Chiu가 제안한 2차원 유속분포식의 자연하천 적용성 분석

Application of Chiu's Two Dimensional Velocity Distribution Equations to Natural Rivers

이 찬 주* / 서 일 원** / 김 창 완*** / 김 원****

Lee, Chan Joo / Seo, Il Won / Kim, Chang Wan / Kim, Won

Abstract

It is essential to obtain accurate and highly reliable streamflow data for quantitative management for water resources. Thereafter such real-time streamflow gauging methods as ultrasonic flowmeter and index-velocity are introduced recently. Since these methods calculate flowrate through entire cross-section by measuring partial velocities of it, rational and theoretical basis are necessary for accurate estimation of discharge. The purpose of the present study lies in analysis on the applicability of Chiu's(1987, 1988) two dimensional velocity distribution equations by applying them to natural rivers and by comparing simulated velocity distributions with observed ones obtained with ADCP. Maximum and mean velocities are calculated from observed data to estimate entropy parameter M . Such isovel shape parameters as h and β_i are estimated by object function based on least squares criterion. In case optimized parameters are applied, Chiu's velocity distributions fairly well simulate observed ones. By using 14 simulated data sets which have relatively high correlation coefficients, properties of parameters are analyzed and h , β_i are estimated for velocity-unknown river sections. When estimated parameters are adopted for verification, simulated velocity distributions well reproduce real ones. Finally, calculated discharges display rough agreement with measured data. The results of the present study mean that if parameters related are properly estimated, Chiu's velocity distribution is likely to reproduce the real one of natural rivers.

keywords : entropy, 2-D velocity distribution, Acoustic Doppler Current Profiler, parameters

요 지

수자원의 정량적인 계획과 관리를 위해서는 정확하고 신뢰성 높은 유량 자료가 필수적이다. 이에 따라 최근에 초음파유량계와 유속지수법 등의 실시간 유량 측정 방법이 도입되고 있다. 이러한 방법들은 단면의 일부분에서 측정된 유속을 이용하여 전체 단면의 유량을 산정하고 있으므로 하천 단면의 2차원적 유속분포에 대한 합리적이고 이론적인 기초가 필요하다. 본 연구에서는 Chiu(1987, 1988)가 제안한 2차원 유속분포식을 자연하천에 적용하고 ADCP 실

* 한국건설기술연구원 하천·해안연구실 연구원

Researcher, River & Coast Research Division, Korea Institute of Construction Technology, Goyang-Si, Gyeonggi-Do, Korea
(e-mail : c0gnitum@kict.re.kr)

** 서울대학교 지구환경시스템공학부 교수

Professor, Seoul National University, Gwanak-Gu, Seoul, Korea

*** 한국건설기술연구원 하천·해안연구실 책임연구원

Research Leader, River & Coast Research Division, Korea Institute of Construction Technology, Goyang-Si, Gyeonggi-Do, Korea

**** 한국건설기술연구원 하천·해안연구실 책임연구원

Research Leader, River & Coast Research Division, Korea Institute of Construction Technology, Goyang-Si, Gyeonggi-Do, Korea

측 자료를 이용하여 비교 분석함으로써 적용성을 분석하였다. 이를 위해 실측 자료로부터 최대유속과 평균유속을 계산한 후 매개변수 M 을 산정하였다. 등유속선 형상 매개변수는 최소자승합 기준의 목적함수를 이용하여 추정하였다. 최적화된 매개변수를 적용하여 도출된 엔트로피 유속분포를 실측 유속분포와 비교한 결과, 대체로 잘 일치하는 것으로 나타났다. 상관도가 높게 나타나는 14개의 실측 자료를 이용하여 매개변수 h , β_i 의 특성을 분석한 후 미측정 단면에 적용할 수 있도록 그 값을 추정하였다. 추정된 매개변수를 검증에 위한 자료에 적용한 결과 역시 실측 자료를 대체로 잘 재현하는 것으로 나타났다. 유량의 경우 최대 7%의 오차로 실측 자료와 대체로 비슷하게 산정하였다. Chiu의 유속분포식에 관여하는 매개변수를 적절히 추정한다면 자연하천의 유속분포를 잘 모의할 수 있을 것으로 판단된다.

핵심용어 : Chiu의 2차원 유속분포, ADCP, 매개변수

1. 서론

최근 우리나라에서도 하천 유량의 효율적인 측정을 위해 초음파유량계나 유속지수법과 같은 실시간 하천유량측정 방법들이 도입되고 있다(김창완 등, 2004; 김치영 등, 2006). 이러한 방법들은 흐름 단면 전체를 측정하지 않고 단면의 특정 영역이나 지점에서 연속적인 유속을 측정하고 이를 단면 전체에 대한 관계로 환산하여 유량을 산정한다. 따라서 측정 영역의 유속과 전체 단면의 유속 사이에 이론적이고 합리적인 관계를 수립할 수 있다면 이러한 유량 측정 방법에 관여하는 유속계수를 보다 합리적으로 추정함으로써 유량 측정의 정확도를 높이는 데 기여할 수 있다.

