표면 거칠기를 고려한 볼베어링의 탄성유체윤활

이 향 · 조용주[†]

부산대학교 기계공학부

EHL Analysis of Ball Bearing Considering Surface Roughness

Hyang Lee and Yongjoo Cho[†]

Dept. of School of Mechanical Engineering, Pusan National University

(Received May 1, 2013 ; Revised May 31, 2013 ; Accepted June 12, 2013)

Abstract – This paper presents analysis of elastohydrodynamic lubrication (EHL) of ball bearings, in which surface roughness is considered. A lot of time is required to obtain a solution in the case of EHL analysis where surface roughness is considered, because the analysis requires a variety of analytic nodes. To save time, we use the full approximation scheme (FAS) among multilevel methods. We analyze the results of EHL and contact analyses in terms of pressure. We also compare the results for smooth and rough surfaces with respect to film thickness. We confirm that the film pressure decreases as compared to contact pressure because of the presence of lubricants between the ball and the raceway. Furthermore, in the case when surface roughness is considered, the film pressure increases because of contact asperities. Therefore, surface roughness should be considered when designing ball bearings.

Keywords – elastohydrodynamic lubrication (EHL, 탄성 유체 윤활), surface roughness (표면 거칠기), ball bearing (볼 베어링), full approximation scheme (FAS, 전 근사 기법), multilevel numerical analysis (다단계 수치 해석)

1. 서 론

베어링은 기계에서 회전하는 축을 지지하는 기계요소로 접촉 형식에 따라 미끄럼 베어링과 구름 베어링으로 나뉜다. 미끄럼 베어링은 축과 베어링 사이에 마찰과 마멸을 억제하기 위해 윤활제를 공급하며 구름 베어링은 전동체를 넣어 구름 접촉으로 전환시켜 마찰을 줄인다.

구름 베어링은 기어와 함께 가장 널리 사용되며 기계시스템의 중추적인 역할을 수행한다. 전동체와 궤도륜 사이의 접촉으로 인해 구름 베어링 파손이 일어나기 때문에 두 표면 사이의 윤활 해석이 필요하겠다. 유체 윤활해석에서는 유막 두께가 충분하므로 전동체와 궤도륜의 표면 거칠기를 고려하지 않아도 해석 결과에

미치는 영향은 미미하다. 하지만 혼합 윤활 상태에서는 유막 두께가 돌기 높이 크기와 비슷하고 부분적으로 돌기간의 접촉으로 인한 돌기간의 상호 작용을 일으키게 되므로 거칠기 효과를 고려하여야 한다.

1940년 후반에 Ertel에 의해 탄성윤활해석(Elasto-Hydrodynamic Lubrication, EHL)이라는 연구 분야가 생긴 이후로, 탄성변형을 고려한 윤활해석이 오늘날까지 꾸준히 연구되어 왔다. 1970년대에는 탄성 윤활해석에서 표면 거칠기를 고려하기 시작되었지만 표면 거칠기를 고려할 경우 유막 두께가 얇아지고, 높은 유막 압력이 생기며, 급격한 압력 변화로 인해 많은 양의 해석 노드가 필요하게 되어 해석 결과를 내는데 많은 소요시간이 필요하였다. 1980년 후반에 multilevel method가 소개됨에 따라 EHL이 한 단계 도약할 수 있었으며, 표면 거칠기를 고려한 EHL 또한 연구가 활발하게 진행되었다. Kaneta와 Sakai 그

[†] Author : yjcho@pusan.ac.kr

Fig. 1. The geometry of the analytical model.

Fig. 2. (a) Contact of two non-conformal bodies, (b) Contact geometry of an equivalent body.

리고 Nishikawa[1]는 탄성유체윤활에서의 표면 거칠기 영향을 점 접촉에 대하여 실험하였다. 그리고 Lubrecht와 Venner[2]는 실제의 표면 거칠기가 아닌 사인파 형태로 임의로 표면 거칠기를 생성하여 표면 거칠기의 효과를 점, 선 접촉에 대하여 연구하였다. 또 Zhu와 Cheng[3]은 유동계수(Flow Factor)를 구한 후, 이를 이용하여 평균레이놀즈 방정식을 수치적으로 풀어 점 접촉에 대한 표면 거칠기의 영향을 연구하였다. 최근에 이병욱[4] 외 3명은 Flow Factor를 이용하여 볼베어링의 탄성유체윤활해석을 수행하였으며, 거친 표면의 유막 두께가 매끄러운 표면의 유막 두께보다 낮은 유막 두께를 가지는 것을 확인함으로써 표면 거칠기 효과를 확인하였다.

