수치시험을 통한 횡원통 상사 투영함수 비교 연구

A Comparative Study of Transverse Cylindrical Projection Functions by A Series of Numerical Simulations

이흥규¹⁾ · 서완수²⁾

Lee, Hungkyu · Seo, Wansoo

Abstract

The transverse cylindrical projection has been used in Korea since 1910s when the nationwide geodetic network was firstly established. However, the projection has a number of different types of functions according to a way of its mathematical derivation as well as a section of its coefficients and terms, for instance Gauss-Schreiber(GS) and Gauss-Krüger(GK) types. Although the transverse cylindrical projection itself is assigned to a system, projected coordinates would be diverse with respect to the function used in the actual calculation. In order to investigate impact of functions used in the computation, five different equations (i.e., 2 GS and 3 GK) were implemented in this study by using MATLAB. A series of numerical simulation tests has been carried out to compare and characterize them in terms of projection accuracy, difference of projected coordinates and distortion. Furthermore, a comparison between GS and GK function was made under the Korean gridding system, consisting of four zones. Results from the numerical computations were qualitatively analyzed and summarized in this paper.

Keywords : Numerical Simulation, Transverse Cylindrical Projection, Projection Function, Distortion, Scale Factor

초 록

우리나라는 1910년대 토지조사사업에서 설정된 횡원통상사투영법을 사용하고 있다. 그러나 이 투영법은 수학적 유도 방법과 절차에 따라 다른 형태의 투영함수가 존재하며, 대표적인 것이 측지 및 공공측량에 사용하는 Gauss-Krüger(GK) 함수와 지적 분야의 Gauss-Schreiber(GS) 함수이다. 또한 이들 함수들은 실제 전산 구현 방법과 계수 선택에 따라 그 형태의 차이가 있어 투영변환 계산 결과에 영향을 미친다. 본 연구에서는 횡원통상사투영의 GS 계열 2가지와 3가지 GK 정·역변환 함수를 과학기술계산용 소프트웨어인 MATLAB에 의해 구현하고, 이들 특성 비교를 위한 다양한 수치시험을 수행 하였다. 그 결과를 바탕으로 투영 범위에 따른 투영함수의 정확도, 변환좌표의 차이, 축척계수에 의한 왜곡 특성을 분석 하였다. 이와 함께 4계로 이루어진 투영체계에 대해 GS 및 GK 함수를 통해 투영변환을 실시하고, 좌표의 일치성 및 투영 면적왜곡을 정량적으로 분석하여 그 결과를 요약하였다.

핵심어 : 수치시험, 횡원통상사투영, 투영함수, 왜곡, 축척계수

1. 서 론

측지측량에서 2차원 위치는 곡면인 지구 형상을 고려 기준타원체 면에 대해 구면좌표인 위도(ϕ)와 경도(λ)로 표현하는 것이 일반적이며, 또한 가장 정확하게 위치를 표현 할 수

있는 방법이다. 또한 타원체는 2차원 위치 표현과 계산 기준으로 거리와 면적의 계산이 이 면에 대해 이루어진다. 이러한 이유로 “측량·수로조사 및 지적에 관한 법률(이하 법률)” 제6조(측량기준) 제1항에 평면 위치를 세계측지계에 따라 측정 한 지리학적 경·위도에 의해 표시하는 것을 원칙으로 규정하

1) 교신저자 · 창원대학교 토목공학과 부교수(E-mail : hkyulee@changwon.ac.kr)

2) 창원대학교 대학원 토목공학과 박사과정(E-mail : wsseo@kcsc.co.kr)

고 있다. 그러나 각과 거리 관측을 통한 경·위도 계산 및 기준 타원체에 대해 실시하는 각종 측량 계산 과정이 복잡하여 공공 및 지적측량 실무에서는 평면직각좌표(투영좌표)를 대부분 활용하고 있다. 이에 따라 법률 제6조 제1항은 지도제작 등을 위해 필요한 경우에 평면좌표를 허용하고 있으며, 시행령 제7조 3항에 의거한 별표2에 4개의 평면직각좌표계를 규정하고 있다. 이와 함께 “국가공간정보에 관한 법률 시행령”에 따른 “기본공간정보구축규정” 제7조와 제8조는 공간정보 구축에 중앙자오선을 $127^{\circ} 30'$ 으로 하는 단일평면직각좌표계를 사용하도록 하고 있다.

위치를 평면직교좌표계로 표현하기 위해서는 기준타원체를 직교평면으로 고려해야 하기 때문에 지구 곡률로 인한 왜곡(distortion)은 피할 수 없는 문제이다. 따라서 타원체상의 위도와 경도를 가상의 투영평면에 대한 직교좌표(X, Y 혹은 N, E)로 그 왜곡을 최소화 하면서 변환하는 수학적 방법과 절차를 측지학에서는 투영(projection)이라 하고, 두 좌표 체계 사이의 수학적 관계를 투영함수(projection equation)라 한다(Mather, 1972; Richardus, 1972; Krakiwsky, 1973). 투영에 의해 발생하는 왜곡의 특성은 기준타원체와 투영평면 상의 거리 비인 축척계수(scale factor)에 의해 표현하며, 또한 이것은 투영함수 유도 기하조건(geometrical condition)으로 사용한다. 측량 및 지도제작에 사용하는 상사투영(conformal projection) 함수 유도에서는 동서 및 남북 방향의 축척계수가 동일하다는 조건을 적용하나, 각각의 투영법에 대한 함수는 유도방법과 절차에 따라 다른 형태를 가진다. 대표적으로 우리나라에서 사용하는 횡원통상사투영의 경우 Gauss-Schreiber(GS)와 Gauss-Krüger(GK) 함수로 크게 구분할 수 있다. 이와 함께 계산과정의 효율성 향상을 위한 계수의 상수화 혹은 수치해석 기법의 적용 방법에 따라 여러 함수가 존재한다. 따라서 동일한 투영법에서도 사용 함수에 따라 변화 결과에 차이가 발생할 수 있다. 이러한 이유로 미국, 영국, 오스트레일리아, 뉴질랜드와 같은 국가들에서는 국가(혹은 주) 평면직교좌표계를 투영법 및 투영체계뿐만 아니라 표준함수에 의해 설정하고 있다(NOAA, 1989; OS, 2006; ICSM, 2009; LINZ, 2008).

