3차원 캐버티 표면의 스톱스 유동 가시화 및 수치해석을 통한 표면 특성 연구

허효원[†] · 이헌덕[†] · 정원혁[†] · 조동식^{*} · 서용권^{**}

Study on the Fluid-Surface Characteristics by Using Flow Visualization and Numerical Simulation of Stokes Flow in a Cavity

Hyo Weon Heo, Heon-deok Lee, Won Hyuk Jung, Dong Sik Cho and Yong Kweon Suh

Abstract. In this study, we propose a method for characterizing fluid-mechanical properties of a fluid surface, such as surface dilatational and shear viscosity, by matching the flow visualization and the numerical simulation for a Stokes flow in a three-dimensional cavity. The surface flow is driven by shear stress exerted on the free surface by an external gas flow. The external gas flow is simulated by using a commercial code, while the Stokes flow is calculated by an in-house code. We have found that the surface flow is very sensitive to the surface tension and other properties. The qualitative feature of the surface flow can be reproduced by the parameter tuning.

Key Words: Flow Visualization (유동가시화), Cavity (캐버티), Dilatation (팽창), Viscosity (점성), Surface Tension (표면장력)

1. 서 론

액체의 표면 특성은 특히 액적과 같이 작은 스케일의 유체를 대상으로 하는 경우 매우 중요한 인자로 대두된다. 예를 들면 마이크로유체역학에서 액적 내부 유체를 혼합시켜 신속한 화학반응을 유도하는 경우⁽¹⁾, 반도체 제조 공정에서 액적 내부의 유동을 형성하여 커피얼룩(coffee stain) 효과를 줄이고 분자의 결정방향을 원하는 방향으로 제어함으로써 고성능의 반도체를 제작하는 경우⁽²⁾ 등의 예를 들 수 있다.

이 경우, 액적 표면의 특성은 내부 유동의 형성에 매우 민감하게 작용하여 유동의 제어에 결정적인 인자로 작용한다⁽³⁾. 따라서 액체의 표면 특성을 정확히 규명하는 일은 이러한 다양한 응용분야에서 핵심적인 연구과제이며, 그 결과의 파급 효과는 지대할 것으로 예상할 수 있다⁽⁴⁾.

본 연구는 액체/기체 경계면에서의 액체 표면 특성을 조사하기 위한 목적으로, 3차원 직육면체의 함몰부(여기서는 캐버티(Cavity)라 칭함)의 자유표면 위로 기체 흐름이 존재하는 경우 액체 표면 및 내부 유동을 표면장력, 탄성, 점성 등의 각종 특성을 고려하여 시뮬레이션 할 수 있는 수치해석 코드를 개발하고 그 결과를 유동 가시화 결과와 비교함으로써 표면 특성의 정량화를 도모하고자 한다. 수치해석은 캐버티 외부의 공기 유동에 대해서는 상용코드로 해석하고 액체 내부의 유동은 자체 개발한 코드로 해석하며, 가시화 실험은 자체 제작한 소규모 풍동으로 수행한다.

2. 실험방법

수용액이 담긴 캐버티 상부 자유표면 위로 공기가 흐르도록 하기 위해 Fig. 1(a)과 같이 소규모 풍동을 포함한 실험 장비를 구성하여 관련 실험을 수행하였다.

풍동은 한 변의 길이가 5 cm인 정사각형 단면을 가지며, 풍동 후방에서 컴퓨터 냉각용 팬에 의해 흡입 방식으로 공기의 흐름을 생성시켰다. 액체 표면유동이 형성되는 캐버티는 채널 입구로부터 30 cm 정도 떨어진

[†]동아대학교 기계공학과 대학원

^{*}동아대학교 기계공학과 학부

^{**}동아대학교 기계공학과

E-mail : yksuh@dau.ac.kr

Fig. 1. (a) Photo showing the experimental setup for generation of an air flow and (b) side view of the rectangular cavity subjected to a shear stress from the air flow over the free surface of liquid.

진 채널 바닥에 위치하고 있고 팬은 그로부터 후방 50 cm의 지점에 있다. 팬의 회전속도는 500-1400 rpm의 범위에서 조정 가능하다.

