면내하중을 받는 복합적층판에 대한 충격하중 및 음향 해석

Impact Force and Acoustic Analysis on Composite Plates with In-plane Loading

김 성 준† · 황 인 희* · 홍 창 호**

Sung Joon Kim, In-Hee Hwang and Chang Ho Hong

(2011년 11월 24일 접수 ; 2012년 1월 25일 심사완료)

Key Words : Composite Material(복합재료), Impact Sound(충격음), Impact Force(충격하중), In-plane Loading(면내하중)

ABSTRACT

The potential hazards resulting from a low-velocity impact(bird-strike, tool drop, runway debris, etc.) on aircraft structures, such as engine nacelle or leading edges has been a long-term concern to the aircraft industry. Certification authorities require that exposed aircraft components must be tested to prove their capability to withstand low-velocity impact without suffering critical damage. In most of the past research studies unloaded specimens have been used for impact tests, however, in reality it is much more likely that a composite structure is exposed to a certain stress state when it is being impacted, which can have a significant effect on the impact performance. And the radiated impact sound induced by impact is analyzed for the damage detection evaluation. In this study, an investigation was undertaken to evaluate the effect in-plane loading on the impact force and sound of composite laminates numerically.

기 호 설 명

$p(r)$: 음압

$\mu(r)$: 싱글레이 포텐셜

$\sigma(r)$: 더블레이 포텐셜

1. 서 론

섬유강화 복합재료는 기존의 금속재료에 비하여

비강성, 비강도, 피로특성 등의 기계적 성질이 우수하고, 이방성을 이용하여 보강 섬유의 방향이나 적층순서를 변화시킬 수 있어 항공우주 산업을 비롯한 각종 분야에서 그 사용범위가 계속 증대하고 있다. 섬유강화 복합재료를 이용하여 항공기 구조물에 사용하는 경우에 제작공정이나 정비 중의 공구낙하, 비행 중 조류와의 충돌, 이착륙 시 작은 돌이나 파편 등 여러 종류의 외부 충돌체에 의한 저속 충격손상을 받게 된다. 복합재 구조물이 외부로부터 저속충격을 받으면 육안으로는 판별하기 어려운 손상이 복합재 내부나 후면에 발생하게 된다. 복합재 구조물이 조립된 상태로 운항하는 경우 복합적층판은 면내 방향의 하중을 받게 된다. 따라서 항공기 운용 중에 외부로부터 충격을 받는 경우에 대하여 그 현상을 연구하기 위해서는 복합적층판이 받는 면내응력을 고려한 상태에서 충격현상을 연구하여야 한다.

† 교신저자; 정회원, 한국항공우주연구원
E-mail : yaelin@kari.re.kr
Tel : (042)860-2301, Fax : (042)860-2604
* 한국항공우주연구원
** 충남대학교

이 논문의 일부는 2011년 추계 소음진동 학술대회에서 발표되어 우수논문으로 추천되었음.

이 연구에서는 충격 시 발생하는 충격하중과 충격음에 면내응력이 미치는 영향을 검토하였다. 충격하중은 복합재 구조물의 손상발생 관련한 메커니즘을 평가하기 위해 필요하며 충격음은 손상발생 여부를 태핑(tapping) 테스트 등을 이용하여 검사하기 위한 목적으로 필요하다. 면내응력이 있는 복합적층판의 충격거동에 대하여 수행한 연구결과를 살펴보면 면내응력이 작용하는 경우 적층판의 충격거동을 해석하거나 층간분리 등의 손상이 예상되는 영역의 크기를 파손이론 등을 이용하여 예측한다. Choi⁽¹⁾는 면내응력을 받는 복합적층판에 대하여 충격문제를 해석할 수 있는 유한요소해석 프로그램을 구성하고 충격거동해석을 수행하였으며, 손상이 예상되는 영역의 범위를 분석하였다. Chiu⁽²⁾ 등은 실험을 통하여 면내 인장하중은 충격하중의 최대 값과 층간분리(delamination) 등의 손상영역의 범위를 크게 하고, 압축하중은 충격하중의 크기와 층간분리 등의 손상영역의 범위를 작게 하는 것을 보였다. Robb⁽³⁾ 등은 2축 방향의 면내하중이 작용하는 경우 충격하중이력과 손상영역의 차이를 실험적으로 검토하였다. 구조물에 충격을 가했을 경우 발생하는 충격음은 구조물 표면의 진동에 의한 것으로 설명할 수 있다⁽⁴⁾. Yoo^(5,6)는 Rayleigh 적분을 이용하여 평판의 진동에 의해 방사되는 음압(sound pressure)을 계산하였다. 방사되는 음이 구조물의 진동에만 의존하는 경우 Rayleigh 적분을 통하여 방사되는 음에 대한 해석이 가능하다. 평판의 진동에 의한 음향방사는 적층판에 면내 하중이 작용하게 되면 충격 시 동적거동이 달라지게 되므로 충격음에 영향을 주게 된다. 그러므로 타격 시 생기는 충격하중이력과 음향을 분석을 통하여 구조물의 하중상태를 평가할 수 있다. 이 연구에서는 충격 시 발생하는 충격 하중과 충격음에 면내하중이 미치는 영향을 해석적인 방법을 이용하여 검토하였다.