본 저자는 표면 거칠기를 고려한 볼 베어링의 탄성유체 윤활 해석을 multilevel method 수치해석 기법을 적용하여 유막 두께와 유막 압력의 측면에서 표면 거칠기 영향을 평가하였다.

2. 이 론

2-1. 해석모델

본 논문에서는 Fig. 1와 같이 단일 깊은 홈 베어링을 해석 모델로 적용하였다. 전동체(볼)과 도륜 타원 접촉의 접촉 형태를 가진다. 따라서 Fig. 2와 같이 볼

과 케드론의 기하학적 분석을 통해 제 3의 강체와 반무한 평판의 접촉으로 모델링을 했으며, 타원 접촉을 내포하는 상당 구를 생성하여 해석하였다.

2-2. 접촉 해석

등방성이고 균질한 두 비접합 탄성체에 접촉면의 압력분포를 알기 위해, 사각조각 표면에 작용하는 균일한 분포하중에 의한 변위의 해를 이용하여 두 탄성체 사이의 접촉문제로 해석 한다.

표면 위의 두 점간의 접촉 전 거리는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f(x,y) = R_{eq} - \sqrt{R_{eq}^2 - (x^2 + y^2)} + s(x,y) \quad (1)$$

여기서 R_{eq} 는 상당 반경, $s(x,y)$ 는 표면 거칠기를 의미한다. 한편, 하중이 가해지면서 두 탄성체 위의 점들은 다음 식과 같은 관계를 가지며, 두 점간의 접촉거리 $f(x,y)$ 에서 $e(x,y)$ 로 변환한다.

$$e(x,y) = f(x,y) + u_{z1}^P + u_{z2}^P + u_{z1}^Q + u_{z2}^Q - \delta \quad (2)$$

여기서 u_{z1}^P , u_{z2}^P 와 u_{z1}^Q , u_{z2}^Q 은 각각 수직하중(P)과 접선하중(Q)에 의한 두 탄성체의 표면 위의 두 점에서의 변위, δ 는 표면에서 멀리 떨어진 점의 유효강체변위를 가리킨다.

다음과 같은 구속조건을 반복연산을 통해, 각 점에서 발생하는 응력을 계산한다.

접촉 영역에서는

$$p_c(x,y) > 0, \quad e(x,y) = 0 \quad (3)$$

접촉 외 영역에서는

$$p_c(x,y) = 0, \quad e(x,y) > 0 \quad (4)$$

이다. 여기서 $p_c(x,y)$ 는 접촉압력을 의미한다. 접촉영역 내에서는 $e(x,y) = 0$ 이므로 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\iint_{\Omega} u_{z1}^P + u_{z2}^P + u_{z1}^Q + u_{z2}^Q dx' dy' = \delta - e(x,y) \quad (5)$$

사각 조각면내에서는 균일한 압력을 가지므로 위 식은 다음과 같이 단순 이산화 될 수 있다.

$$\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m F_{i,j,k,l} P_{k,l} + \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m F'_{i,j,k,l} P_{k,l} = \delta - f_i \quad (6)$$

여기서 nm 는 접촉영역 내에서의 사각조각면의 수

이고 $F_{i,j,k,l}$ 와 $F'_{i,j,k,l}$ 은 각각 요소 (i,j)에서의 수직 및 접선 분포하중에 의한 요소 (k,l)에서의 영향을 나타내는 영향함수를 의미한다.

2.3. 탄성유체윤활 해석

2-3-1. 지배 방정식

일반화된 Reynolds 방정식에서 시간에 관한 항을 무시하고 윤활유가 x 방향으로만 일정속도로 유입된다고 가정한다면, 아래와 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) - u_m \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

여기서, u_m 은 윤활면의 평균 속도를 의미한다.

한편 구 형상에 대한 유막두께 (h) 는 탄성 변형량 계산을 통해 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} h(x,y) &= h_0 + s(x,y) + h_s(x,y) + h_d(x,y) \\ &= h_0 + s(x,y) + \frac{x^2}{2R_x} + \frac{y^2}{2R_y} + \frac{2}{\pi E'} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p(x',y') dx' dy'}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, R_x , R_y 는 각각의 x , y 방향의 곡률 반경, E' 는 상당 탄성계수, $s(x,y)$ 는 표면 거칠기이다.