투영과 평면직교좌표계는 공간정보 수요 증대로 그 활용성과 중요성으로 인해 여러 연구자들에 의해 다양한 연구가 이루어졌다. GK 및 GS 투영함수를 전산 구현하여 삼각점 실용성과를 변환하고, 그 결과의 분석을 통해 새로운 평면직교좌표계를 제시한 바 있다(Choi, 1982; Choi, 1985). 차량항법용 수치지도 제작, 국가평면좌표계 및 기본공간정보 구축을 위한 단일 투영체계들이 제시되었으며(Kim and Lee, 1995; Lee, 1998; Choi *et al.*, 2004), 이들 중에서 UTM-K는 2004년부터

기본공간정보 구축의 단일 투영체계로 사용하고 있다. 또한 단일 평면직교좌표 체계의 왜곡 특성에 대한 분석 연구가 수행 되었으며(Lee, 1998), Song *et al.* (2006)과 Lee *et al.* (2007)은 이를 통해 UTM-K의 새로운 중앙자오선 축척계수를 그리고 Kim *et al.* (2012)은 축척계수와 중앙자오선을 제시하였다. 투영 및 평면직교좌표계에 대해 수행된 기존의 국내 연구 주제는 투영함수의 무한 급수항 차수 및 값의 자릿수 선택이 투영변환에 미치는 영향을 분석한 Cho (1996) 이외에는 새로운 투영체계를 도출하기 위한 것들이 대부분 이었다. 이것은 횡원통상사투영에 의해 구역(zone)이 2° 간격으로 정의된 우리나라 투영체계에서는 함수 선택의 영향이 크지 않기 때문인 것으로 사료되나, 투영구역이 6° 이상이 되는 단일 체계에서는 그 영향에 대한 체계적인 분석이 필요하다. 또한 현재 우리나라에서는 횡원통상사투영을 사용하고 있음에도 불구하고 법률의 부칙 제5조 “측량기준에 관한 경과조치”에 따라 측지와 지형도제작 및 공공측량에는 GK 투영함수를 그리고 지적측량에서 GS 투영함수를 사용하고 있으며, 이는 과거 지형도와 지적도의 불일치의 원인으로 분석되기도 하였다(Kang *et al.*, 2003). 2012년 3월에 시행된 “지적재조사에 관한 특별법”에 의거하여 현재 좌표에 의한 디지털 지적으로의 전환이 추진 중에 있다. 이를 위해 적합한 투영체계에 대한 논의가 이루어지고 있어 투영함수 및 현행체계에 대한 왜곡특성에 대한 분석이 필요한 시점이다.

본 논문에서는 횡원통상사투영의 대표적인 2가지 GS 투영함수와 3가지 GK 투영함수에 대한 수치시험을 체계적으로 실시하였다. 이를 위해 연구에서 고려한 함수의 정·역 투영변환 툴을 과학기술계산용 소프트웨어인 MATLAB을 통해 구현하였으며, 투영범위에 따른 투영함수의 변환 정확도와 좌표 차이 그리고 축척계수를 분석하고 그 특성을 정량적으로 도출하고자 하였다. 또한 4개의 우리나라 투영체계에 대하여 GS 및 GK 함수에 의해 투영변환하고 그 정합의 정도를 평면좌표와 면적왜곡 측면에서 분석하였다.

2. 횡원통상사 투영함수

2.1 투영함수와 축척계수

투영함수는 식(1)과 같이 측지계 기준면에 대해 표현되는 경·위도와 투영 평면 상의 직교좌표 사이의 수학적 관계이다. 곡면 상의 위치를 평면에 대해 나타내는 투영을 통한 왜곡은 피할 수 없으며, 이것의 특성은 식(2)과 같이 기준타원체와 투영평면 상의 미소거리(elemental distance) 비인 축척계수로 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \phi \\ \lambda \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서, T 는 투영함수, X 와 Y 는 종좌표와 횡좌표, 그리고 ϕ 와 λ 는 위도와 경도이다.

$$k = \frac{dS}{ds} \quad (2)$$

여기서, k 는 축척계수, dS 는 투영평면 상의 미소거리, ds 는 기준타원체 상의 미소거리 이다.

축척계수는 투영함수 유도 의 기하조건으로 투영을 수학적으로 특징하는 가장 중요한 인자며, 식(2)를 직교 평면($f=0$)에 대한 가우스 기본량(Gaussian Fundamental Quantities)으로 나타내면 식(3)과 같다(Deakin, 2004).

$$k^2 = \frac{\left(\frac{E}{e}\right)\cos^2\alpha + 2\left(\frac{F}{f}\right)\frac{f}{\sqrt{eg}}\sin\alpha\cos\alpha + \left(\frac{G}{g}\right)\sin^2\alpha}{1 + 2\frac{f}{\sqrt{eg}}\sin\alpha\cos\alpha} \quad (3)$$

여기서, E, F, G 는 투영평면에서, 그리고 e, f, g 는 각각 기준 타원체에 대한 가우스 기본량이며, α 는 방위각이다.

식(3)에서 가우스 기본량은 경·위도에 관한 함수로 축척계수는 위치에 종속하며, 상사투영에서는 가우스 기본량이 $E/e = G/g, F=f=0$ 으로 식(4)와 같이 $k^2=C$ (상수)가 되어 축척계수가 방향에 독립이 되는 조건을 적용하여 그 함수를 유도한다.

$$m^2 = C\cos^2\alpha + C\sin^2\alpha = C(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) = C \quad (4)$$

2.2 Gauss-Schreiber(GS) 투영함수

Gauss-Schreiber(GS) 투영은 기준타원체 상의 경·위도를 가정구체(Gauss Sphere)로 투영한 후 횡원통에 대해 다시 투영하는 대표적인 상사 투영함수이다. 우리나라에서는 가우스 상사 이중투영(Gauss conformal double projection)으로 알려져 있고, 1910년대 토지조사 사업 이후 지적 분야에 사용되고 있다. 지구를 구로 가정한 횡원통상사투영법은 램버트(Lamber)에 의해 고안 되었으며, 이후 가우스(Gauss)에 의해 수학적으로 체계화하였기 때문에 Gauss-Lambert(GL) 투영이라 한다. 타원체에 대한 횡원통상사 투영함수는 가우스에 의해 고안 되었으나, 횡원통으로 직접 투영하지 못하여 가정구체에 대한 상사투영 경·위도를 계산하는 과정을 거쳐야 했다

(Gauss-Hannover 투영). 또한 슈라이버(Schreiber)는 Gauss-Hannover 투영함수를 보다 수학적으로 체계화 하여 프러시아(Prussia)의 토지 측량에 적용하였다(Gauss-Schreiber 투영). 그러나 GS 투영은 남북방향 투영 왜곡이 발생하여 그 적용범위가 원점에 대한 경도뿐만 아니라 위도에 대해서도 제한이 필요하다.

