강체 운동 해석 및 실험을 통한 엔진 내부 진동 예측에 관한 연구

Estimation of Vibration Level Inside an Engine Based on Rigid Body Theory and Measurement Technology

김 병 현*, 박 종 호*, 김 의 열*, 이 상 권†, 김 태 정**, 허 정 기**

Byung-Hyun Kim, Jong-Ho Park, Eui-Yeol Kim, Sang-Kwon Lee,
Tae-Jeong Kim and Jeong-Ki Heo

(2011년 8월 30일 접수 ; 2011년 10월 21일 심사완료)

Key Words : Rigid Body Motion(강체 운동), Transfer Matrix(전달행렬), Inertia Restraint Method(관성 구속 방법), Moore-Penrose Pseudo-inverse(Moore-Penrose 의사 역행렬)

ABSTRACT

This paper presents practical results for the estimation of vibration level inside a powertrain based on the rigid body theory and measurement. The vibration level of inside powertrain has been used for the calculation of excitation force of an engine indirectly. However it was difficult to estimate or measure the vibration level inside of a powertrain when a powertrain works on the driving condition of a vehicle. To do this work, the rigid body theory is employed. At the first, the vibration on the surface of a powertrain is measured and its results are secondly used for the estimation the vibration level inside of powertrain together with rigid body theory. Also did research on how to decrease the error rate when the rigid body theory is applied. This method is successfully applied to the estimation of the vibration level on arbitrary point of powertrain on the driving condition at the road.

1. 서 론

최근에 차량에 대한 고객의 품질요구가 증대하면서 차량의 진동, 승차감에 대한 연구가 중요하게 대두되고 있다. 차량 운전시 파워트레인의 강체 진동은 진폭이 크므로 파워트레인 자체뿐만 아니라 파워트레인에 부착되는 주요 부품 내구성에도 중요한 영향을 미친다. 따라서 파워트레인의 진동 예측 혹은 진동 측정은 매우 중요하다.

운전중인 자동차 파워트레인에서 가속도를 센서

를 이용하여 파워트레인 표면 진동을 측정하는 것은 가능하지만 파워트레인 내부의 진동을 측정한다는 것은 어렵고 위험한 작업이다. 특히 엔진이 작동할 때 엔진 내부 및 배기시스템은 고온, 고압이기 때문에 엔진 내부에 센서를 부착할 경우 센서나 케이블의 고장을 유발할 수 있다.

이 연구에서는 이러한 문제를 해결하기 위해서 강체 이론의 역변환 기술을 적용하여 엔진 내부의 진동을 예측하고자 한다. 강체 이론의 역변환 기술은 파워트레인 전체를 하나의 강체로 가정한 뒤 파워트레인 외부에 센서를 설치하여 진동을 측정 한 후에 관성구속 방법을 이용하여 파워트레인의 임의의 점에서 진동을 예측하는 기술이다⁽¹⁻³⁾. 이 과정에서 Moore-Penrose 의사 역행렬이 사용된다⁽⁴⁾. 현재까지 소개된 기술은 실험실 수준의 연구로서, 실제 엔진의 작동 중에 엔진의 진동을 예측하는

† 교신저자; 정회원, 인하대학교 음향진동신호처리연구실
E-mail : sangkwon@inha.ac.kr

Tel : (032)860-7305, Fax : (032)868-1716

* 정회원, 인하대학교 대학원 기계공학과

** 현대자동차 파워트레인해석팀

것이 아니고, 리그(rig) 장치에서 엔진을 가진기로 가진하여 엔진의 진동을 예측하는 방법에 대한 연구이다⁽⁵⁾.

이 연구에서는 실제 자동차를 정지상태 중립기어에서 가속하면서 진동 측정이 가능한 각 점에서 파워트레인의 진동을 측정하고 이 진동값을 강체이론의 역변환 기술에 적용하여 임의의 점에서 진동레벨을 예측하였다. 또한 이 과정을 발생하는 오차를 최소화하는 방법에 대해서 연구하였다.