캐버티 자유표면에서의 유동양상을 가시화하기 위해 레이저 광을 채널의 측면으로부터 캐버티 표면에 나란하게 비추었으며, 상부에는 CCD카메라를 설치하고 캐버티 표면에 있는 추적 입자(폴리스티렌 형광입자로 크기는 $13 \mu\text{m}$)의 거동을 관찰하였다. 캐버티 크기는 가로 및 세로 길이 $a^* = 6 \text{ mm}$, 깊이 $b^* = 3 \text{ mm}$ 이고(Fig. 1b), 사용한 유체는 계면활성제(주방용 세제)를 혼합한 수용액이다. 계면활성제의 농도는 0.05-0.7 cc/l의 범위에서 조정하였다.

획득한 영상은 별도의 이미지 처리를 통하여 유속과 유적선을 획득하였다.

3. 수치해석

3.1 캐버티 내부 유체 유동의 지배 방정식

공간 내에 형성되는 3차원 비압축성 유체유동을 지배하는 연속 방정식과 Navier-Stokes 방정식을 무차원 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla)u = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 u \quad (1)$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (2)$$

여기서, u 는 유속벡터, p 는 압력, t 는 시간이며, ∇ 는 공간 (x, y, z) 에 대한 gradient 연산자로서 모두 무차원이다. 사용된 대표길이는 b^* , 대표속도는 U , 대표시간은 b^*/U , 대표압력은 밀도 ρ 에 대해 ρU^2 이다. 레이놀즈 수는 동점성 계수 ν 에 대해 $Re = b^* U / \nu$ 로 정의된다. 대표속도의 유도는 추후 제시한다. 운동량 방정식 (1)은 시간적으로 양적 Euler 방법으로 풀어서 구하고 압력 방정식은 SOR방법으로 처리한다.

자유 표면을 제외한 고체벽면에서는 모두 비침투 접촉 조건을 적용하였다. 자유표면에서의 경계조건 적용을 위해 ‘외부의 공기유동에 의한 전단응력, 내부 유체로부터의 전단응력, 표면 장력 및 두 가지 표면 점성력(팽창에 따른 점성력과 전단 변형에 따른 점성력)의 합이 0이 되어야 한다.’는 힘의 균형을 적용한다. 그러면 다음과 같은 무차원, 2차원 편미분 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{Ca} \frac{\partial \sigma}{\partial x} + (k + \epsilon) \frac{\partial^2 u^s}{\partial x^2} + \epsilon \frac{\partial^2 u^s}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_s = -k \frac{\partial^2 v^s}{\partial x \partial y} - f_{kx} \quad (3)$$

$$\frac{1}{Ca} \frac{\partial \sigma}{\partial y} + (k + \epsilon) \frac{\partial^2 v^s}{\partial y^2} + \epsilon \frac{\partial^2 v^s}{\partial x^2} - \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)_s = -k \frac{\partial^2 u^s}{\partial x \partial y} - f_{ky} \quad (4)$$

여기서, σ 는 계면활성제의 농도가 0일 때의 표면장력 $\sigma_0 (= 72.3 \text{ mN/m})$ 으로 무차원화 시킨 무차원 표면장력이며, u^s, v^s 는 U 에 의한 무차원 표면 유속 성분이다. 이어서, k 와 ϵ 은 각각 표면 팽창 점성계수(dilatational viscosity)와 표면 전단 점성계수(surface shear viscosity)로서 μb^* 으로 무차원화 한 것이며, Ca 는 Capillary 수로서, 액체의 점성계수 μ 에 대해 $Ca = \mu U / \sigma_0$ 로 정의된다. 위 식의 마지막 항 f_{kx} 및 f_{ky} 는 표면 유동을 구

동하는 공기로부터의 무차원 전단응력 성분들로서 실제 전단응력으로부터 $\mu U/b^*$ (이것은 결국 표면 중심점에서의 실제 전단응력 τ_{ac}^* 와 같다; 아래 참조)로 무차원화 한 것이다.

