timoshenko, S.P. and Gere, J.M. (1961) *Theory of elastic stability*, Mcgraw-hill international edition.

(접수일: 2012.3.21/심사일: 2012.7.18/심사완료일: 2012.9.25)