2. 충격 해석

2.1 기하학적 형상 및 경계조건

이 연구에서는 충격 해석 즉 충격에 의해 발생하는 충격하중 및 충격음을 LS-DYNA를 이용하여 수행하였다. 해석 모델은 Fig. 1과 같다. 재료는 carbon/epoxy이고 적층순서와 면내 하중조건은

Table 1과 같다. 적층은 $[-45/0/45/90/-45/0/45/90/-45/0/45/90]_s$ 이다. 해석모델은 길이가 300 mm이고, 폭은 150 mm이다. 저속충격은 직경 25.4 mm의 스틸(steel)로 제작된 공이 초기속도를 가지고 충돌하는 것으로 모사하였다. 이때 충격체의 질량은 1.85 kg이다.

해석에 사용한 재료의 물성은 Table 2와 같다. 면내 하중은 $\pm 1100 \mu\epsilon$ 의 변형률이 생기도록 인장/압축 하중을 가하였다. 경계조건은 세로 변은 고정지지이고, 가로변은 단순지지 조건이다.

2.2 적층판의 파손식

적층판은 셸(shell)요소를 이용한 2-D모델을 사용하였고, 재료모델은 LS-DYNA에서 지원하는 선형탄성모델(MAT54)을 사용하였으며 파손판정은 Chang/Chang식을 사용하였다⁽⁷⁾. 파손모드 별 파손식은 식 (1~4)와 같다.

Fig. 1 Analysis model for low velocity impact simulation

Table 1 Low velocity impact analysis condition

Load condition	Layup	Thickness (mm)	Prestrain [$\mu\epsilon$]
Unload	$[-45/0/45/90]_s$	2.7	0.0
Compression	$[-45/0/45/90]_s$	2.7	-1100.0
Tension	$[-45/0/45/90]_s$	2.7	+1100.0

Table 2 Carbon/Epoxy material properties

ρ [g/cm ³]	E_{11} [GPa]	E_{22} [GPa]	G_{12} [GPa]	ν_{12} [GPa]
1.6	153.0	10.3	5.2	0.3
X_T [GPa]	X_C [GPa]	Y_C [GPa]	Y_T [GPa]	S_C [GPa]
2540.	1500.	82.0	236.0	90.0

Tensile failure, fiber direction

$$e_{f,t}^2 = \left(\frac{\sigma_1}{X_T} \right)^2 + \beta \left(\frac{\tau_{12}}{S_c} \right)^2 - 1 \quad \begin{cases} \geq 0 & \text{failure} \\ \leq 0 & \text{elastic} \end{cases} \quad (1)$$

Compressive failure, fiber direction

$$e_{f,c}^2 = \left(\frac{\sigma_1}{X_C} \right)^2 - 1 \quad \begin{cases} \geq 0 & \text{failure} \\ \leq 0 & \text{elastic} \end{cases} \quad (2)$$

Tensile failure, matrix direction

$$e_{m,t}^2 = \left(\frac{\sigma_2}{Y_T} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_c} \right)^2 - 1 \quad \begin{cases} \geq 0 & \text{failure} \\ \leq 0 & \text{elastic} \end{cases} \quad (3)$$