무차원 표면장력 σ 는 표면에서의 무차원 계면활성제 표면 농도 c (무차원화 과정은 추후 설명)에 의해 정해지는 Marangoni 효과를 고려한다 (표면 장력과 표면 농도의 관계는 아래 3.2에서 자세히 설명). 무차원 농도는 아래 식에 의해 결정된다.

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u^s c) + \frac{\partial}{\partial y}(v^s c) = \frac{1}{Pe} \nabla_s^2 c \quad (5)$$

Pe 는 Peclet 수로서 $Pe = Ub^*/D$ 이며, D 는 표면 농도의 확산계수이다.

대표속도 U 는 간단히 캐버티 표면 중심점에서 상부 공기로부터의 전단응력 τ_{ac}^* 이 같은 지점에서 하부 액체로부터의 전단응력 τ_{wc}^* 와 같아야 한다는 가상의 논리에 의해 정한다. 하부에서의 전단응력은 유체 속도가 바닥에서부터 표면으로 갈수록 직선적으로 증가한다는 가정에 의해 $\tau_{wc}^* = \mu U/b^*$ 를 가정한다. 그러면 대표속도는 $U = \tau_{ac}^* b^* / \mu$ 가 된다.

3.2 표면 농도와 표면 장력과의 관계

계면활성제의 표면 농도와 표면장력과의 관계식에 표면농도와 체적농도와 상관 관계식을 대입하여 체적농도와 표면장력과의 관계식을 유도한다. 이를 위해 Chang 등의 문헌⁽⁵⁾을 참고하였다. Gibbs의 흡착 (adsorption) 방정식은 표면에서의 계면활성제 농도 (surface excess) c^* , 표면장력 σ^* 및 용액 내부의 계면활성제의 버크 농도 C^* 의 관계를 나타내고 있다.

$$c^* = -\frac{C^*}{nRT} \left(\frac{\partial \sigma^*}{\partial C^*} \right) \quad (6)$$

여기서, R 는 기체상수, T 는 온도, n 은 계면활성제의 물질특성과 관련된 상수이다. c^* 와 C^* 의 관계는 소위 흡착 공식(adsorption isotherm)에 의해 결정된다. 흡착 공식에는 Henri의 공식, Langmuir의 공식 및 Frumkin의 공식 등이 있으나 여기서는 Langmuir의 공식을 채택한다.

Langmuir 공식은 상수 K_L , c_m 에 대하여

$$c^* = c_m \frac{K_L C^*}{1 + K_L C^*} \quad (7)$$

이다. 여기서 c_m 은 포화 표면 농도이다. 식 (6)에 식 (7)을 대입하고 적분하면

$$\sigma^* = \sigma_0^* - A \ln(1 + K_L C^*) \quad (8)$$

과 같이 표면장력과 버크농도의 관계식을 얻는다. 상수 A 는 $A = nRTc_m$ 이다. 두 개의 상수 A , K_L 는 버크 농도를 변화시켰을 때 측정되는 표면장력 데이터로부터 곡선 맞춤의 방법으로 정한다.

Fig. 2는 식기세척용 계면활성제를 첨가한 수용액에 대하여 표면장력을 측정한 데이터와 식 (8)의 함수 꼴로 만들었을 때 사용된 최적 직선을 나타낸다. 이로부터 $K_L = 25 \text{ l/cc}$ 와 함께 $A = 17.8 \text{ mN/m}$ 를 얻는다. 본 연구에서 무차원 표면 농도는 $c = c^*/c_m$, 무차원 버크 농도는 $C = K_L C^*$, 무차원 표면 장력은 $\sigma = \sigma^*/\sigma_0^*$ 로 둔다. 무차원 임계 버크 농도 $C_{cmc} = 6.25$ 에서의 무차원 임계 표면 농도는 $c_c = 0.862$ 이며 그때의 무차원 임계 표면장력은 $\sigma_c = 0.512$ 이다. 무차원 표면 농도의 초기 치는 위 Langmuir 공식 (7)로 부터 구한다. 결국, 식 (8)로부터 무차원 표면 농도와 무차원 표면 장력과의 관계식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

Fig. 2. Variation of the surface tension with the bulk concentration C^* (in cc/l) obtained from an experiment to determine the constants A and K_L .

$$\sigma = 1 + \frac{17.8}{72.3} \ln(1-c) \quad (9)$$

단, 식 (9)는 $c < c_c = 0.862$ 까지만 적용된다.

