CIP 부피비에 따른 이방성 MRE의 전단계수 변화율

The Variation Rate of Shear Modulus for Anisotropic Magneto-rheological Elastomer due to Volume Fraction of CIP

정 윤 창* · 윤 지 현* · 양 인 형* · 이 유 엽** · 오 재 응†

Un-Chang Jeong, Ji-Hyun Yoon, In-Hyung Yang, You-Yub Lee and Jae-Eung Oh

(2011년 9월 19일 접수 ; 2011년 11월 7일 심사완료)

Key Words : Shear Modulus(전단계수), Magneto-rheological Elastomer(MR 고무), Anisotropic(이방성), Carbonyl Iron Powder(자기반응성 입자), Maxwell-Garnett Mixing Rule(맥스웰-가넷 혼합 법칙)

ABSTRACT

MRE(magneto-rheological elastomers) is a material which shows reversible and various modulus in magnetic field. Comparing to conventional rubber vibration isolator, MREs are able to absorb vibration of broader frequency range. These characteristic phenomena result from the orientation of magnetic particles named carbonyl iron powder(CIP) in rubber matrix. In this paper, simulation on variation rate of shear modulus for anisotropic MRE due to volume fraction of CIP and an effective permeability model was applied to predict the field-induced shear modulus of MREs. Also, the variation rate of shear modulus for anisotropic MRE was derived using magneto-mechanical theory. Based on Maxwell-Garnett mixing rule, the increment of shear modulus was calculated to evaluate the shear modulus of MREs with column structure of CIP due to induced current. The simulation results on variation rate of shear modulus can be applied to the variable mechanical system of MRE such as tunable vibration absorber, stiffness variable bush and mount.

기 호 설 명

B : 자기장
 D : 전속밀도
 d : CIP 입자간 거리
 E : 전기장
 ε : 전단변형률

G_0 : 천연고무의 전단계수
 H_0 : 자계세기
 μ_p : CIP 입자의 투자율
 μ_m : 천연고무의 투자율
 μ_{eff} : MRE의 투자율
 ϕ : CIP 사슬 내의 CIP 부피비
 ϕ_c : MRE 내의 CIP 입자 열(column)의 부피비
 ϕ_p : MRE에 첨가된 CIP 부피비
 r : CIP 입자 반경

1. 서 론

† 교신저자; 정회원, 한양대학교 기계공학부
E-mail : jeoh@hanyang.ac.kr
Tel : (02)2294-8294, Fax : (02)2299-3153
* 정회원, 한양대학교 기계공학과
** 정회원, 호원대학교 자동차기계공학부

이 논문의 일부는 2011년 추계 소음진동 학술대회에서 발표되었음.

자동차 등의 동적인 구조물에 있어 구조의 경량화와 더불어 승차감 및 소음-진동 개선에 대한 요구는

꾸준히 증대되어 왔다. 소음·진동 저감을 위한 가장 효율적인 방법은 가진원으로부터의 진동 전달을 방지하는 것이며, 이 같은 목적을 갖는 대표적인 제품이 바로 방진고무이다. 방진고무는 생산성과 적용성 그리고 저비용이라는 여러 장점을 지니고 있으므로 자동차, 가전 등에 필수적인 제품으로 알려져 있다. 특히, 자동차의 경우 한대 당 방진고무의 사용 개수가 대단히 많고, 소음·진동의 감소뿐만 아니라 조종안정성 등의 운전 성능에도 큰 영향을 미친다. 그러므로, 가진원으로부터의 진동 전달을 제어하여 승차감과 조종안정성을 동시에 향상시키는 방진고무 기술의 필요성이 대두되고 있다. 그러나, 기존의 방진고무는 일정한 고무 물성을 갖는 수동적인 방진대책으로서 특정 주파수 대역의 진동만을 저감시킬 수 있는 한계가 있어 MR 재료와 같은 가변형 물성 재료의 적용이 요구된다.