2. 강체 운동 이론

2.1 전달 행렬 이론

강체의 운동은 병진운동과 회전운동으로 이루어져 있다. 어떤 임의의 점의 가속도 $\ddot{\mathbf{X}}_p$ 는 무게중심의 병진운동 가속도 $\ddot{\mathbf{X}}_c$ 와 회전운동 가속도 $\ddot{\boldsymbol{\theta}}_c \times \mathbf{d}_{cp}$ 의 합으로 이루어진다. 즉 식 (1)과 같이 표현된다.

$$\ddot{\mathbf{X}}_p = \ddot{\mathbf{X}}_c + \ddot{\boldsymbol{\theta}}_c \times \mathbf{d}_{cp} \quad (1)$$

엔진이나 파워트레인을 하나의 강체라고 가정한다. 강체의 회전 운동은 모멘트 계산법에 의해 식 (2)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -y\ddot{\theta}_z + z\ddot{\theta}_y \\ \ddot{y} &= -z\ddot{\theta}_x + x\ddot{\theta}_z \\ \ddot{z} &= -x\ddot{\theta}_y + y\ddot{\theta}_x \end{aligned} \quad (2)$$

앞에 식 (1)에서처럼 강체는 병진운동의 영향도 있기 때문에 병진운동과 회전운동을 합하여 행렬(matrix)형태로 나타내면 식 (3)과 같다.

Fig. 1 Coordinates system of a rigid body

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{Bmatrix}_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & Z_p - Z_c & -(Y_p - Y_c) \\ 0 & 1 & 0 & -(Z_p - Z_c) & 0 & X_p - X_c \\ 0 & 0 & 1 & (Y_p - Y_c) & -(X_p - X_c) & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\theta}_x \\ \ddot{\theta}_y \\ \ddot{\theta}_z \end{Bmatrix}_c \quad (3)$$

두 점에서의 강체 운동의 영향을 적용하면 식 (4)처럼 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{y}_1 \\ \ddot{z}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{z}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & Z_{p1} - Z_c & -(Y_{p1} - Y_c) \\ 0 & 1 & 0 & -(Z_{p1} - Z_c) & 0 & X_{p1} - X_c \\ 0 & 0 & 1 & (Y_{p1} - Y_c) & -(X_{p1} - X_c) & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & Z_{p2} - Z_c & -(Y_{p2} - Y_c) \\ 0 & 1 & 0 & -(Z_{p2} - Z_c) & 0 & X_{p2} - X_c \\ 0 & 0 & 1 & (Y_{p2} - Y_c) & -(X_{p2} - X_c) & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\theta}_x \\ \ddot{\theta}_y \\ \ddot{\theta}_z \end{Bmatrix}_c \quad (4)$$

식 (4)에서 전달행렬(transfer matrix)은 6×6 형태이다. 이 행렬의 행렬식(determinant)을 구하면 식 (5)와 같다.

$$\det \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & Z_{p1} - Z_c & -(Y_{p1} - Y_c) \\ 0 & 1 & 0 & -(Z_{p1} - Z_c) & 0 & X_{p1} - X_c \\ 0 & 0 & 1 & (Y_{p1} - Y_c) & -(X_{p1} - X_c) & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & Z_{p2} - Z_c & -(Y_{p2} - Y_c) \\ 0 & 1 & 0 & -(Z_{p2} - Z_c) & 0 & X_{p2} - X_c \\ 0 & 0 & 1 & (Y_{p2} - Y_c) & -(X_{p2} - X_c) & 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (5)$$

식 (5)에서 처럼 X, Y, Z의 좌표값에 상관없이 행렬식(determinant)은 0이 되기 때문에 이 행렬의 역행렬(inverse matrix)은 구할 수 없다. 이런 문제점을 해결하기 위해서 두 점의 값이 아닌 세 점 이상의 값

$$T_{cp} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & Z_{p1} - Z_c & -(Y_{p1} - Y_c) \\ 0 & 1 & 0 & -(Z_{p1} - Z_c) & 0 & X_{p1} - X_c \\ 0 & 0 & 1 & (Y_{p1} - Y_c) & -(X_{p1} - X_c) & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & Z_{p,n} - Z_c & -(Y_{p,n} - Y_c) \\ 0 & 1 & 0 & -(Z_{p,n} - Z_c) & 0 & X_{p,n} - X_c \\ 0 & 0 & 1 & (Y_{p,n} - Y_c) & -(X_{p,n} - X_c) & 0 \end{bmatrix}$$

(6)

으로 계산해야 한다. 세 점 이상의 값으로 전달행렬을 만들면 식 (6)과 같다⁽³⁾.