무차원 표면 농도가 임계값보다 큰 경우 즉, $c > c_c = 0.862$ 일 때는 표면장력이 버크 농도의 증가와 더불어 서서히 감소하는 실험결과를 확인할 수 있었다. Fig. 2에서는 제시하지 않았으나 C_{cmc}^* 이후의 표면장력은 $\sigma^* = 39.6 - 10C^*$ (단, C^* 의 단위는 cc/l 이며 σ^* 의 단위는 mN/m)의 직선으로 근사화 할 수 있다. 이것의 무차원 공식은 다음과 같다.

$$\sigma = 0.545 - 0.00553C \quad (10)$$

식 (10)의 무차원 버크 농도와 무차원 표면장력과의 관계식을 무차원 표면 농도와 무차원 표면장력과의 관계식으로 변환하면

$$\sigma = 0.545 - 0.00553c/(1-c) \quad (11)$$

이 된다. 이 식은 그러나 $c > 0.99$ 에서는 음의 표면장력을 제공하므로 $c < 0.99$ 까지만 적용되어야 한다. $c > 0.99$ 에서는 간단히 $\sigma = 0$ 으로 처리한다. 지금까지 유도된 무차원 표면장력과 무차원 표면 농도와의 관계를 정리하면 다음과 같다.

$$\sigma = \begin{cases} 1 + \frac{17.8}{72.3} \ln(1-c) & \text{for } c < 0.862 \\ 0.545 - \frac{0.00553c}{(1-c)} & \text{for } 0.862 \leq c < 0.99 \\ 0 & \text{for } c \geq 0.99 \end{cases} \quad (12)$$

수치해석 결과의 비교를 위하여 위 식과 달리 표면장력을 표면 농도에 따라서 아래와 같이 두 가지로 구하는 모델도 적용하였다.

$$\sigma = \begin{cases} 1 + \frac{17.8}{72.3} \ln(1-c) & \text{for } c < 0.862 \\ 0.512 & \text{for } c \geq 0.862 \end{cases} \quad (13)$$

3.3 수치해석 방법

본 유동 시스템의 해를 구하기 위해 캐버티 내부 액체 유동은 자체 개발한 in-house 코드를 사용하여 해를 구하였으며 공기유동은 상용 소프트웨어인 CFX를 사용하여 해를 구하였다. 사용된 유체, 적용한 속도, 캐

버티의 크기 등을 실험 조건과 같도록 모델링 하고 레이놀즈수가 충분히 낮은 점을 고려하여 흐름은 층류로 가정하였다.

채널 내 공기의 유동을 CFX를 사용하여 수치해석 하고 이로부터 캐버티의 표면에서의 전단응력을 구한다. 이 때 캐버티에 담긴 액체 표면의 속도는 무시할 만큼 작으므로 액체 표면에서의 경계조건도 다른 고체 벽면과 같이 점착 조건을 적용하였다. 이렇게 구한 전단응력으로 U 를 비롯한 각종 파라미터들을 계산하고 캐버티 내부 액체의 유동을 in-house 코드로 해석한다. 실제 실험에서는 캐버티 위로 수용액이 최대 높이 h^* 만큼 볼록하게 올라오도록 하여(Fig. 1(b)) 공기로부터의 전단응력이 지역마다 차이가 나도록 하였다. 공기 유동 해석 시에는 바닥에서의 이러한 돌출형상을 그대로 적용하였으나, 캐버티 내부 유동의 해석에서는 격자계 형성문제와 해석의 편이 상 돌출형상을 고려하지 않고 간단히 평평한 형상으로 가정하였다. 캐버티의 깊이 b^* 에 비해 수용액 표면이 돌출한 높이 h^* 가 크게 높지 않기 때문에 정성적인 유동해석이라는 본 연구의 목적과 더불어 프로그래밍의 편의성을 고려하여 자유표면을 평면으로 가정한 것이다. 정량적으로는 당연히 두 결과의 차이를 예측할 수 있다.