MR 재료는 자기장에서의 유동학적 특성을 제어할 수 있는 스마트 재료의 한 종류이다. MR 재료는 매트릭스에 따라 MRE(magneto-rheological elastomer)와 MRF(magneto-rheological fluid)로 나눌 수 있으며, 그 중 MRE는 천연고무와 같은 고무 매트릭스에 자기반응성 입자인 CIP(carbonyl iron powder) 등을 첨가한 엘라스토머이다. MRE의 메커니즘은 MRF와 유사하나, MRE는 고무 매트릭스 내부에 포함된 CIP 입자들이 항복 전 상태에서 작동하는 반면에 MRE는 항복 후 연속 전단이나 유동 형태로 작동한다⁽¹⁾. 또한, MRE는 제작 시의 CIP 배향에 따라 이방성 MRE와 등방성 MRE로 분류할 수 있다. 특히, 이방성 MRE는 MRE의 성형 시에 강한 외부 자기장 인가에 따라 CIP 입자가 체인 형태의 사슬로 배향되어 이방성의 물성을 나타내는 재료이다. 이러한 CIP 배향은 동일한 방향의 자기장 인가 세기에 따라, 체인 형태의 클러스터를 형성하여 외부 힘에 대한 전단방향의 저항, 즉 강성이 증가하여 MRE의 물성을 가역적으로 변화시킬 수 있다. 이는 MRE의 기계적 물성 중 전단계수가 가장 중요한 이유가 된다.

가변형 기계 시스템에 대한 MRE의 응용을 위해서는 MRE 내부에 분포하는 CIP의 자기장에 따른 전단계수 변화에 대한 예측이 필수적이다. 즉, MRE의 전단계수 변화는 시스템의 고유진동수 변화를 발생시켜 외부 가진과의 공진을 회피할 수 있

으므로 자기장에 따른 전단계수 변화율에 대한 예측이 중요하다⁽²⁾. 그러나, MR 재료 중 MRF의 자기장에 따른 전단계수 변화에 대한 이론적인 모델링은 활발히 이루어지고 있으며 MRE 내부의 배향된 CIP 부피비와 자기장에 따른 전단계수 변화에 대한 실험적 해석은 이루어지고 있으나 이론적 모델링 및 시뮬레이션은 이루어지지 않고 있다^(3,4). 그러므로, 가변형 방진고무 시스템의 설계 및 제어를 위해, 첨가되는 CIP의 부피비와 자기장 세기에 따른 MRE의 전단계수 변화율을 이론적으로 예측할 필요가 있다.

이 연구에서는 이방성 MRE의 CIP 부피비에 따른 전단계수 변화율을 기계적 및 전자기 이론을 이용하여 수식을 유도하였고, 물리적 의미를 규명하였다. MRE의 자기장에 대한 전단계수 변화량을 구하기 위해서 MRE를 이상적인 이방성으로 가정하고 Maxwell-Garnett 혼합 법칙(mixing rule)을 이용하여 투자율을 구하였다⁽⁵⁾. 이를 전단응력 텐서를 적용하여 CIP 부피비에 따른 MRE의 전단계수 변화율 수식을 유도하고 CIP 부피비와 인가전류에 따른 MRE의 전단계수 변화율을 시뮬레이션을 통하여 규명하였다.

2. 자기장에서의 MRE의 전단계수 유도^(6,7)

2.1 MRE 내 자기장 변화에 따른 전단응력 텐서

MRE 내부 자기장 변화에 따른 전단응력 텐서는 CIP 입자를 전계 및 자계에서의 전자기적 특성을 지닌 질점으로 가정함으로써 구할 수 있다.

전계와 자계가 공존하는 계 내에서 운동하는 전자기적 특성을 지닌 질점이 받는 단위 체적당 힘은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_f = \rho_f E + \rho_f v \times B = \rho_f E + J_f \times B \quad (1)$$

여기에서 ρ_f 는 자유전하밀도, J_f 는 자유전류밀도이다. 시간에 따라 전계 및 자계가 변하는 계에 대한 맥스웰 방정식은 식 (2), (3)과 같다.

$$\nabla \times H - \frac{\partial D}{\partial t} = J_f \quad (2)$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (3)$$

또한, 시간에 따라 변하지 않는 경우에 대한 맥스웰 방정식은 식 (4), (5)와 같다.

$$\nabla \cdot D = \rho_f \quad (4)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (5)$$

식 (1)에 식 (2), (4)를 대입하여 전자기적 특성을 지닌 질점이 받는 단위 체적당 힘은 식 (6)과 같다.

$$F_f = E(\nabla \cdot D) - B \times \nabla \times H - \frac{\partial D}{\partial t} \times B \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(D \times B) = \frac{\partial D}{\partial t} \times B + \frac{\partial B}{\partial t} \times D \quad (7)$$

전계에 관련된 항과 자계에 관련된 항으로 분할하기 위하여 식 (6)을 식 (7)에 대입하여 정리하면 식 (8)과 같다.

$$F_f = E(\nabla \cdot D) - B \times \nabla \times H - D \times \nabla \times E - \frac{\partial}{\partial t}(D \times B) \quad (8)$$