기존에는 연직 방향의 주유속 분포를 나타내는 식으로 로그 법칙이나 멱(Power) 법칙을 주로 사용되어 왔으나 이들은 벽면의 영향에 의한 횡방향 유속 변화를 반영할 수 없다. 뿐만 아니라 하상으로부터 수면까지 유속 분포가 단순 증가하는 함수 형태로 되어 있어 최대유속이 수면 아래에서 발생하는 물리적인 현상을 나타낼 수 없다는 한계가 있다.

Chiu(1987, 1988)는 기존의 결정론적인 흐름 방향 유속분포식의 한계를 극복할 수 있는 방법으로 확률통계에서 사용되는 엔트로피 개념을 이용한 2차원 유속분포식을 제안하였다. Chiu의 식은 단면에서 유속이 동일한 점들을 연결하는 등유속선과 유속과의 일대일 대응 관계를 이용하므로 수면 아래에서 최대유속이 나타나는 실제 현상을 이론적으로 재현할 수 있다. 그런데 Chiu의 이론적인 유속분포식을 널리 적용하기 위해서는 매개변수에 대한 추정이 필요할 뿐만 아니라 모의된 유속분포를 검증할 단면 전체에 대한 실측 유속분포 자료가 있어야 한다. 직사각형이나 사다리꼴과 같은 일정한 단면을 갖는 실험수로나 운하에서는 2차원 유속분포 자료를 취득하기가 비교적 쉬운 관계로 기존의 연구는 이러

한 사례를 제한적으로 다루고 있다(Chiu, 1988; de Araujo and Chaudhry, 1998). 하지만 수로에 비해 하폭과 수심이 크고 불규칙한 단면 형상을 갖는 실제 자연하천에서 2차원적 유속분포를 비교하는 연구는 거의 이루어지지 못하였다.

일반적인 점 유속계를 이용할 경우 하천 단면의 시간평균한 2차원 유속분포를 얻기 위해서는 엄청난 시간과 노력이 필요하며, 측정 시간 동안의 흐름 상태와 측정 여건 변화를 고려하면 이러한 측정 자체가 극히 곤란하다. 하지만 1980년대 말부터 하천 유량 측정에 도입되기 시작한 ADCP(Acoustic Doppler Current Profiler)를 이용하면 하천을 횡단함과 동시에 단면의 거의 대부분에 대해 유속분포를 측정할 수 있다. 최근에는 ADCP의 정밀도와 정확도가 향상되어, 활용도가 급격하게 증가하고 있는 상황이다(Simpson, 2001; Mueller, 2002; Gonzales-Castro et. al., 2002; Barua and Rahman, 1998; 이찬주 등, 2005). 그러므로 ADCP를 적절히 활용할 경우 단면 전체에 대한 2차원 실측 유속자료를 취득할 수 있으므로 자연하천에 대한 적용성을 분석할 수 있다.

이에 본 연구에서는 불규칙한 단면을 갖는 자연하천에 대해 ADCP 실측 자료를 이용함으로써 Chiu가 제안한 엔트로피 유속분포식에 관여하는 매개변수를 추정할 뿐만 아니라 이론적인 2차원 유속분포와 실측 유속분포를 비교함으로써 그 적용성을 분석하였다. 또한 추정된 매개변수를 이용하여 향후 미측정 단면의 2차원 유속분포를 예측할 수 있는 가능성도 함께 검토하였다.

2. 이론적 연구

2.1 연구 동향

Chiu(1987, 1988)는 등유속선 기반의 좌표계와 엔트로피 최대화 원리를 이용하여 확률론적 2차원 유속분포

식을 처음 제안하였다. Chiu and Murray(1992)는 확률론적인 유속분포의 이론을 적용하여 개수로 단면이 불규칙할 경우에도 평균유속, 운동량 계수, 에너지 계수 등의 값을 결정할 수 있음을 보여준 바 있다. Chiu and Said(1995)는 다양한 유량과 수심 조건에 대한 분석을 통해 하도 단면의 평형 상태는 엔트로피 매개변수인 M 값에 일정하게 반영된다는 점을 지적하였다. 또한 최대유속 지점에서의 연직 유속분포를 이용하여 유량을 결정하는 기법을 개발한 바 있다. 최근에 Chiu and Tung(2002)은 개수로에서의 최대유속과 평균유속의 관계가 시간과 유량이 변하더라도 일정하게 유지되는 특성이 있음을 지적하였다. Moramarco et. al.(2004)은 Chiu의 유속분포식에 서 주요 매개변수인 M 값이 Tiber 강의 4개 관측소에서 거의 일정하게 나타난다는 점을 지적하였다. 또한 Chiu의 유속분포를 활용할 경우 연직 유속분포를 합리적으로 추정할 수 있다는 점을 보여주었다.