여기서 전달행렬 T_{cp} 는 $3m \times 6$ 의 형태가 된다. 강체 운동 해석을 위한 전달행렬은 이러한 방법으로 구할 수 있다. 여기서 m 은 측정점의 개수를 나타낸다.

2.2 Moore-Penrose 의사 역행렬

Moore-Penrose 의사 역행렬은 일반적으로 식 (7)과 같은 선형 방정식의 값을 찾기 위해서 쓰인다.

$$T_{cp} \ddot{X}_c = \ddot{X}_p \quad (7)$$

식 (6)의 전달행렬은 3개의 점 이상을 이용해야 하기 때문에 T_{cp} 는 $m > n$ 이 된다. 여기서 m 은 전달행렬의 행이고 n 은 열이다. 즉, 행이 열보다 많아지게 된다. 이러한 경우에 전달행렬의 Moore-Penrose 의사 역행렬은 아래와 같이 구할 수 있다.

$$m > n : T_{cp}^{\dagger} = (T_{cp}^T T_{cp})^{-1} T_{cp}^T \quad (8)$$

위에 식 (8)에서 구한 강체 전달행렬의 Moore-Penrose 의사 역행렬을 식 (7)에 적용하여 역행렬을 구하여 식 (9)를 얻을 수 있다.

$$\ddot{X}_c = (T_{cp}^T T_{cp})^{-1} T_{cp}^T \ddot{X}_p \quad (9)$$

식 (9)를 이용하여 무게중심의 병진 및 회전 각속도를 구할 수 있다. 강체임의의 점의 가속도를 예측하기 위해서 필요한 무게 중심의 병진 및 회전 가속도를 구했다. 임의의 점의 가속도를 구하기 위해서 무게 중심에서 임의의 점까지의 전달 행렬이 필요하다. 그 전달 행렬은 아래와 같다.

$$T_{cr} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & Z_{cr} - Z_c & -(Y_{cr} - Y_c) \\ 0 & 1 & 0 & -(Z_{cr} - Z_c) & 0 & X_{cr} - X_c \\ 0 & 0 & 1 & (Y_{cr} - Y_c) & -(X_{cr} - X_c) & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

위에 식 (10)에서 구한 전달행렬을 적용하면 임의의 점에서의 가속도를 구할 수 있다.

$$\ddot{X}_r = T_{cr} (T_{cp}^T T_{cp})^{-1} T_{cp}^T \ddot{X}_p \quad (11)$$

3. 실험

3.1 실험 방법

강체 운동 해석을 위해서는 3군데 이상의 측정점이 필요하다. 총 8군데의 지점에서 가속도 센서를 이용하여 가속도 값을 측정하였다. 엔진의 전면부 부분에 4군데와 후면부 부분에 4군데에 가속도 센서를 설치하였다. 가속도 센서를 설치할 때 배기관 부근에는 설치하지 않았다. 배기관 부근에는 엔진이 작동하면 온도가 1000℃까지 상승한다. 그러므로 센서나 선의 고장의 원인이 될 수 있기 때문이다. Fig. 2는 실제 실험한 차량의 엔진이다. 여기에서 가속도 센서를 부착하여 Fig. 3과 같이 차량중립기에서 설치한 계측장비를 통하여 실제 차량 중립기에서 run-up 상태의 가속도 및 RPM을 얻는 방법으로 실험을 수행하였다. Fig. 4와 Fig. 5는 엔진에 센서를 부착한 위치를 개략적으로 나타내었다. 실제 차량에는

Fig. 2 Photograph of engine

Fig. 3 Photograph of control room

엔진의 촬영이 힘들기 때문에 동력계에 장착된 동일 엔진에서 센서부착 위치를 사진으로 표현하였다. 센서를 부착하는 위치는 엔진의 모서리 부분에 설치하였다. 엔진의 모서리 부분이 강체 운동을 한다고 할 수 있고 엔진의 거동을 ODS(operational deflection shape)⁽⁶⁾로 표현하기 위해서 모서리 부분에 센서를