GS 함수에 의한 평면직교좌표의 계산 및 역변환을 위해서는 가정구체에 대한 상사투영 경·위도 계산이 추가로 이루어진다. 타원체 위도(ϕ)를 가정 구체 상 ϕ' 로의 변환은 식(5)의 미분방정식 해인 식(6)에 의해 이루어 질 수 있다(Choi, 1983; Choi, 1985; Deakin, 2010). 따라서 GS 투영함수는 식(6)의 비선형방정식의 해를 구하는 방법에 따라 형태가 달라진다. 전산기를 사용하는 경우 위도에 대한 정변환은 식(5)를 대수조작 하여 직접 계산 할 수 있으며, 역변환은 수치해석 기법인 “뉴턴 반복법”을 적용하여 얻을 수 있다(Choi, 1982; Choi, 1985). 또 다른 방법은 식(6)의 무한급수 전개를 통해 근사해 계산 함수를 유도하는 것이다(Hooijberg, 2008). 본 연구에서 무한급수전개 함수를 GS-1 그리고 수치해석 함수를 GS-2로 고려하여 수치시험을 실시하였다.

$$\frac{d\phi'}{\cos\phi'} = \frac{\rho d\phi}{\nu \cos\phi} \quad (5)$$

$$\ln \tan\left(\frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}\phi'\right) = \ln \left\{ \tan\left(\frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}\phi\right) \left(\frac{1-\epsilon\sin\phi}{1+\epsilon\sin\phi} \right)^{\frac{1}{2}\epsilon} \right\} \quad (6)$$

여기서, ϵ 는 기준타원체의 제1 이심률이다.

이에 반해 투영원점의 중앙자오선 λ_0 일 때 구체 상의 경도를 계산하는 함수는 식(7)에 의해 간단히 계산 가능하다 (*ibid*).

$$\lambda' = \alpha(\lambda - \lambda_0) + \lambda_0 \quad (7)$$

여기서, $\alpha = \sqrt{1+\epsilon'\cos^4\lambda_0}$ 로 가우스 확장상수(dilatation constant)이며, ϵ' 는 기준타원체의 제2이심률이다.

GS 투영함수 계산에서는 앞서 언급한 바와 같이 가정 구체 상의 경·위도를 횡원통에 대한 직교좌표로 변환하는 GL 투영이 필요하며, 그 정변환 함수는 Lauf(1983), Snyder(1987) 및 Deakin *et al.*(2010)을 그리고 역변환 함수는 Evenden (2008)를 참조 할 수 있다.

2.3 Gauss-Krüger(GK) 투영함수

타원체에서 구체로 투영한 후 횡원통으로 재투영하는 절차와 계산의 복잡성을 해결하기 위하여 Krüger는 Gauss와 Schreiber 이론을 기초로 하여 타원체를 횡원통으로 직접 사상 투영이 가능한 함수를 1912년에 제안하였으며, 유럽에서는 Gauss-Krüger(GK) 투영으로 우리나라에서는 TM (Transverse Mercator)투영으로 알려져 있다. 초기의 GK 투영함수는 중앙자오선을 기준으로 투영범위를 동서 방향으로 수도 이내로 제한하여 적용하였으나, 20세기 중반에 투영범위 10°~12°까지 적용하는 한 투영함수가 제안되었다(Redfearn, 1948). 당시 Redfearn은 결과적인 함수만을 제시 하였으나, Thomas(1952)는 구체적인 유도과정을 포함한 GK 투영함수를 제안하였다. 따라서 GS와 GK 투영은 모두 횡원통상사투영으로 개념적으로 동일하나, 구체로의 투영이 필요한 GS에 비해 GK 투영 계산 절차가 단순하고 중앙자오선 축척계수가 상수이기 때문에 남북방향 왜곡의 발생이 극히 제한적인 특징을 가진다.

GK 투영함수는 평면직교좌표계의 X 축(남북방향)이 투영의 중앙자오선과 일치하고 이 축의 축척계수가 상수라는 두 가지 조건을 사용하여 유도한다(Deakin, 2004). 첫 번째 조건은 X 축은 중앙자오선(λ_0)이 되고 횡좌표(Y)가 0일 때 X 좌표는 등적위도에 관한 함수(즉, $X = f(\psi)$)이며, Y 좌표는 중앙자오선과의 차이($\omega = \lambda - \lambda_0$)에 대한 함수라는 것을 의미한다. 또한 두 번째 조건은 Y 좌표가 0인 중앙자오선에서 X 좌표는 축척계수와 자오선호장(meridian distance)이 곱($X = k_0 m$)이라는 것이다. 따라서 GK 투영함수는 등적위도와 중앙자오선과 경도차에 대한 함수로 복소함수를 사용하여 그 관계를 나

타내면 식(8)과 같다.

$$X + Yi = f(\psi, wi) \quad (8)$$

식(8)을 중앙자오선의 한 점에 대해 다음과 같이 Taylor 급수 전개를 통해 근사화 하고 실수부와 허수부로 분리 하면 식 (9)와 같이 나타낼 수 있다(Cho, 1996; Deankin, 2010).

$$X = k_0 \left\{ m - \frac{\omega^2}{2!} \frac{d^2 m}{d\psi^2} + \frac{\omega^4}{4!} \frac{d^4 m}{d\psi^4} - \frac{\omega^6}{6!} \frac{d^6 m}{d\psi^6} + \frac{\omega^8}{8!} \frac{d^8 m}{d\psi^8} + \dots \right\} \quad (9)$$

$$Y = k_0 \left\{ \omega \frac{dm}{d\psi} - \frac{\omega^3}{3!} \frac{d^3 m}{d\psi^3} + \frac{\omega^5}{5!} \frac{d^5 m}{d\psi^5} - \frac{\omega^7}{7!} \frac{d^7 m}{d\psi^7} + \dots \right\}$$

식(9)에서 투영함수 유도를 위해 남은 문제는 무한 급수항의 차수 선택과 $dm/d\psi$ 의 고차 도함수를 어떻게 구할 것인가 하는 것이다. 따라서 GK 투영함수의 형태는 이들 문제를 수식유도에 반영하는 방법에 따라 차이가 발생하며, 본 연구의 수치시험에서 함수는 Table 1과 같다.