여기에서 식 (5)를 식 (8)에 대입하면 식 (8)은 식 (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$F_f = E(\nabla \cdot D) + H(\nabla \cdot B) - B \times \nabla \times H - D \times \nabla \times B - \frac{\partial}{\partial t}(D \times B) \quad (9)$$

식 (9)에서 자기장에 의해 전자기적 특성을 지닌

질점이 받는 단위 체적당 힘은 다음과 같다.

$$F_f = H(\nabla \cdot B) - B \times \nabla \times H \quad (10)$$

식 (10)을 자기력과 응력 관계인 식 (11)에 의해 텐서로 나타내면 식 (12)와 같다.

$$F = \frac{\partial T_{mn}}{\partial x_n} \quad (11)$$

$$T_{mn} = H_m B_n - \frac{1}{2} \delta_{mn} (H_k \cdot B_k) \quad (12)$$

Fig. 1에서 전단응력은 $T_{12}, T_{21}, T_{31}, \dots$ 로 $m \neq n$ 인 조원에서 성립된다.

따라서, 자기장에 의해 전자기적 특성을 지닌 질점이 받는 전단응력 텐서는 다음과 같다.

$$\tau = -\frac{1}{2} \mu_0 \frac{\partial \mu_{eff}}{\partial \varepsilon} H_0^2 \quad (13)$$

자기장 세기에 의해 대전입자가 받는 전단응력은 공기의 투자율, 전단변형률 및 자기장 세기의 제곱에 비례하는 것을 알 수 있다.

2.2 이방성 MRE의 투자율

자계에서의 전단응력 텐서에 적용하기 위하여 이방성 MRE의 투자율을 구하려면 먼저 체인 형태의 CIP 입자와 천연고무로 이루어진 CIP 입자 열(column)의 투자율을 구해야 한다. 이방성 MRE에서 CIP 입자 열의 투자율은 Maxwell-Garnett 혼합 법칙에 의해 식 (14)로 나타낼 수 있다.

$$\mu_{ceff} = \mu_m + 2\phi \mu_m \frac{\mu_p - \mu_m}{\mu_p + \mu_m - \phi(\mu_p - \mu_m)} \quad (14)$$

MRE를 이상적인 이방성 상태로 가정하면 Fig. 2와 같이 나타낼 수 있다. 따라서, 입자 열 내에서 CIP 입자가 균일하게 분포하는 것으로 가정하면, CIP 입자 열에서 입자들이 차지하는 부피비 ϕ 는 Fig. 3에서와 같이 하나의 CIP 입자가 입자간 거리(d) 만큼의 높이를 갖는 원기둥에서 차지하는 부피비로 나타낼 수 있으며, 이는 식 (15)로 표현된다.

$$\phi = \frac{\frac{4}{3} \pi r^3}{d \times \pi r^2} \quad (15)$$

Fig. 1 A rectangular unit volume, acted on by stress

여기서 r 은 CIP 입자의 반지름이고, d 는 CIP 입자의 중심 간의 거리이다.

또한, 식 (15)를 이용하여 전체 MRE시편에서 CIP 입자 열의 부피비 ϕ_c 는 식 (16)으로 나타낼 수 있다.

$$\phi_c = \frac{\phi_p}{\phi} = \frac{3\phi_p d}{4r} \quad (16)$$

여기서 ϕ_p 는 MRE에 대한 CIP 입자의 부피비이다.

이방성 MRE의 부피비는 Fig. 2와 같이 CIP 입자의 열과 그 외의 천연고무로 이루어진다.

따라서, 이방성 MRE의 투자율은 CIP 입자 열과 천연고무의 투자율에 각각의 부피비를 곱함으로써 구할 수 있다.

$$\mu_{eff} = \mu_{eff}\phi_c + \mu_m(1-\phi_c) \quad (17)$$

따라서, 식 (14)와 식 (15)를 식 (17)에 대입하면 이방성 MRE의 투자율을 구할 수 있다.

$$\mu_{eff} = \mu_m + 2\phi_p \mu_m \frac{\mu_p - \mu_m}{\mu_p + \mu_m - \frac{4R}{3d}(\mu_p - \mu_m)} \quad (18)$$

식 (18)은 자기장이 인가 되지 않을 때 전단변형 x 가 0이되므로 Fig. 4(a)와 같다.

그러나 MRE에 자기장이 인가되면 Fig. 4(b)와 같이 전단변형 x 가 발생하여 CIP 입자 간의 사이가 d 에서 $\sqrt{x^2 + d^2}$ 로 벌어지게 된다. 즉, 전단변형률이 커짐에 따라 투자율이 감소하게 된다.