4. 결과 및 고찰

Fig. 3(a), Fig. 3(b)는 돌출높이 $h^* = 0.9 \text{ mm}$ 에서 버크농도를 $C^* = 0.1 \text{ cc/l}$, $C^* = 0.4 \text{ cc/l}$ 로 하여 수행한 실험에서 구한 표면 유동의 가시화 결과로서, 초당 15프레임의 연속적인 이미지를 겹쳐 유적선으로 나타낸 것이다. 캐버티의 중심부에서는 되돌아오는 양상이다. 자체 제작한 풍동 실험장치는 공기 유동을 충분히 발달시키기에 실험장소가 협소하고 제작비용이 많이 든다는 어려운 점이 있어서 입구길이를 충분히 길게 할 수 없었다. 캐버티가 존재하는 지역은 채널 입구와 상대적으로 가까운 곳이므로 공기 유동은 충분히 발달하지 못하였고 f_{kx} 의 불균일성은 순전히 액체 표면의 굴곡에 기인한다.

Fig. 4는 이와 동일한 조건에서 상용 프로그램인 CFX를 사용하여 얻은 f_{kx} 와 f_{ky} 이다. 캐버티 내부 유동은 순전히 외부 공기의 전단응력에 의해 구동되므로 그 흐름의 양상은 운동량 식에서 참여하는 체적력 f_{kx} 및 f_{ky} 에 의해 결정된다.

(a)

(b)

Fig. 3. Typical experimental results of flow visualization of the free-surface flow within a cavity driven by an external air flow at $h^* = 0.9$ mm; (a) for $C^* = 0.1$ cc/l, and (b) for $C^* = 0.4$ cc/l.

본 연구의 수치해석시에 필요한 k 와 ε 에 대한 자세한 정보는 문헌상에서 찾을 수 없으므로 수치해석 결과를 실험 결과와 비교하였을 때 두 결과가 잘 맞도록 하는 파라미터들을 찾는 것이 목적이다. 여기서는 두 파라미터의 비를 10:1로 고정하고 따라서 k 를 하나의 미지의 파라미터로 취급한다. 또한 표면 농도의 수송 방정식 (5)의 우변에는 점성항 이외에 표면과 버크 사이의 농도 차이에 따른 물질교환(분산 혹은 확산)을 고려한 $\alpha(c_{eq}-c)$ 를 추가하였다. 여기서 계수 α 는 간단히

Fig. 5. Numerical streamlines obtained at $h^*=0.9$ mm, $C^*=0.4$ cc/l with (a) $k=0.1$, Eq. (12) and (b) $k=10$, Eq. (13).

Table 1. Comparison of center-point flow velocity on the free surface between the experimental and numerical results given at $h^*=0.9$ mm with $k=0.1$.

Concentration of bulk [cc/l]	Velocity at center [mm/s]	
	Numerical	Experimental
0.05	0.993	0.767
0.1	0.942	0.921
0.4	0.943	1.103
0.7	0.900	1.227

Fig. 6. Numerical results of surface concentration distributions at $h^*=0.9$ mm, $C^*=0.4$ cc/l with (a) $k=0.1$, Eq. (12) and (b) $k=10$, Eq. (13).

과로서 전체적인 유동 양상에 있어서 실험 결과와는 많은 차이를 보이고 있다. 그리고 중심점에서의 표면 속도 V_c^* 에 있어서도 $k=0.1$ 로 한 경우는 측정 결과인 1.1 mm/s에 가까운 0.94 mm/s를 보이지만, $k=10$ 으로 한 경우는 0.20 mm/s를 보여 실험과 큰 차이를 보인다. 이처럼 표면 팽창 점성계수 k 가 표면 유동에 미치는 영향은 지대함을 알 수 있다. 또한 임계 농도보다 큰 농도의 경우에는 식 (13)보다는 식 (12)를 적용해야 함을 알 수 있다.