3. 투영함수 특성분석

3.1 개요

수치시험을 위해 GS 및 GK 투영함수를 과학기술 계산용 소프트웨어인 MATLAB에 의해 구현 하였다. GS 함수는 타원체 상의 경·위도를 구체로 상사투영 하는 함수에 따라 달라지기 때문에 무한급수전개식과 전산기에 의한 수치해석적 방법에 대해 2가지(GS-1, GS-2)로 나누었다. 이와 함께 GS 함수

Table 1. GK projection functions investigated in the numerical simulations

Projection function	Characteristic	Reference
Redfearn-Thomas (GK-1)	Consisting of the 4th term of the power series and firstly proposed by Redfearn. However, its mathematical derivation was given by Thomas.	Redearn(1945) Thomas(1952)
Hooijberg (GK-2)	Terms and coefficients of the GK-1 function were algebraically manipulated to optimize the numerical operation.	Hooijbeg(1997) Hooijbeg(2008)
Simplified (GK-3)	Consisting of the 2nd or 3rd term of the series for the application of small band, about 2 or 3 degrees each side of the central meridian.	Thomas(1952) NGII(2005)

Table 2. Range of the numerical simulations for a comparison of the cylindrical projection functions

Reference ellipsoid	BESSEL 1841
Projection origin	Latitude: N38°, Longitude of Central Meridian: E127°
Range	Latitude: N32° ~ N44° (A total of 12°), Latitude: E121° ~ E133° (A total of 12°)
Grid	1'×1' of latitude and longitude (A total of 518,400 points)

는 원점의 경·위도를 구체로 사상변환 하는 함수와 구체상의 경·위도를 투영평면으로 변환하는 GL 함수를 포함한다. GK 투영은 Table 1의 3가지 정·역변환 함수를 고려하였으며, 각 경우에 대해 투영평면상의 종좌표 계산에 필요한 적자오선 호장(meridian arc distance) 함수를 구현하였다. 또한 다양한 조건에 대한 수치 계산을 실시하고 그 결과를 그래프로 출력 할 수 있는 툴(tool)을 구현 하여 결과의 분석에 활용 하였다.

횡원통상사 투영함수 자체를 비교하기 위한 수치시험은 MATLAB 구현 함수를 사용하여 Table 2를 범위로 하여 실시하였다. 분석은 투영함수의 각 격자점에서 경·위도에 대해 정·역변환을 통한 정확도 평가, 각기 다른 투영함수에 의해 계산된 평면직교 좌표 그리고 축척계수 계산에 의한 GS 및 GK 투영함수의 왜곡 비교를 통해 이루어졌다.

3.2 GS 투영함수

Figure 1. Projection accuracy of GS-1 function in the northing (unit: mm)

Figure 2. Projection accuracy of GS-1 function in the easting (unit: mm)

Figure 3. Projection accuracy of GS-2 function in the northing (unit: mm)

Figure 4. Projection accuracy of GS-2 function in the easting (unit: mm)

GS-1과 GS-2 함수의 투영변환 좌표 차이의 절대값을 남북 및 동서 방향으로 구분하여 Figures 5와 6에 나타내었으며, 그 결과는 두 방향에서 모두 10^{-5} mm 이상 일치하는 것을 보여주고 있다. 이로부터 GS 투영 정변환에 사용한 두 함수의 결과는 거의 동일한 것으로 고려 할 수 있으며, 정·역변환 정확도의 차이는 역변환 방법에 따라 차이임을 확인 할 수 있다.

Figure 5. Absolute values of projected coordinate differences between GS-1 and 2 in the northing (unit: mm)

Figure 6. Absolute values of projected coordinate differences between GS-1 and 2 in the easting (unit: mm)

3.3 GK 투영함수

GK 투영의 종좌표 변환에 필요한 자오선 호장 계산에 사용하는 3가지 함수(Hooijberg, 1997; Deakin, 2010; Lauf, 1983)를 비교하였다. 적도로부터 북극까지 위도 3° 간격으로 자오선 호장을 계산하여 그 차이를 Figure 7에 나타내었다. Hooijberg(1997)과 Deakin(2010)의 차이는 최대 0.04mm이나, Lauf(1983)의 결과는 위도 35°에서부터 나머지 2 함수와

의 차이가 증가하는 경향을 보이고, 위도 N80° 부근에서는 약 0.8mm 차이가 발생 하였다. 자오선 호장계산 함수의 차이는 밀리미터 이하에서 일치하나 본 연구의 수치시험에서 GK 투영함수 자체를 비교하기 위하여 Deakin(2010)을 자오선 호장 계산에 동일하게 사용 하였다.

Figure 7. A comparison of functions computing meridian arc

GS 투영변환 정확도 평가에서와 동일한 방법으로 GK-1 함수의 남북 및 동서방향 투영 정·역변환 차이의 절대값을 Figures 8과 9에 도시하였다. 남북방향은 중앙자오선과 경도 차이 3°에서 부터 오차가 급격히 증가하여 6°에서 최대 0.01mm 차이가 발생하였다. 이에 반해 동서방향은 투영 구역 외곽 방향으로 오차가 증가하는 경향이 있으나 최대 0.016mm 수준이었다. 그림들에서 보이는 바와 같이 투영 정확도는 중앙자오선으로 부터의 경도차가 정확도를 지배하는

Figure 8. Projection accuracy of GK-1 function in the northing (unit: mm)

요인이다. GK-2 함수에 의한 투영변환 오차 증가는 GK-1과 유사한 경향을 보이나 남북방향의 경우 중앙자오선과 경도차 6°에서 최대 1.38mm가 되었다. GK-1과 비교할 때 투영변환 정확도는 상대적으로 낮은 수준이나 중앙자오선에서 경도차 5°까지 밀리미터 수준의 정확도를 얻을 수 있으며, 동서방향의 경우 시험 대상 구역에 대해 오차의 최대는 밀리미터 이내인 0.16mm 정도였다.