Fig. 2 Anisotropic MR elastomers construction

따라서, 자기장 인가 시 전단변형을 고려하여 이방성 MRE의 투자율을 구하면 식 (19)와 같이 정의될 수 있다.

여기서 전단변형률 ε 는 x/d 로 정의한다.

$$\mu_{eff} = \mu_m + 2\phi_p \mu_m \times \frac{\mu_p - \mu_m}{\mu_p + \mu_m - \frac{4R}{3d\sqrt{1+\varepsilon^2}}(\mu_p - \mu_m)} \quad (19)$$

2.3 자기장 인가 시 이방성 MRE의 전단계수

자기장에서의 전단응력 텐서 및 이방성 MRE의 투자율을 이용하여 자기장 인가 시 이방성 MRE의 전단계수를 구하려면 MRE의 투자율에 관한 식 (19)을 전단변형률 ε 에 대한 편미분을 하여 자기장에서의 전단응력에 관한 식 (13)에 대입하면 된다.

따라서, 자기장 인가 시 이방성 MRE의 전단응력은 식 (20)과 같다.

$$\tau = 12\mu_0 \phi_p \mu_m \left(\frac{R}{d}\right) H_0^2 \times \frac{(\mu_p - \mu_m)^2 \varepsilon}{\sqrt{1+\varepsilon^2} [3\sqrt{1+\varepsilon^2}(\mu_p + \mu_m) - 4\frac{R}{d}(\mu_p - \mu_m)]^2} \quad (20)$$

Fig. 3 MR elastomers: nano-size CIP particle

Fig. 4 The shear model of CIP column and chain

Fig. 5 The shear deformation model of anisotropic MRE construction

Fig. 5와 같이 CIP 입자 열과 함께 MRE 또한 전단변형이 발생하므로 전단응력과 전단계수와의 관계를 이용하여 전단계수 변화량 ΔG 는 식 (21)로 나타낸다.

$$\Delta G = 12\mu_0\phi_p\mu_m\left(\frac{R}{d}\right)H_0^2 \times \frac{(\mu_p - \mu_m)^2}{\sqrt{1+\varepsilon^2}[3\sqrt{1+\varepsilon^2}(\mu_p + \mu_m) - 4\frac{R}{d}(\mu_p - \mu_m)]^2} \quad (21)$$

이방성 MRE의 전단계수는 자기장의 세기와 CIP 부피비에 영향을 받는 것을 알 수 있으며 여기서 μ_0 는 공기의 투자율을 나타내며, 식 (21)에서 전단계수는 전단변형률이 증가할수록 감소하게 된다.

또, MRE의 전단계수는 자기적 특성인 MRE 투자율의 전단변형률에 대한 변화량, 천연고무의 투자율 및 공기의 투자율에 비례하며, 자기장의 세기의 제곱에 비례한다. 또한 CIP 입자의 부피비에 비례한다.

3. 시뮬레이션 및 고찰

MRE의 전단계수 변화율을 구하기 위해서는 변화의 초기값으로 자기장이 없을 때의 MRE의 전단계수가 필요하다. 자기장이 없을 때의 등방성 MRE의 전단계수는 첨가제의 부피비에 따른 전단계수 변화를 실험적으로 규명한 Guth의 식 (22)를 사용하였다⁽⁸⁾.

$$G_{MRE} = G_0(1 + 2.5\phi + 14.1\phi^2) \quad (22)$$

여기서 G_{MRE} 는 천연고무와 CIP를 배합한 자기장이 없을 때의 MRE의 전단계수이다. 또한 G_0 는 천연

Fig. 6 The prediction variation rate of MRE due to CIP volume fraction

Fig. 7 Distribution of CIP particles in MREs

고무의 전단계수로서 이전 연구⁽¹⁾의 전단계수 평가 시스템을 이용하여 0.6 MPa로 측정되었으며, MRE 내부에 자기장을 형성하기 위한 자기회로에 전류를 1A씩 증가시키며 인가하였다. MRE의 전단계수 변화율을 자기장이 없을 때의 전단계수에 대한 자기장 인가 시 전단계수로서 정의하였다.

자기장이 가해지지 않았을 경우의 식 (21)에 대한 자기장 인가 시의 식 (20)의 전단계수 변화율을 Fig. 6에 나타내었다. 시뮬레이션 결과에 따르면 인가전류 세기에 상관없이 25%의 CIP 부피비에서 전단계수 변화율이 최대가 됨을 알 수 있으며, 3A에서의 전단계수 변화율이 38.5%로 가장 크게 나타났다.