Compressive failure, matrix direction

$$e_{m,c}^2 = \left(\frac{\sigma_2}{2S_C} \right)^2 + \frac{\sigma_2}{Y_C} \left(\frac{Y_C^2}{4S_C^2} - 1 \right) + \left(\frac{\tau_{12}}{S_C} \right)^2 - 1 \quad \begin{cases} \geq 0 & \text{failure} \\ \leq 0 & \text{elastic} \end{cases} \quad (4)$$

2.3 해석 결과 검토

LS-DYNA의 비선형 해석 결과와 비교하기 위하여 선형해석을 수행하고 비교하였다. 선형해석은 선형화된 접촉법칙을 사용하여 범용 유한요소해석 코드인 MSC/NASTRAN을 활용하여 해석하였다. Fig. 2는 충격문제를 해석하기 위한 스프링-질량 모델 (spring mass model)이다. 적층과 구속조건은 선형과 비선형 해석 모두 2.1절의 해석모델과 동일하다.

해석은 초기속도가 1.5 m/sec인 경우와 6.5 m/sec 경우 두 가지에 대하여 수행하였다. 1.5 m/sec는 2 Joules의 충격에너지로 손상이 발생하지 않는 경우의 선형해석과 비선형해석의 비교를 위해 선정한 속도이고, 6.5 m/sec는 40 Joules의 충격에너지로

Fig. 2 Spring-mass model

항공기 설계 시 적용하는 최대 BVID(barely visible impact damage)의 에너지 수준이다. Figs. 3~5는 충격 속도가 1.5 m/sec인 경우에 대한 해석결과이다. Fig. 3은 스프링-질량 모델을 이용한 선형해석 결과와 LS-DYNA를 이용한 비선형 해석 결과를 비교한 것이다. LS-DYNA는 기본적으로 기하학적인 비선형성을 고려하므로 선형해석 결과와 차이가 난다. 기하학적인 비선형성을 고려하는 경우 구조물의 변형이 커지면 강성이 크게 평가되므로 최대 충격하중은 커지고 충격 시의 충격체와 피충격체의 접촉 시간이 감소하게 된다. Fig. 4는 면내 압축하중을 받는 적층판과 하중을 받지 않는 적층판에 대한 충격하중이력을 비교한 결과이다. 면내 압축하중이 작용하는 경우

Fig. 3 Comparison of contact force for linear and nonlinear model

Fig. 4 Contact force for unloaded and compression pre-loaded plate when impact velocity is 1.5 m/sec

적층판의 강성이 작아지는 효과를 주기 때문에 충격 시 최대충격하중은 감소하고 접촉시간은 길어진다. Fig. 5는 면내 인장하중을 받는 적층판과 하중을 받지 않는 적층판에 대한 충격하중이력을 비교한 결과이다. 면내 인장하중이 작용하는 경우 적층판의 강성이 증가하는 효과를 주기 때문에 충격 시 최대 충격하중은 커지고 접촉시간은 감소한다.

Fig. 6은 각 하중조건에 잔류 에너지(residual energy)를 비교한 것이다. 적층판이 파손되지 않았으므로 적층판에 흡수된 에너지가 모두 0.0임을 알 수 있다. Figs. 7~8은 충격속도가 6.5 m/sec인 경우에 면내 압축하중을 받는 경우와 면내하중이 없는 경우의 해석결과이다. 면내 압축하중이 작용하는 경우

적층판에 흡수되는 에너지가 작음을 알 수 있다. 이는 면내 하중이 없는 경우보다 충격하중이 작으므로 적층판의 손상에 의한 에너지 흡수가 작기 때문이다. Fig. 9는 충격속도가 6.5 m/sec인 경우에 면내 인장하중을 받는 경우와 면내하중이 없는 경우의 해석결과이다. 면내 인장하중이 작용하는 경우 적층판에 흡수되는 에너지가 큼을 알 수 있다. 이는 면내 하중이 없는 경우보다 충격하중이 크므로 적층판의 손상에 의한 에너지 흡수가 크기 때문이다.

Fig. 10은 충격하중이력을 주파수 분석한 결과이다. 인장하중이 가해지는 경우 하중이 가해지지 않는

Fig. 5 Contact force for unloaded and tension preloaded plate when impact velocity is 1.5 m/sec

Fig. 6 Residual energy when impact velocity is 1.5 m/sec

Fig. 7 Contact force for unloaded and compression preloaded plate when impact velocity is 6.5 m/sec

Fig. 8 Residual energies for unloaded and compression preloaded plate when impact velocity is 6.5 m/sec

경우보다 고주파 성분이 많음을 알 수 있다. 압축하중이 작용하는 경우는 하중이 가해지지 않는 경우보다 저주파 성분이 많음을 알 수 있다.