Table 1 Position of points on an engine

Point	Coordinates(mm)		
	x-axis	y-axis	z-axis
1	-216.6	123.1	-161
2	167.9	91.7	-151.2
3	202.3	101.9	195.7
4	-119.5	77.6	231.9
5	-159.6	-168.3	-103.2
6	194.5	-186.5	-103
7	-237	-121.3	242
8	194.2	-191.4	241.3

Fig. 4 Sensor position on intake-manifold side of the test engine

Fig. 5 Sensor position on exhaust-manifold side of the test engine

부착했다. 측정을 위해서 센서는 B&K에서 제작한 고온용 charge type 3축 가속도계를 이용하였고 Fig. 6에 보여준 바와 같이 부착을 하였다.

센서를 부착하는 위치의 좌표값은 Table 1에 표현하였다. 이것은 엔진의 무게중심을 원점이라고 가정한 다음 각 점들이 무게중심으로부터 떨어진 위치로 나타내었다. 무게중심은 설계 도면상에서 차량 탑재한 경우에 대하여 계산하여 구하였다. 엔진의 실험 차량은 직렬 4기통 중형 엔진을 탑재한 차량이고 차량의 중립기어상태에서 1500 rpm부터 4500 rpm 까지 일정하게 rpm을 증가시키면서 측정하였다. 일반적으로 강체 운동은 저주파 영역에 해당하지만 고주파 영역에서도 강체 운동의 특성이 나타난다.

(a) 1st point

(b) 2nd point

(c) 3rd point

(d) 4th point

(e) 5th point

(f) 6th point

(g) 7th point

(h) 8th point

Fig. 6 Position of each sensor attached on the test engine for the measurement of acceleration

이 연구에서는 고주파 영역의 특성인 탄성운동의 영향을 제외하고 강체 운동의 영향만을 고려하여 진행하였다.

3.2 실험 결과

직렬 4기통 엔진에서 가장 영향이 크다고 할 수 있는 2nd 오더(order)성분을 칼만 필터를 이용하여 추출하였다. 이 측정값을 식 (7)에 대입하여 $\ddot{X}_e$ 를 구할 수 있다. 무게 중심부터 측정점까지의 강체 전

달함수인 T_{cp} 는 Table 1의 좌표값을 대입하여 구한다. 이것을 통해서 무게 중심의 병진 가속도 및 회전 각속도 $\dot{X}_c$ 를 구한 뒤 예측점과 무게 중심의 전달함수를 곱해주면 예측점의 가속도를 얻을 수 있다. 이 연구에서는 예측점을 원점인 (0,0,0)으로 설정하여 수행하였다. 먼저 강체 전달함수법의 신뢰성을 확인하기 위해서 예측점을 1번부터 8번까지 한 다음 각 점의 예측값을 구하였다. Fig. 7은 각 위치별

(a) X-axis

(b) Y-axis

(c) Z-axis

Fig. 7 Vibration level estimated by the proposed method at the measured points

(a) X-axis

(b) Y-axis

(c) Z-axis

Fig. 8 Error between estimated vibration level and measured vibration level at each measured points

2nd order 성분의 값을 예측한 뒤 dB값으로 변환을 하였다. 각 위치의 진동 예측값을 구한 뒤 그 예측값과 실제 측정된 측정값과의 dB 차이를 구하여 오차를 비교하였다. Fig. 8에서는 모든 측정점으로 오차를 계산하였는데 각 위치별 오차를 확인해보면 x방향, y방향, z방향 모두를 비교하였을 때 5번 위치의 오차가 가장 큰 것을 확인 할 수 있다. 이러한 오차는 엔진의 운전중에 나타나는 강제 진동 모드의 영향

이므로 엔진의 운전중 거동을 측정하는 ODS 결과를 이용하여 차량의 운전중 진동 모드가 강하게 나타나는 5번 위치를 제외하고 다시 예측을 하였다.