2-3-2. 점도압력 & 밀도압력 관계

탄성윤활영역에서 윤활유의 점도와 밀도는 압력에 따라 변한다. 점도(η)-압력(p) 관계식은 Roeland, 밀도(ρ)-압력 관계식은 Dowson과 Higginson이 제시한 아래의 식을 적용하였다.

$$\eta = \eta_0 \left(\frac{6.31 \times 10^{-5}}{\eta_0} \right)^{1 - \left(1 + \frac{p}{1.96 \times 10^8} \right)^{-5}} \quad (9)$$

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p} \right) \quad (10)$$

여기서, ρ_0 [Pa · sec], η_0 는 대기압 상태에서의 밀도와 점도이고 n 는 점도-압력 지수이다.

2-3-1. 하중조건

유막압력에 의한 합력은 외부하중(w)과 평행을 이루어야 하므로 다음의 하중조건을 만족해야 한다.

$$w = \iint p dx dy \quad (11)$$

Fig. 3. Flowchart of contact analysis.

3. 해석 절차

3-1. 접촉 해석

Fig. 3의 알고리즘을 통해 전동체와 궤도륜에서 발생하는 접촉응력을 계산하였다.

3-2. 탄성유체윤활 해석

표면 거칠기를 고려한 해석에서는 해석의 정확도를 높이기 위해서 많은 양의 해석 노드가 필요하기 때문에 해석시간이 길어지는 문제점을 해소하기 위하여 FAS를 적용한 다단계 수치해석으로 유막 압력을 계산하였으며 FAS에 대한 관계식은 다음과 같다 [5].

$$\bar{u}^h = \tilde{u}^h + I_H^h(\tilde{u}^h - I_h^h \tilde{u}^h) \quad (12)$$

여기서, I_h^h 은 Interpolation, I_H^h 는 Restriction을 의미하며, 해석 알고리즘은 Fig. 4과 같다.

Fig. 4. Flowchart of EHL analysis.

Fig. 5. Surface roughness profile.

4. 해석 결과

4-1. 해석 조건

해석 노드는 401×401이며, Table 1에 해석 조건을 명시하였다. Fig. 5과 같이 해석에 적용한 거친 표면의 평균 거칠기는 0.05 μm이다. 접촉영역을 해석 영역의 절

Table 1. Analysis condition

Parameters	Condition	
Radius	9.5	[mm]
Load	19.5	[N]
Mean Velocity	2	[m/s]
Viscosity	0.041	[Pa · sec]
Young's modulus	210	[GPa]
Poisson's ratio	0.3	[-]
Viscosity-pressure index	0.6	[-]

Fig. 6. Contact analysis results (Rough surface).

Fig. 7. EHL analysis results (Smooth surface).

반이 되도록 하였으며, 압력 경계 조건은 다음과 같다.

$$p = 0 \text{ at } x = x_{in}, \quad p = \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \text{ at } x_{out}$$

4-2. 접촉 해석 결과

표면 거칠기를 고려한 접촉해석의 결과는 Fig. 6과 같다. 매끄러운 표면에서의 최대 접촉압력은 0.51 GPa, 표면 거칠기를 고려할 경우에는 0.91 GPa이다.

4-3. 탄성유체윤활 해석 결과

표면 거칠기 영향을 알아보기 위하여 매끄러운 표면과 거친 표면 두 경우에 대해서 탄성유체윤활 해석을 하였으며 해석 결과는 Fig. 7과 8에 나타내었다. 매끄러운 표면의 경우, 최소 유막두께는 241 nm, 최대 유막

Fig. 8. EHL analysis results (Rough surface).

Fig. 9. Relation among film pressure smooth, rough surface and contact pressure.

압력은 0.51 GPa이다. 반면에, 거친 표면에서는 최소 유막두께는 188 nm, 최대 유막 압력은 0.84 GPa이다.

4-4. 표면 거칠기 영향 분석

표면 거칠기 영향을 압력 측면에서는 접촉해석과 비교하였으며, 유막두께 측면에서는 매끄러운 표면에 대한 탄성유체윤활해석과 비교하였다.

4-4-1. 유막압력 측면에서의 표면 거칠기 영향

표면 거칠기를 고려할 경우 접촉 영역 내에 존재하는 돌기들로 인해서 유막 압력이 증가함을 Fig. 9에서 확인하였다. 그리고 표면 거칠기를 고려한 접촉해석과 탄성유체윤활해석을 비교하였더니 전동체와 궤도륵간의 유막 압력이 건마찰상태의 접촉 응력보다 작다. 이는 금속 마찰면의 마찰 저항을 줄어들어 압력을 감소시켜 주는 윤활유의 기능으로 인한 변화이며 접촉 영역보다 입구 영역에서는 유막 두께가 더 두껍기 때문에 그 경향은 더욱 뚜렷하게 나타난다.