2.4 충격해석 모델 검증

충격해석 모델의 검증을 위하여 Fig. 11의 시험장치를 이용하여 실험을 수행하고 해석결과와 비교하였다. 해석 및 실험을 수행한 적층판의 크기는 $19.0 \times 19.0 \text{ cm}^2$, 4변이 고정지지 조건이다. 적층 순서가 $[0/45/0/-45/0/-45/0/45/90]_s$ 및 $[0/90]_{2s}$ 두 가지에 대하여 충격체가 15° 회전한 후 충돌하는 경우에 대한 해석 및 실험을 수행하였다. 충격해석은 선형과 비선형해석을 수행하였다. 충격체의 질량은 1.218 kg이다.

Fig. 9 Residual energies for unloaded and tension preloaded plate when impact velocity is 6.5 m/sec

Fig. 10 Power spectrum density of impact force histories

Fig. 12는 적층순서가 $[0/45/0/-45/0/-45/0/45/90]_s$ 인 경우 해석과 실험결과를 비교한 것이다.

Fig. 13은 적층순서가 $[0/90]_{2s}$ 인 경우 해석과 실험결과를 비교한 것이다. 실험결과로부터 적층판의 두께가 얇은 경우 기하학적 비선형효과가 크게 나타남을 확인할 수 있었다.

실험결과와 비선형해석결과가 차이를 보이는 것은 고정지지 경계조건을 구현하기 위해 시편을 볼트를 이용하여 치구(fixture)에 고정을 시키게 되는데, 이는 실험상의 시편의 경계조건이 이론적인 해석 상의 경계조건을 만족시키지 못하기 때문으로 생각된다. 즉 비선형해석의 경우에는 박막효과(굽힘 변형이 면내 변형률에 미치는 효과)를 고려하기 때문에 고정지지 조건의 경우에 경계 단에서의 면내변위의 고정이 중요한 의미를 지니게 되는데, 실제 실험상에서는

Fig. 11 Impact test fixture

Fig. 12 Comparison of impact force histories between test and analysis for $[0/45/0/-45/0/-45/0/45/90]_s$ laminate

Fig. 13 Comparison of impact force histories between test and analysis for $[0/90]_{2s}$ laminate

볼트를 이용하여 시편을 고정하기 때문에 시편과 고정장치 사이의 마찰력만으로 시편의 면내변위를 방지할 수 없기 때문이다⁽⁶⁾. 해석 모델의 검증에 위한 시편형상과 2절의 해석모델이 다른 것은 해석모델 검증용 시편은 설계 최대 충격에너지인 40 Joules를 적용할 수 없기 때문이다.

3. 충격음 해석

3.1 해석 방법 검토

충격에 의해 발생하는 소리는 탄성구조물과 음향장(acoustic field)의 상호 작용을 고려해야 한다. 이 연구에서는 구조해석은 유한요소법을 이용하고 경계요소법을 이용하여 음향해석을 수행하였다. 일반적인 음장의 지배방정식은 파동방정식이며, 이는 음파의 전파과정을 나타내는 지배방정식으로 주어진 압축성 매질내의 연속방정식, 운동량방정식 그리고 상태방정식으로부터 얻어진다. 음압(p)에 대한 파동방정식은 다음과 같다.

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (5)$$

여기서 c_0 는 음속을 의미한다. 식 (5)는 시간, 공간의 함수로 시간에 관련하여 $e^{j\omega t}$ 로 변하는 조화함수로 거동한다고 가정하면 아래의 Helmholtz 방정식으로 표현된다⁽⁷⁾.

$$(\nabla^2 + k^2)p(r) = 0, \quad k = \frac{\omega}{c_0} \quad (6)$$

여기서 ω 는 주파수이고, k 는 파수(wave number)이다. 잘 알려진 기하학적인 형태 및 좌표계에 대하여는 식 (6)의 해가 해석적으로 구하여질 수 있으나, 임의의 형상에 대해서는 해석적으로 구하기 어려움으로, Green 함수를 도입하여 임의의 위치에서 음압(sound pressure)을 Helmholtz 적분방정식으로 표현한다. 무한대에서 모든 방사음과 산란파가 바깥으로 진행해야 한다는 Sommerfield 방사조건을 적용하면 다음과 같은 Kirchhoff-Helmholtz 적분식으로 표현된다.