CIP 부피비가 임계점인 25%를 넘으면 CIP 부피비에 따른 전단계수 G_{MRE} 와 자기장에 의한 전단계수 변화량 ΔG 값이 선형적으로 증가하여 인가전류에 따른 MRE의 전단계수 변화율이 일정한 값으로 수렴하는 것임을 확인하였다.

한편, Guth의 식은 Fig. 7(a)와 같이 등방성 MRE의 CIP 모델에 대한 실험식이었으나, 전단계수 변화율이 상대적으로 높은 이방성 MRE에 대한 실험결과

를 이용하여 식을 보정할 필요가 있다.

따라서, 이방성 MRE는 CIP 배향으로 인해 등방성 MRE보다 전단물성 값이 감소하는 특성을 나타내므로, 보정된 Guth의 식을 이용한 시뮬레이션을 수행할 경우, 이방성 MRE의 전단계수 변화율은 이보다 증가할 것으로 예상되며, 전단계수 변화량은 전단변형률이 증가함에 따라 감소한다.

위와 같은 CIP의 부피비와 인가전류 세기에 따른 등방성 MRE의 전단계수 변화율에 대한 수치 모델 및 시뮬레이션 결과는 진동 절연 주파수 범위를 인가 전류에 따라 가역적으로 변화시킬 수 있는 가변형 방진고무 시스템의 설계 및 제어, 그리고 성능 예측에 적용될 수 있다.

4. 결 론

CIP 부피비와 인가전류 세기에 따른 MRE의 전단계수 변화율을 기계적 및 전자기 이론을 이용하여 수식을 유도하였고, 물리적 의미를 규명하였다. CIP부피비 및 인가전류 세기에 따른 MRE의 전단계수 변화율의 시뮬레이션 하기 위해 MRE 내의 CIP 분포를 이상적인 이방성으로 가정하고, Maxwell-Garnett 혼합법칙을 적용하여 MRE의 투자율을 구하였다. 이방성 MRE의 투자율을 전단응력 텐서에 대입하여 CIP 부피비에 따른 MRE의 전단계수 변화율 수식을 유도하고 시뮬레이션을 이용하여 CIP 부피비와 인가전류에 따른 MRE의 전단계수 변화율에 대한 특성을 파악하였다.

시뮬레이션 결과, 최대 전단계수 변화율이 발생되는 MRE의 CIP 부피비는 25 %, 인가 전류는 3A인 경우로 나타났다. 이때의 최대 전단계수 변화율은 38.5 %이었으며, CIP 부피비가 임계점인 25 %를 넘으면 인가전류 세기에 상관없이 일정한 전단계수 변화율로 수렴하는 특성을 확인할 수 있었다.

후 기

이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재

원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구 사업임(No. 2011-0002879)

참 고 문 헌

- (1) Carlson, J. D. and Jolly, M. R., 2000, MR Fluid, Form an Elastomer Devices, *Mechatronics*, Vol. 10, pp. 555~569.
- (2) Deng, H. X. and Gong, X. L., 2007, Application of Magnetorheological Elastomer to Vibration Absorber, *Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 13, pp. 1938~1947.
- (3) Yoon, J.-H., Jeong, J.-E., Yang, I.-H., Lee, J.-Y. and Oh, J.-E., 2009, Experimental Identification on Shear Modulus of Magneto-rheological Elastomer based on Silicon Matrix due to Induced Current, *Proceedings of the KSNVE Annual Autumn Conference*, pp. 623~624.
- (4) Zhang, X. Z., Li, W. H. and Gong, X. L., 2008, An Effective Permeability Model to Predict Field-dependent Modulus of Magnetorheological Elastomers, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 13, pp. 1910~1916.
- (5) Kärkkäinen, K. K., Sihvola, A. H. and Nikoskinen, K. I., 2000, Effective Permeability of Mixtures: Numerical Validation by the FDTD Method, *IEEE Trans Geosci Remote Sensing*, 38:1303-8,p1.
- (6) Woodson, H. H. and Melcher, J. R., 1968, *Electromechanical Dynamics*, John Wiley & Sons, Part2, pp. 418~478.
- (7) Hayt, W. H. and Buck, J. A., 2005, *Engineering Electromagnetics*, 7/e, McGraw-Hill, pp. 331~335.
- (8) Davis, L. C., 1998, Model of Magnetorheological Elastomers, *Journal of Applied Physics*, Vol. 85, No. 6, pp. 3348~3351.