추태호(2002)는 엔트로피 개념을 이용하여 표면유속 측정을 통한 유량 산정 방법을 국내 하천에 적용한 바 있다. 김영성 등(2001)은 엔트로피 매개변수 M 을 이용하여 간단하게 유량을 산정하는 기법을 이용하여 유량을 산정하고 이를 한강대교, 여주, 유성 지점 등에서의 실측 자료와 비교함으로써 적용성을 검토하였다. 오제승 등(2005)도 M 값을 이용하여 홍수량을 추정하는 연

구를 수행한 바 있다.

Chiu의 유속분포식은 처음 제안된 이래로 여러 방법에서 연구의 진전이 있었다. 하지만 하천 단면의 2차원 유속분포에 관한 실측 자료가 적었던 관계로 자연 하천의 유속분포를 모의하는 연구에는 거의 적용되지 못하였다.

2.2 엔트로피 유속분포식 이론

Chiu(1987, 1988)가 제안한 단면의 2차원 유속분포식은 확률통계에서 사용되는 엔트로피 최대화의 개념을 수리학적으로 응용한 것이다. Chiu(1988)에 의하면 개수로 단면에서 2차원 유속분포는 1) 등유속선 기반의 $\xi-\eta$ 좌표계, 2) 엔트로피 최대화 원리에 기초한 유속분포식, 3) 수리학적 매개변수 M 의 세 가지 요소로 구성된다.

Chiu의 유속분포식에서는 단면상의 동일한 유속을 가지는 점들을 연결하는 등유속선(isovel) ξ 와 직교선 η 로 구성되는 $\xi-\eta$ 좌표계를 이용한다(Fig 1). $\xi-\eta$ 좌표계는 원통좌표계와 유사한데, $\xi-\eta$ 좌표계에서는 등유속선으로 표현되는 단면상의 위치와 유속 간에 일대일 관계가 성립한다. 단면에서 하폭 방향과 수심 방향의 성분으로 이루어진 직교좌표계는 Eq. (1)에 의해 $\xi-\eta$ 좌표계로 변환된다. 실제 유속 분포의 계산에는 η 가 필요가 없으므로 ξ 만 계산된다.

Fig. 2. $\xi-\eta$ Coordinates in open-channel sections (Modified from Chiu and Murray, 1992)

$$\xi = Y(1-Z)^{\beta_i} \exp(\beta_i Z - Y + 1) \quad (1)$$

여기서, $Y = \frac{y + \delta_y}{D + \delta_y + h}$, $Z = \frac{|z|}{B_i + \delta_i}$ 이다.

Eq. (1)의 h , β_i , δ_i , δ_y 는 등유속선의 형상에 관계된 매개변수이다. 이중 h 는 연직방향으로 최대유속이 발생하는 수면으로부터의 거리이다. $h=0$ 인 경우는 수면에서, $h<0$ 인 경우 수면 아래에서, $h>0$ 인 경우 수면 위의 가상의 지점에서 최대유속이 발생한다. 특히, $h>0$ 인 경우는 얕은 수심에 비해 하폭이 넓은 자연하천에서 발생한다. β_i , δ_i , δ_y 는 등유속선의 형상을 미세하게 조정하는 변수이다.

Chiu의 유속분포식은 등유속선 ξ 상에서 유속 u 에 관한 확률밀도함수를 이용하여 도출된다. 유속의 누적 확률밀도함수는 Eq. (2)와 같고 확률밀도함수는 Eq. (3)과 같다.

$$P(u) = \int_0^u p(u) du = \int_0^u p[G(\xi)] du \quad (2)$$

$$= \int_{\xi_0}^{G(u)^{-1}} q(\xi) d\xi = \frac{\xi - \xi_0}{\xi_{\max} - \xi_0}$$

$$p(u) = \frac{dP(u)}{du} = \frac{dP(u)}{d\xi} \frac{d\xi}{du} = \left[(\xi_{\max} - \xi_0) \frac{du}{d\xi} \right]^{-1} \quad (3)$$

여기서 확률밀도함수 $p(u)$ 를 결정하기 위해 확률론적인 엔트로피 최대화 원리의 개념을 사용한다. 엔트로피 최대화 원리는 정상·평형 상태에 있는 체계는 엔트로피를 최대화하는 경향이 있다는 것이다. 이는 Eq. (4)의 엔트로피 함수를 최대화 하는 확률밀도함수 $p(u)$ 를 선택하는 것을 의미한다(DeGroot, 1975).