$$c(r)p(r) = \int_{s_p} \left[\frac{\partial G(r, r_0)}{\partial n} p(r_0) - G(r, r_0) \frac{\partial p(r_0)}{\partial n} \right] dS \quad (7)$$

여기서 $G = \frac{e^{-jkR}}{4\pi R}$, $R = |r - r_0|$ 은 적층판의 임의의 위치로부터 음압이 계산되는 위치까지의 거리이며, $\frac{\partial}{\partial n}$ 은 음장 내부로의 법선방향 미분을 나타낸다. 그리고 r_0 는 진동하는 표면위의 한 점으로부터 관측점(observation point)까지의 거리를 의미한다. 계수 $c(r)$ 은 현재 관심 있는 또는 계산되는 위치에 따라 다른 값을 갖게 된다. 이 연구에서는 경계요소법을 이용하여 충격음 해석을 수행하였다. 경계요소법은 직접 경계요소법(direct boundary element method)과 간접 경계요소법(indirect boundary element method)으로 구분된다. 직접 경계요소법은 Green 정리에 의해 물체 상의 압력과 수직속도를 직접 계산하는 방법이고 간접 경계요소법은 물체 면상에 single layer potential과 double layer potential과 같은 가상의 함수를 분포시켜서 가상함수의 크기를 미지수로 푸는 방법이다. 일반적으로 직접 경계요소법은 밀폐된 형상의 내부나 외부 문제를 해석하는데 사용되고 간접 경계요소법은 개방된 형상의 문제에 적용할 수 있다⁽⁸⁾. 간접 경계요소법에서 single layer potential과 double layer potential의 정의는 아래와 같다.

$$\mu = p_1 - p_2, \quad \sigma = \frac{\partial p(r_1)}{\partial n} - \frac{\partial p(r_2)}{\partial n} \quad (8)$$

Single layer potential은 경계면 상의 단극자(monopole) 분포이고, double layer potential은 이

극자(dipole)분포이다. Kirchhoff-Helmholtz 적분식은 표면의 속도 및 가속도에의존하는 식으로 표현될 수 있는데, 이를 Rayleigh 적분식이라고 한다. 진동하는 판으로부터 방사되는 음압은 식 (9)의 Rayleigh 적분식을 적용하여 계산할 수 있다.

$$p(r,t) = -\frac{\rho_a}{2\pi} \int_S \frac{1}{|r-r_a|} \frac{\partial^2}{\partial t^2} W(r_0,t - \frac{|r-r_0|}{c_a}) dS \quad (9)$$

여기서 W 는 면의 방향의 변위, $|r-r_0|$ 는 적층판의 임의의 위치로부터 음압이 계산되는 위치까지의 거리, ρ_a 는 공기의 밀도, c_a 는 음속이다. 이 연구에서는 간접 경계요소법과 Rayleigh 적분식을 이용하여 충격음을 계산하였다. Rayleigh 적분식을 이용한 방법은 프로그램을 개발하여 해석을 수행하였고, 간접 경계요소법을 사용하는 경우는 새로 개발된 LS-DYNA의 소음해석 모듈을 이용하였다. LS-DYNA의 경우 주파수 영역의 해석이 이루어지므로 시간영역의 해석을 수행하는 경우는 개발한 프로그램을 사용하였다.

3.2 충격음 해석 방법 검토

충격음 해석 모델의 검증을 위하여 적층판의 크기가 $19.0 \times 19.0 \text{ cm}^2$, 적층 순서는 [0/45/0/-45/0/-45/0/45/90]_s, 경계조건은 4번 고정지지 조건이며 충격체의 속도는 0.337 m/sec인 경우에 대하여 실험을 수행하고 해석결과와 비교하였다. 음압이력(sound pressure histories)은 적층판의 중앙으로부터 수직으로 15.0 cm 떨어진 위치에서 측정하였다. Fig. 14는 음압이력에 대한 실험과 해석결과를 비교한 것이다. 해석은 시간영역의 Rayleigh 적분식을 사용하였다.