이 결과 Fig. 8과 비교했을 때 5번 위치를 제외하고 예측한 값과 측정된 값의 오차는 Fig. 9에서 보여주는 바와 같이 현저하게 감소하는 것을 알 수 있다. 오차 감소를 확인하기 위해서 모든 위치에서의 값들과 오차가 가장 큰 5번 위치를 제외하고 예측한

(a) X-axis

(b) Y-axis

(c) Z-axis

Fig. 9 Error between estimated vibration level and measured vibration level at each measured points except point 5

(a) X-axis

(b) Y-axis

(c) Z-axis

Fig. 10 Averaged error reduced by excluding the vibration level at point 5 for calculation of estimation vibration level

결과의 오차의 평균을 구하였다. Fig. 10에서 x방향과 z방향에서는 5번을 제외하고 예측하였을 경우 약 2 dB 정도의 오차가 감소하였고 y축은 비슷하였다.

이는 5번 위치에서 엔진 진동 거동이 y방향으로 크지 않기 때문이다. 엔진에서 가장 가속도 값이 크게 나타나는 z방향에서의 오차가 4 dB 이내 이기 때문에 이 강체 운동의 예측기술은 이러한 오차를 감안 하더라도 엔진의 내부 임의의 점의 진동 예측이 가

능함으로 실제 차량의 진동 예측에 많이 활용할 수가 있다. 특별히 측정이 불가능한 여러 위치에서 진동 레벨을 예측하는데 탁월하게 사용될 수 있다.

상기의 검증된 진동 예측 기술을 바탕으로 식 (11)의 전달함수에 무게중심인 (0,0,0)을 대입하여 계산하면 Fig. 11과 같이 무게중심의 가속도값이 도출된다. 이 예측값에 대한 측정이 불가능함으로 검증을 할 수는 없으나 다소간의 예측 오차를 고려하여 무게 중심의 진동값으로 사용가능하다. 또한 파워트레인 각 보조장치의 진동을 예측하는데 사용 가능하다. 복수 이상의 엔진과 여러 가지 가동조건으로 강체 운동 해석을 추후 연구할 예정이다.

4. 결 론

이 연구에서는 강체 운동 이론을 자동차의 파워트레인에 적용하여 측정이 어려운 엔진내부의 임의의 점의 가속도를 예측하는 방법을 수행하였다.

예측하고자 하는 어떠한 지점의 가속도값을 예측하기 위해서 강체 운동이론을 적용하였을 때 오차가 큰 부분을 제외하여 예측값의 오차를 줄이는 방법으로 예측값의 신뢰성을 높이하고자 하였다. 이 결과는 오차가 큰 부분을 제외하기 전보다 예측값의 오차가 줄어들었다. 이것을 바탕으로 예측값의 신뢰성을 높인 뒤 무게중심의 가속도를 예측하였다. 이 연구를 통하여 측정이 힘든 엔진내부의 임의의 지점 또는 배기구 부분의 가속도를 예측하여 엔진의 가진력 및 특성을 파악하여 엔진 및 파워트레인을 설계할 수 있다.

후 기

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. 2010-0014260)

참 고 문 헌

- (1) Lee, H., Lee, Y. B. and Park, Y. S., 1999, Response and Excitation Points Selection for Accurate Rigid-body Inertia Properties Identification, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 13,

Fig. 11 The acceleration estimated by the proposed method at the center of gravity of the test engine

No. 4, pp. 571~592.

(2) Pandit, S. M. and Hu, Z. Q., 1994, Determination of Rigid Body Characteristics From Time Domain Modal Test Data, Journal of Sound and Vibration, Vol. 177, No. 1, pp. 31~41.

(3) Crouch, T., 1985, Matrix Methods Applied to Engineering Rigid Body Mechanics, Pergamon Press, pp. 45~57.

(4) Kim, B. C. and Lee, J. C., 1986, The Moore-Penrose Inverse for the Classificatory Models, Journal of the Korean Statistical Society, Vol. 15,

No. 1, pp. 46~61.

(5) Ko, K. H. and Kook, H. S., 2002, Improving Accuracy of Measurement of Rigid Body Motion by Using Transfer Matrix, Proceedings of the KSNVE Annual Spring Conference, pp. 253~259

(6) Kim, S. J. and Lee, S. K., 2009, Prediction of Structure-borne Noise Caused by the Powertrain on the Basis of the Hybrid Transfer Path, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, Vol. 223, No. 4, pp. 485~502.