Figure 9. Projection accuracy of GK-1 function in the easting (unit: mm)

Figure 10은 GK-3 함수의 투영변환 정확도를 나타낸 것으로 남북방향 오차는 중앙자오선과 경도차 2°부터 급격히 증가하기 시작하여 4°에서 1mm 이상이 되었다. 동서방향의 경우는 남북방향과 매우 유사한 경향을 보여 경도 차이 4°부터 오차가 증가하여 5°에서 1mm 이상 되었다. GK-3 함수가 앞선 2가지 함수에 비하여 투영변환 정확도가 상대적으로 낮

Figure 10. Projection accuracy of GK-3 function in the northing (unit: mm)

은 것은 투영구역이 수도 이내로 좁은 지역에서 계산을 간단히 하기 위해 무한급수 3차항을 선택한 간편식이기 때문이다 (Cho, 1996).

Figure 11. Projection accuracy of GK-3 function in the easting (unit: mm)

GK-1과 2 함수에 의한 투영 좌표차이 절대값을 계산하여 Figures 12와 13에 나타내었다. 남북방향 투영좌표는 중앙자오선과 경도 5°까지 0.01mm 이내이며 최대 0.016mm 이었다. 동서방향의 경우 4°까지 0.01mm 이내이고 그 최대 0.08mm 이었다. 이러한 비교를 통해 두 함수에 의해 투영 변환된 평면 직교좌표는 투영범위 12°이내에서 0.1mm 이상 일치함을 확인할 수 있다. 이에 반해 GK-1-3 함수의 투영변환 좌표 차이는 GK-1-2와 유사한 결과를 보이나, 동서방향에서 중앙자오선과 경도 2°까지 0.01mm 이내이고 그 이상에서 차이가 증가하여 4.5°에서 1mm 그리고 6°에서 4.5mm가 발생하였다.

Figure 12. Absolute values of projected coordinate differences between GK-1 and 2 in the northing (unit: mm)

Figure 13. Absolute values of projected coordinate differences between GK-1 and 2 in the easting (unit: mm)

3.4 GS-GK 투영함수 비교

GS와 GK 투영의 왜곡특성을 파악하기 위해 GK-1와 GS-2 함수의 투영좌표와 축척계수를 비교 하였다. Figures 14와 15 는 두 투영함수에 의해 계산된 남북 및 동서방향 투영좌표 차이를 도시한 것으로, 좌표 성분의 차이가 원점에서 멀어질수록 크게 증가하는 경향을 보인다. 중앙자오선과 동서방향 차이에 따른 남북방향 투영좌표 차이는 경도 1° 떨어진 지점에서 0.12mm 발생하고 1.5° 부터는 1mm 이상이였다. 원점과 위도 차이에 따른 불일치는 1.5° 부터는 1mm 이상 되어 4° (N34°)에서는 약 80mm 발생하였다. 이에 반해 중앙자오선과의 경도에 따른 동서방향 투영좌표 차이는 1° 떨어지는 지점에서 0.01mm 발생하고 3.7° 부터는 1mm 보다 커지는 결과를 나타 내었다.

Figure 16은 2가지 함수를 통해 계산한 축척계수의 차이

Figure 14. Absolute values of projected coordinate differences between GK-1 and GS-2 in the northing (unit: mm)

Figure 15. Absolute values of projected coordinate differences between GK-1 and GS-2 in the easting (unit: mm)

Figure 16. Differences of scale factors between GK1 and GS2

를 나타낸 것으로 투영원점에서 멀어 질수록 증가하는 경향을 보인다. 투영왜곡 특성을 나타내는 축척계수는 각 투영함수 유도에서 기하적 제약조건에 따라 달라진다. 특히 남북방향의 축척계수의 차이는 GK투영의 경우 중앙자오선 축척이 상수인데 반하여 GS의 그것은 위도에 따라 변하기 때문이다. 결과적으로 GS 투영에서는 동서뿐만 아니라 남북방향에 따라 왜곡이 발생하여 투영원점 위도의 선택이 중요한 문제임을 확인 할 수 있다.

4. 우리나라 투영체계에 대한 분석

4.1 개요

우리나라 투영체계에 대한 수치시험은 동일한 측지계를 사용한다는 가정 하에 측지 및 지도제작 분야에 사용하고 있는

GK 함수와 지적의 GS 함수를 통해 투영변환 하고 좌표 차이 및 면적왜곡의 계산을 통해 이루어졌다. 시험범위는 위도 N33°~43°와 경도 E124°~132°이며, 계산간격은 경·위도 3'×3'으로 하였다. 투영구역과 원점 및 축척계수는 시행령 별표2에 따라 4개 및 1.0을 고려하였다. 또한 GS-2를 GS 투영함수로 그리고 GK-1을 GS 투영함수로 하여 계산을 실시하였다.

면적왜곡은 타원체 상의 면적과 투영평면 상의 면적 차이로 본 연구에서 대각선 방향의 두 점 경도(λ_L, λ_U)와 위도(ϕ_L, ϕ_U)에 의해 정의되는 사각형의 타원체면 면적(Hooijberg, 2008)과 직교좌표에 의한 면적 차이를 계산하였다. 이와 함께 경계점 측량오차가 투영좌표를 통해 얻어진 면적에 미치는 영향을 오차 전파법칙의 적용에 의해 얻어진 식(10)을 통해 분석하였다.

$$\sigma_{pln} = \pm \frac{\sigma_i}{2} \sqrt{\sum_{i=1}^n \{(X_{i+1} - X_{i-1})(Y_{i+1} - Y_{i-1})\}} \quad (10)$$

여기서, X 와 Y 는 남북 및 동서 방향의 투영좌표, $Y_{n+1} = Y_1$, $Y_0 = Y_n$, 그리고 $X_{n+1} = X_1$, $X_0 = X_n$, σ_i 는 1방향 경계점 측량오차 그리고 σ_{pln} 측량오차 전파를 통해 계산된 면적오차이다.