해석결과를 분석하면 충격 시 초기의 음압이력의 크기가 해석에 의해 계산되는 음압이 작게 평가되는데 이는 해석에 의한 음압이력은 적층판의 진동에 의해 발생하는 음압만을 고려하기 때문이다. 즉 충격 시 발생하는 충격음은 충돌 초기에는 충격체와 적층판의 압입(indentation)현상 및 충격체에서 방사되는 음들이 고려되기 때문에 해석결과보다 큰 값을 보이게 된다. Fig. 15는 실험결과와 해석결과에 대한 주파수 분석 결과를 정리한 것이다. 이 결과는 음압의 주파수에 따른 에너지의 분포를 보여주는 것으로 제시된 충격음 해석 방법이 적절함을 보여준다.

Fig. 14 Comparison of sound pressure histories between test and analysis results

Fig. 15 Comparison of frequencies for sound pressure histories between test and analysis results

Fig. 16 Power Spectrum Density of sound pressure histories for unloaded and tension load case when impact velocity is 1.5 m/sec

3.3 면내 하중이 작용하는 경우 해석 결과 검토

Fig. 16은 충격 시 발생하는 음압이력을 주파수 분석한 결과이다. 해석은 주파수 영역의 간접 경계 요소법을 이용하였다. 이 결과에서 y축은 음압이다. 인장하중이 작용하는 경우 음압의 주요 주파수 성분이 변화됨을 알 수 있다. 즉 인장하중이 작용하는 경우 고주파 성분이 더 많이 존재함을 알 수 있다. 이는 인장하중이 작용하는 경우 복합적층판의 강성이 증가하는 효과를 나타내기 때문이다.

4. 결 론

이 연구에서는 면내 인장 및 압축하중이 작용하는 경우 복합적층판의 충격하중 및 충격음을 해석하였다. 해석 결과 면내 압축이 작용하는 경우 저속 충돌 시 충격하중을 감소시키므로 적층판의 손상을 감소시키고, 면내 인장하중이 작용하는 경우 충격하중이 커지므로 적층판의 손상을 증가시키는 것을 보였다. 또한 면내 압축하중과 인장하중은 충격음의 주파수 성분을 크게 변화시킴을 알 수 있었다. 즉 면내 인장하중은 충격음의 고주파 성분을 증가시키고, 압축하중은 저주파성분을 증가시킴을 알 수 있었다. 해석 모델의 검증을 위하여 면내 하중이 작용하지 않는 경우에 대한 실험을 수행한 후 해석 결과와 비교하였다.

후 기

이 연구는 기초기술연구회 “전기비행체 핵심기술 연구” 사업 수행결과의 일부이며, 지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

(1) Choi, I. H., 2008, Low-velocity Impact Analysis of Composite Laminates Under Initial

In-plane Load, Composite Structures, Vol. 86, pp. 251~257.

(2) Chiu, S. T., Liou, Y. Y., Chang, Y. C. and Ong, C. L., 1997, Low Velocity Impact Behavior of Prestressed Composite Laminates, Material Chemistry and Physics, Vol. 47, pp. 268~272.

(3) Robb, M. D., Arnold, W. S. and Marshall, I. H., 1995, The Damage Tolerance of GRP Laminates Under Biaxial Prestress, Composite Structures, Vol. 32, pp. 141~149.

(4) Schedin, S., Lambourge, C. and Chaigne, A., 1999, Transient Sound Fields from Impacted Plates: Comparison between Numerical Simulations and Experiments, J. of Sound and Vibration, Vol. 221, No. 3, pp. 471~490.

(5) Yoo, J. W., 2009, Sound Radiation Characteristic of Rectangular Plates with a Guided Edges Condition, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 19, No. 9, pp. 876~883.

(6) Yoo, J. W., 2011, Sound Radiation Characteristic of Rectangular Plates with a Guided Edges Condition, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 21, No. 4, pp. 374~383.

(7) Chang, F. K. and Chang, K. Y., 1987, A Progressive Damage for Laminated Composites Containing Stress Concentrations, Journal of Composite Materials, Vol. 21, pp. 834~855.

(6) Choi, I. K., 1994, Response and Damage of Composite Laminates Subjected to Low-velocity Impact, Ph.D Dissertation, KAIST.

(7) White, R. G., Walker, J. G., 1982, Noise and vibration, Ellis Horwood.

(8) LMS Numerical Acoustics Theoretical Manual.