이와 동일한 조건에서 수치해석으로 얻은 표면 농도의 분포를 그린 것이 Fig. 6이다. $k=0.1$ 의 Fig. 6(a)의

경우에는 초기 무차원 농도 0.9091에 매우 근접한 값들을 가지면서 우측이 높고 좌측이 낮은 분포를 보이고 있다. $k=10$ 의 Fig. 6(b)에 비하면 Fig. 6(a)의 분포는 매우 매끄럽다. 이에 따라 표면에서의 유선(Fig. 5a)도 매끄러운 모양을 보이고 있다. 그러나 Fig. 6(b)의 경우에는 무차원 초기 농도 0.9091에서부터 상하로 상당히 벗어난 분포를 보이고 있는데, 그 이유는 다음과 같이 설명할 수 있다. Fig. 6(b)의 무차원 표면 초기 농도가 임계 농도 0.862에 비해 높아서 우측의 고농도 영역에서는 표면장력의 변화가 없기 때문에 (식 (13)을 사용하였으므로) 농도의 구배가 크고, 또한 좌측 영역에서는 임계농도보다 낮은 범위를 보이면서 표면장력에 민감하게 반응하기 때문에 농도 구배는 거의 0에 가깝다. 결과적으로 수치해석에 의한 유선(Fig. 5b)은 실제 유선(Fig. 3b)과 상당히 다른 모양을 보이고 있다.

결과적으로 Table 1은 $h^*=0.9$ mm, $k=0.1$ 로 고정하고 농도를 달리 하였을 때 얻어진 수치해석 결과와 실험결과를 나타낸 것이다. 앞으로 k 를 보다 다양하게 변화시켜 가면서 두 결과가 가장 잘 맞는 파라미터를 찾는 필요가 있다고 생각된다.

5. 결 론

본 연구에서는 캐버티 내부에 담긴 액체의 표면에 대해 공기 흐름에 의해 유동을 유발시켰으며, 액체의 표면 특성에 의해 결정되는 유동양상을 가시화하는 실험을 수행하였고, 더불어 상용 코드 CFX로 공기 유동을 수치해석하고 캐버티 내부의 액체 유동은 in-house 코드로 수치해석하여 그 결과를 상호 비교하였다. 수치해석에서는 액체 표면의 표면장력, 탄성, 점성 등의 각종 특성을 고려하였다. 본 연구의 수행 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 가시화 실험의 결과, 액체 흐름은 중심부에서 기체흐름의 방향을 향하고 가장자리에서 반대로 흐르는 순환 유동의 양상을 보인다.

(2) 수치해석 결과에 의하면, 표면 팽창 점성계수가 해석결과에 미치는 영향은 의외로 크다.

(3) 초기 버크 농도에 관계없이 표면 팽창 점성계수가 충분히 낮은 경우에는 수치해석으로 구한 유선 모양이 유동가시화로 구한 유선 모양과 유사한 양상을 보인다.

(4) 해의 정밀도를 높이기 위해서는 표면 농도와 표면 장력과의 보다 실질적인 관계식을 적용해야 한다.

후 기

이 연구는 지식경제부의 지식경제 프론티어기술개발사업인 차세대정보디스플레이기술개발사업단의 연구비 지원(F0004020-2011-34)으로 수행되었습니다.

참고문헌

- 1) Suh Y.K. and Kang, S., 2010, "A review on mixing in microfluidics", *Micromachines*, Vol. 1, pp. 82-111.
- 2) Kim, M.J., Heo, H.W., Suh, Y.K., and Song, C.K., 2011, "Morphology control of TIPS-pentacene grains with inert gas injection and effects on the performance of OTFTs", *Organic Electronics*, Vol. 12, pp. 1170-1176.
- 3) Byun, M.-S., 2001, "Analysis of the Steady Flows in a Rectangular Container with a Characterization of the Free Surface by One-dimensional Motion", MS Thesis, The Graduate School, Dong-A University.
- 4) Heo, Y.G., Heo, H.W., Jeon, Y.H. and Suh, Y.K., 2010, "Visualization and control of the internal flow of a small-scale droplet", *Proc. KSV Fall Conf.*, pp. 157-159.
- 5) Chang, C.-H. and Franses, E.I., 1995, "Adsorption dynamics of surfactants at air/water interface: a critical review of mathematical models, data, and mechanisms", *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, Vol. 100, pp. 1-45.