4.2 투영좌표

GS 및 GK함수를 통해 투영 변환한 평면직교좌표 차이의 절대값을 계산하였다. Figure 17은 남북방향 좌표 차이를 도시한 것이며, 원점과의 위도 차이에 대한 영향을 명확하기 위하여 Figure 19를 추가하였다. 그 좌표 차이는 투영원점에서 남북방향으로 멀어짐에 따라 증가하는 경향을 보였다. 이에 반해 중앙자오선과의 경도 차이에 따른 영향은 투영 간격이 1°인 세분화된 체계로 상대적으로 미소하였다. 경기, 강원, 충청 남북 및 경북 북부 지역과 같이 원점과 차이 2°도 범위에서는 센티미터 이내의 일치를 보여 투영함수의 영향이 제한적이나, 남해안으로 갈수록 함수에 따른 투영좌표의 차이는 증가하여 목포 및 전남 도서지역에서는 최대 8cm, 동남권인 부산 및 거제 지역은 약 2cm 그리고 제주도 지역에서는 최대인 19cm 이었다. Figures 18과 20은 두 함수에 의해 계산된 동서방향 투영좌표 차이를 나타낸 것이다. 남북방향 좌표에 비하여 위도에 따른 영향이 다소 작은 경향을 보이나, 중앙자오선에 대한 경도 차이에 따라서는 오히려 증가하였다. 위도 N35°까지는 1~2cm 차이 발생하고 위도 N34° 및 경도 E126°에 해당하는 목포 및 전남 서해도서 지역과 경남 남해군 부근에서는 최대 6cm 발생하였다. 이와 함께 동서방향 좌표차이의 최대는 경도 E126°부근인 제주도 서부 지역으로 10cm 수준 이었다.

Figure 17. Projected coordinate differences in the northing between GS and GK in the Korean system

Figure 18. Projected coordinate differences in the easting between GS and GK in the Korean system

Figure 19. Projected coordinate differences in the northing between GS and GK with respect to the Korean system depending on latitudes

Figure 20. Projected coordinate differences in the easting between GS and GK with respect to the Korean system depending on latitudes

각 투영 좌표성분 차이의 기하평균을 통해 투영함수에 따른 2차원 좌표 차이를 계산하여 Figure 21에 나타내었다. 좌표 성분 차이 비교에서와 동일하게 불일치의 경향이 원점과 위도 차이에 의한 것이 뚜렷했으며, 이것은 주로 남북방향 투영 왜곡 특성의 차이에 의해 기인한 것으로 볼 수 있다. 2차원 좌표 불일치 정도는 전남 남부 및 경남 남해안 일부 지역을 제외한 위도 35°이상에서 3cm 이내이며, 제주도의 경우 약 20cm 이었다.

Figure 21. Two dimensional differences of projected coordinates between GS and GK with respect to the Korean system

4.3 투영면적 왜곡

두 함수에 의한 투영 면적의 차이를 살펴보기 위해 3'×3'의 모든 격자에 대해 10"×10" 범위를 대상으로 모서리 4점을 투영 변환 하여 면적을 계산하여 그 차이를 Figure 22에 나타내었다. 수치시험에서 고려한 10"×10"는 위도에 따라 달라지나 N38°의 경우 244m×308m에 해당하고 면적은 약 75,206m²이다. 또한 시행령 제19조의 규정에 따라 식(11)을 통해 계산된 축척 1/500 지적도에 대한 면적오차 허용범위를 계산하여 Figure 23에 도시 하였다.

$$A = 0.026^2 M \sqrt{F} \quad (11)$$

여기서, A 는 면적허용 오차, M 은 지적도 축척 분모 그리고 F 는 토지의 면적이다.

Figure 22. Differences of the projected areas between GS and GK function

Figure 23. Area calculating tolerances of 1/500 cadastral map with respect to area 10"×10"

두 투영함수에 의한 투영면적 차의 절대값은 평균 $0.052m^2$ (0.00007%), 최대 $0.222m^2$ (0.000245%), 표준편차 $\pm 0.060m^2$ 이었다. Figure 23에 나타난 바와 같이 GS 투영면적은 GK의 그것에 비해 원점을 기준으로 북쪽으로 갈수록 상대적으로 작아지며, 남쪽으로 방향으로는 증가하는 경향을 가졌다. 이러한 면적 차이는 Figure 24와 같이 경·위도 $10'' \times 10''$ 에 대한 면적오차 허용범위(최대 $92.615m^2$, 최소 $92.615m^2$) 이내로 현행 투영체계에 대해 동일한 측지계 사용을 가정할 때 지적도를 GK 투영에 대하여 나타낼 수 있음을 의미한다. 투영함수에 따른 투영면적에 가장 큰 차이를 보이는 제주도 서부지역에 대한 면적을 $30'' \sim 1'$ 하여 투영면적 차이와 허용범위를 계산하여 Table 3에 요약 하였다. 이들 결과는 가장 불량한 조건과 최대 지적도 축척을 고려하였음에도 불구하고 함수에 따른 면적의 차이는 허용범위 이내로 이것은 현행투영체계에 서 GS를 GK 투영함수로 대체 할 수 있는 것으로 분석되었다.

타원체면과 투영평면의 면적 차이인 면적 왜곡량과 이것의 타원체 면적에 대한 비율인 왜곡률을 계산하였다. Figure 24는 이 중 GK 함수에 의해 변환된 투영면적 왜곡량 분포를 우리나라 전역에 걸쳐 나타난 것이다. 투영면적 왜곡은 중앙자오선에서 동서 방향으로 멀어짐에 따라 증가 하는 횡원통 사상 투영의 전형적인 특성을 보여준다. 투영함수에 따른 면적왜곡의 정량화를 위해 이들의 통계값을 계산하여 Table 4에 요약 하였다. 전체적으로 GK함수의 왜곡이 GS의 그것에 비하여 미소하지만 작은 값을 보이고 있다. GS 투영에서 왜곡률은 평균적으로 0.006415%(1/15,589)이며, 최대 왜곡은 중앙자오선에서 경도 1° 차이에서 0.0217841%(1/4,591) 이었다. 이에 반해

GK 투영의 경우 면적 왜곡률의 평균은 0.006412%(1/15,596)이며, 최대값은 0.02152941%(1/4,645) 수준이었다.