또 표면 거칠기 영향으로 유막 두께가 낮아질 경우에는 유막 압력이 급격히 증가한다. 반대로 유막 두께

Fig. 10. Relation between Rough surface and film pressure.

Fig. 11. Relation between film thickness considering smooth and rough surface of EHL analysis.

가 커질 경우에는 유막 압력이 급격히 감소함을 Fig. 10을 통해 확인하였다.

4-4-2. 유막두께 측면에서의 표면 거칠기 영향

거친 표면에서는 접촉 돌기로 인해 유막 압력이 높아지므로 매끄러운 표면보다 작은 유막 두께가 형성되는 것을 Fig. 11을 통해 확인하였다.

출구부에서는 아주 좁은 지역에 걸쳐서 압력이 급격히 증대하여 최대값에 도달한 후, 급격히 감소하여 대기압에 도달하는데 이를 압력 스파이크라 부른다. 압력 스파이크가 일어나는 영역부근에서부터 유막의 크기는 급격히 작아져서 최소 유막에 도달한 후 다시 급격히 증가하는 유막형상을 나타내는데 이를 유막의 수축이라고 한다. 압력 스파이크와 유막의 수축은 매끄러운 표면에서의 탄성유체 윤활해석 결과인 Fig. 12에

Fig. 12. Film thickness, pressure of EHL analysis considering smooth surface.

Fig. 13. Film thickness, pressure of EHL analysis considering rough surface.

Fig. 14. Relation between Rough surface and film thickness.

서 확인하였다.

표면 거칠기를 고려할 경우 접촉 돌기로 인해 유막 압력이 증가하여 유막 수축은 더욱 뚜렷하게 나타나는

사실을 Fig. 11과 13을 통해 확인 할 수 있다. 그리고 Fig. 14에 도시되어 있는 바와 같이, 유막 수축이 일어나는 영역에서도 돌기들이 존재하기 때문에 돌기들의 접촉으로 인해, 유막 압력은 증가한다. 여기에 유막 수축으로 인한 압력 스파이크가 더해지기 때문에 유막 압력은 더 커진다.

5. 결 론

1. 표면 거칠기를 고려한 볼 베어링의 접촉 해석과 탄성유체 윤활 해석을 통해 유막 압력 측면에서 표면 거칠기 효과를 평가하였다. 전동체와 케드론 사이에 마찰 저항이 줄어 주는 윤활유로 인해 압력이 감소한다. 그리고 표면 거칠기 영향으로 유막 두께가 낮아질 경우에는 유막 압력이 급격히 증가한다. 반면에 유막 두께가 커질 경우에는 유막 압력이 급격히 감소함을 확인하였다.

2. 매끄러운 표면과 거친 표면에서의 탄성유체 윤활 해석을 통해 유막 두께 측면에서 표면 거칠기 효과를 평가하였다. 거친 표면에서 돌기와 윤활유의 접촉으로 인해 유막 압력이 높아지므로 매끄러운 표면보다 작은 유막 두께를 갖는다. 그리고 거친 표면에서는 매끄러운 표면보다 유막 수축이 더 뚜렷하게 나타나며 돌기로 인한 유막 압력 생성으로 인해 압력 스파이크 또한 증가함을 확인하였다.

3. 유막 수축이 일어나는 영역에서의 접촉 돌기 접촉으로 인해 유막 압력 및 압력스파이크는 증가하게 되므로 볼 베어링의 수명이 단축된다. 그러므로 베어링 설계 시에는 표면 거칠기를 고려해야 한다.

감사의 글

이 논문은 2013년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(2012R1A1A2009540).

References

1. M. Kaneta., T. Sakai. and H. Nishikawa., "Effects of Surface Roughness on Point Contact EHL," *Tribol. Trans.*, Vol. 36, No. 4, pp. 605-612, 1993.
2. D. Zhu. and H. S. Cheng., "Effect of Surface Roughness on the Point Contact EHL," *ASME J. Tribol.*, Vol. 110, No. 1, pp. 32-37, 1988.

3. A. A. Lubrecht. and C. H. Venner., "Elasto- hydrodynamic Lubrication of Rough Surafce," *ASME J. Tribol*, Vol. 213, Part J, pp. 397-404, 1999.
4. B. W. Lee, S. M. Moon, T. W. Kim and Y. J. Cho., "EHL Analysis of Ball Bearing for Rough Surface with Flowfactor," *Journal of the KSTLE*, Vol. 27, No. 6, pp. 326-311, 2011.
5. C. H. Venner. and A. A. Lubrecht., "Multilevel Methods in Lubrication," ELSEBER, 2000.