Figure 24. Area distortion of GK function computed with respect to $10'' \times 10''$ in Korea

투영을 통해 발생하는 면적왜곡과 토지 경계점 측량오차가 면적계산에 미치는 영향을 비교하기 위하여 지적측량에서 가장 높은 정확도를 요구하는 “지적측량시행규칙” 제27조 경계점좌표등록시행지역의 $\pm 0.1m$ 를 반영하여 식(10)에 의해 계산된 면적오차를 Figure 25에 그 분포를 도시 하였다. 측량에 의해 발생하는 면적오차 범위는 위도에 따라 $27.1 \sim 28.5m^2$ 로 투영에 의한 왜곡에 비해 그 영향이 큰 것을 알 수 있다. 본 연구에서는 $10'' \times 10''$ 와 측량오차 $\pm 0.1m$ 를 반영 하였으나, 이것은 양호한 조건으로 실제 대부분이 1/1,000이하인 축척을 고

Table 3. Differences of projected areas between GS and GK function in $N33^\circ 15'$ and $E126^\circ 11'$ as well as their tolerances depending on computation scopes

Computation range	$30'' \times 30''$	$1' \times 1'$	$10' \times 10'$	$20' \times 20'$	$1^\circ \times 1^\circ$
Area differences on projected plane	$1.6m^2$	$6.4m^2$	$616.2m^2$	$5,074.0m^2$	$17,563.5m^2$
Tolerance (1/500)	$286.3m^2$	$572.6m^2$	$5,723.7m^2$	$17,155.0m^2$	$34,260.9m^2$
Area on Ellipsoid	$0.7m^2$	$2.9m^2$	$286m^2$	$2,576m^2$	$10,274m^2$

Table 4. Statistics of projected area distortion computed with respect to $10'' \times 10''$ (latitude and longitude)

Function	Mean		Maximum		Standard deviation	
	Distortion	Rate	Distortion	Rate	Distortion	Rate
GS	$4.832m^2$	0.006415% (1/15,589)	$17.417m^2$	0.0217841% (1/4,591)	$\pm 4.404m^2$	$\pm 0.005789\%$
GK	$4.831m^2$	0.006412% (1/15,596)	$17.214m^2$	0.021529% (1/4,645)	$\pm 4.395m^2$	$\pm 0.005786\%$

려 할 때 현재 지적도에서 토지의 면적 왜곡은 측량에 의해 발생하는 오차의 영향 범위 이내로 판단 할 수 있었다.

Figure 25. Errors of projected areas propagated by those of surveying with respect to $10'' \times 10''$

5. 결론

본 연구에서는 횡원통상사 투영함수와 우리나라 투영체계에 대한 변환 정확도 및 좌표 차이 그리고 왜곡특성 분석을 위해 다양한 조건을 적용한 수치시험을 실시하였으며, 그 결과는 다음과 같이 요약 할 수 있다.

첫째, GS-1은 중앙자오선과의 경도차가 남북방향 변환 정확도에 큰 영향을 미쳐 1° 에서부터 오차가 급격히 증가하여 4° 에서 1mm 수준인 반면, 동서방향의 경우 이러한 영향 없이 6° 인 경우에도 그 정확도가 10^{-5} mm 수준이었다. 그러나 GS-2 함수는 원점과 상대 위치 차이에 영향 없이 10^{-5} mm 이내에서 정역 변환이 가능하였다. 두 가지 GS 함수의 투영좌표는 중앙자오선에서 6° 까지 10^{-5} mm 수준으로 일치하여 동일한 것으로 분석되었다. GK 투영함수 모두 중앙자오선으로부터 동서방향으로 일정한 범위 이상이 될 때 오차가 급격히 증가하는 경향을 보였으며, 정·역변환 정확도 1mm 수준을 고려 할 때 가능한 중앙자오선과의 경도 차이 범위는 GK-1은 6° , GK-2는 5° 그리고 GK-3은 3° 이었다. 또한, 3가지 함수에 의한 투영좌표의 차이가 1mm 수준 이내 일치 가능한 범위는 GK1-2는 6° 그리고 GK1-3는 4.5° 이었다.

둘째, GS와 GK 함수의 투영좌표 불일치는 주로 남북방향에 발생하여 원점과 위도 차이 1.5° 에서 1mm 그리고 6° 에서는 최대 400mm에 달했으며, 경도 차이에 대한 영향은 1.5° 에서부터 1mm 이상 되어 최대 180mm 이었다. 이에 반해 동서방향 투영좌표는 위도 차이 4° 그리고 경도 차이 3.7° 까지 밀리미

터 수준 이내이고, 6° 에서는 최대 각각 약 15mm와 44mm 이었다. GS와 GK에 의한 남북방향 투영좌표 차이는 왜곡특성에 따른 것으로 GK는 중앙자오선 축척계수가 상수로 남북방향의 왜곡이 최소화 할 수 있는 반면 GS는 축척계수가 남북방향으로 변하기 때문이다. 이것을 수치적으로 분석하기 위해 두 투영함수의 축척계수를 비교한 결과 원점 위도를 기준을 남북으로 나누었을 때, 북쪽의 경우 GS 왜곡이 극으로 갈수록 작아지고 동서 방향으로 커지며, 남쪽에서는 적도로 갈수록 커지며 동서방향에 대해서는 작아지는 경향을 보였다.

셋째, 우리나라 투영체계에 대해 GS-GK 함수에 의해 각각 계산한 투영좌표 차이는 중앙자오선을 기준으로 투영구역 2° 로 세분화되어 동서방향에 대해서는 제한적이나, 원점 위도에 대해 남북 방향으로 이동함에 따라 증가하여 남해안 지역에서 최대 8.5cm 그리고 제주도 일원에서 약 20cm 차이가 발생했다. 그러나 육지에서 이러한 차이는 “지적측량시행규칙” 제 27조(지적측량성과의 결정)에서 가장 높은 정확도인 경계점 좌표등록부 시행지역 0.1m 수준 이내이며, 제주도의 경우 대부분의 지적도에서 사용하고 있는 축척인 1/1,000에서 허용하는 30cm 이내로 투영함수에 따른 투영좌표의 차이는 측량오차 이내였다. 이와 함께 “공공측량의 작업세부기준”에 따른 지형도 정확도인 축척 1/500이상 0.5m와 1/1,000이상 0.7m를 고려 할 때 세계측지계 도입 이전에 지적도와 지형도 불일치에 투영 왜곡이 미치는 영향은 매우 제한적인 것으로 분석되었다.

넷째, 우리나라 투영체계에서 GS-GK 함수 투영면적 차이는 평균 $0.052m^2$ (0.00007%), 최대 $0.222m^2$ (0.000245%) 수준 이었다. 이것은 시행령 제19조의 면적오차 허용범위(1/500 기준, 최대 $92.615m^2$, 최소 $92.615m^2$) 이내이고, 가장 큰 차이를 보이는 제주도 서부 지역에서 계산범위를 $30^\circ \sim 1^\circ$ 로한 허용면적과 비교 결과에서도 모두 그 이하가 되어 현행 투영체계에서 지적도를 GK 투영을 통해 나타 낼 수 있을 것으로 분석되었다. GS 투영의 면적 왜곡률 평균은 0.006415%(1/15,589) 그리고 최대값 0.0217841%(1/4,591)인 반면, GK 투영의 그것은 평균 0.006412%(1/15,596) 그리고 최대 0.02152941%(1/4,645) 정도였다. 마지막으로 투영면적 왜곡과 토지 경계점 측량오차 영향을 비교한 결과 대부분이 1/1,000이하인 지적도 축척을 고려 할 때 현행 투영체계에서 면적왜곡은 측량 오차 범위 이내인 것으로 판단 할 수 있었다.

감사의 글

본 연구는 2012년도 국토지리정보원 측지사업의 일환으로

수행된 것으로 연구비 지원과 관계자 여러분께 사의를 표합니다.

References

- Choi, C. (1985), *A Study on the Coordinate Transformation by means of Projection in Geodetic Surveying*, Ph.D. dissertation, Chosun University, Gwangju, Korea, p. 65 (in Korean with English abstract)
- Choi, J. (1983), A study on the plane rectangular coordinate in Korea, *Journal of Korean Society of Surveying, Geodesy, Photogrammetry and Cartograph*, Vol. 1, No. 2, pp. 42–59. (in Korean with English abstract)
- Cho, K. (1996), A study on the transformation of coordinate on TM projection, *Journal of Korean Society of Surveying, Geodesy, Photogrammetry and Cartograph*, Vol. 14, No. 2, pp. 119–125. (in Korean with English abstract)
- Choi, Y., Kim, G., and Park, H. (2004), Establishment of the plan coordinate system for framework data (UTM-K) in Korea, *Journal of Korean Society of Surveying, Geodesy, Photogrammetry and Cartograph*, Vol. 22, No. 4, pp. 313–321. (in Korean with English abstract)
- Deakin, R.E. (2004), A guide to the mathematics of map projections, 15-17 April, *The Victorian Tasmanian Survey Conference Across the Strait*, Launceston Tasmania, Australia, unpaginated CD-ROM.
- Deakin, R.E., Hunter, M.N., Karney, C.F.F. (2010), The Gauss-Kruger projection, *The Victorian Regional Survey Conference*, 10-12 September, Warrnambool, Australia, unpaginated CD-ROM.
- Evenden, G. (2008), *A Comprehensive Library of Cartographic Projection Function (Preliminary Draft)*, Falmouth, MA, USA, p. 43
- Hooijbeg, M. (1997), *Practical Geodesy*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Germany, p. 308
- Hooijbeg, M. (2008), *Geometrical Geodesy*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Germany, pp. 197–199.
- ICSM (2009), *Geocentric Datum of Australia Technical Manual (Version 2.3)*, Intergovernmental Committee on Surveying and Mapping, ACT, Australia, p. 61
- Kang, J., Yun, H., Um, D., and Kang, Y. (2003), The security plan of matching accuracy between digital map and cadastral map, *Journal of Geographic Information System Society of Korea*, Vol. 11, No. 4, pp. 391–407. (in Korean with English abstract)
- Kim, T., Yun, H., Lee, D., and Park, M. (2012), Map projection of the Korean peninsula, *Proceedings of KSGPC Spring Conference*, 26-27 April, Gangneung, Korea, pp. 169–175. (in Korean with English abstract)
- Kim, Y. and Lee, C. (1995), A study on the optimization of coordinate system for digital mapping, *Journal of the Korean Society for GeoSpatial Information*, Vol. 3, No. 1, pp. 37–43. (in Korean with English abstract)
- Krakiwsky, E.J. (1973), *Conformal Map Projection in Geodesy*, Lecture Notes No. 37, Department of Geodesy and Geomatics Engineering, The University of New Brunswick, Fredericton, N.B., Canada, p. 144
- Lauf, G.B. (1983), *Geodesy and Map projections*, TAFE Publications, Collingwood, Australia.
- Lee, H., Heo, J., Kim, W., and Lee, J. (2007), A study on the optimal combination of central meridian and scale factor of UTM-K for application of Korean peninsula, *Journal of Korean Society of Surveying, Geodesy, Photogrammetry and Cartograph*, Vol. 25, No. 1, pp. 39–45. (in Korean with English abstract)
- Lee, Y. (1998), The national grid systems for digital mapping and GIS/LIS, *Journal of Korean Society of Surveying, Geodesy, Photogrammetry and Cartograph*, Vol. 16, No. 2, pp. 299–309. (in Korean with English abstract)
- Lee, Y. (2002), Analysis of corrections in the new map coordinates for Korea, *Journal of Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 22, No. 6D, pp. 1271–1279. (in Korean with English abstract)
- LINZ (2008), *Standard for New Zealand geodetic datum 2000 Projections (version 2)*, Land Information New Zealand, Wellington, New Zealand, p. 21
- Mather, R.S. (1972) *The Theory and Geodetic Use of Some Common Projections*, Monograph No. 1, The School of Surveying, The University of New South Wales, Sydney, Australia, p. 118
- NGII (2005), *Manual on Coordinate Transformation of*

- 1/1,000 Digital Map*, National Geographic Information Institute, Ministry of Construction and Transportation, Suwon, Korea, pp. 70–71. (in Korean)
- NOAA (1989), *State Plane Coordinate System of 1983*, National Oceanic and Atmospheric Administration, Rockville, MD, USA, p. 119
- OS (2006), *A Guide to Coordinate Systems in Great Britain*, Ordnance Survey, Hampshire, UK, p. 44
- Redfearn, J.C.B. (1948), Transverse Mercator formula, *Empire Survey Review*, Vol. 69, No. IX, pp. 318–328.
- Richardus, P. (1972), *Map Projections: for Geodesists, Cartographers and Geographers*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, The Netherlands, p. 174
- Snyder, J.P. (1987), *Map Projections - A Working Manual*, US Geological Survey, Government Printing Office, Washington, D.C., USA.
- Song, Y., Heo, J., Sohn, H., and Kim, W. (2006), Analysis of map projection distortion for UTM-K, *Journal of Korean Society of Surveying, Geodesy, Photogrammetry and Cartography*, Vol. 24, No. 4, pp. 313–318. (in Korean with English abstract)
- Thomas, P.D. (1952), *Conformal Projection in Geodesy and Cartography*, Special Publication No. 251, Coast and Geodetic Survey, Department of Commerce, Washington D.C., USA, pp. 2–6.

(접수일 2013. 02. 04, 심사일 2013. 03. 24, 심사완료일 2013. 04. 03)