$$H(u) = - \int_0^{u_{\max}} p(u) \ln p(u) du \quad (4)$$

이를 풀기 위한 제약 조건은 Eq. (5)와 (6)이다.

$$\int_0^{u_{\max}} p(u) du = 1 \quad (5)$$

$$Q = \int u da = A \bar{u} = A \int_0^{u_{\max}} up(u) du \quad (6)$$

이를 통해 등유속선 ξ 에서 유속 u 를 나타내는 일반적인 유속분포식은 Eq. (7)과 같다. 이에 대한 자세한

유도 과정은 Chiu(1988)에 기술되어 있다.

$$u = \frac{u_{\max}}{M} \ln \left[1 + (e^M - 1) \frac{\xi - \xi_0}{\xi_{\max} - \xi_0} \right] \quad (7)$$

Eq. (7)은 M 을 매개변수로 갖는 개수로 단면에서의 2차원 유속분포에 관한 일반 공식이다. 즉, 단면상에서 특정 등유속선 ξ 상에 있는 모든 유속은 Eq. (7)에 의해 계산될 수 있다.

Chiu 유속분포식의 세 번째 구성 요소는 유속분포의 동질성을 결정하는 수리학적 매개변수 M 에 관한 Eq. (8)이다.

$$\phi(M) = \frac{\bar{u}}{u_{\max}} = e^M (e^M - 1)^{-1} - \frac{1}{M} \quad (8)$$

여기서 $\phi(M)$ 은 최대유속과 평균유속의 비율을 나타낸다. 역으로, M 을 계산하기 위해 $\bar{u}$ 와 $u_{\max}$ 가 필요하다. 본 연구에서는 실측 자료를 이용하여 $\bar{u}$ 와 $u_{\max}$ 를 계산하였다.

3. ADCP에 의한 단면 유속 분포 측정

3.1 실측 자료의 취득

Chiu의 유속분포식을 자연하천에 적용하기 위해서는 매개변수의 추정이 필요하며, 이론적 유속분포를 검증할 자료가 필요하다. 본 연구에서는 ADCP로 실측한 단면 2차원 유속분포를 사용하여 매개변수를 추정하는데 사용하였으며, 별도의 자료 2건을 이용하여 이론적으로 모의된 유속분포를 검증하였다.

Table 1과 같이 한강, 낙동강, 금강 수계의 9개 지점에서 ADCP를 이용한 유속과 유량 측정을 2004년 10월부터 2006년 7월 사이에 실시하였다. 피산, 대수보, 팔당, 강촌, 청평, 충주 등 6개 지점의 경우 댐 하류에 위치하고 있어서 ADCP를 이용한 유량측정의 정확도 검증이 가능하다는 장점을 가지고 있어 선정하였고 여주, 낙동, 공주 지점의 경우 한강, 낙동강, 금강 수계의 주요 유량측정 지점이므로 Chiu의 2차원적 유속분포가 잘 적용될 경우 자동유량측정 등의 방법 도입시 활용도가 클 것으로 예상되어 선택하였다.

ADCP 유속 자료는 세 가지 목적으로 활용하였다. 첫째, 매개변수 M 을 산정하기 위한 단면 최대유속과 평균유속을 얻기 위해 사용하였다. 둘째, Chiu의 유속분포식에서 등유속선 형상에 영향을 미치는 매개변수들의 추정을 위한 최적화 과정에 활용하였다. 셋째, 최적화

Table 1. ADCP data for the present study

Sites	Dates of Measurements	No. of data	Discharge (cms)	Remarks
Goesan	2004.11. ~ 2006. 7.	20	8.8 ~ 293.7	
Daesubu	2005. 7. ~ 2006. 7.	14	17.2 ~ 300.0	
Yeoju	2004. 5. ~ 2006. 7.	10	100.7 ~ 5,343	
Paldang	2005. 4. ~ 2005. 7.	3	229.7 ~ 1,314	
	2005. 4. 13.	1	607	Verification
Gangchon	2005. 4. 19.	1	255	
Nakdong	2006. 7. 12.	1	1,200	
Cheongpyeong	2005. 4. 12.	1	216	
Gongju	2004. 10. 25.	1	55	
Chungju	2005. 8. 25.	1	350	Verification

과정을 거쳐 도출된 유속분포 매개변수의 검증에 사용하였다.

3.2 ADCP 유속 자료의 후처리

ADCP로 측정된 유속은 순간유속이며 난류의 진동과 불확실성을 그대로 반영한다. 따라서 시간평균 유속과 동일하게 취급할 수 없다. 그러나 이상치를 제거하고 인접한 연직유속자료를 평균하는 등의 후처리 과정을 거칠 경우 시간평균한 유속과 거의 비슷한 결과를 나타낸다(이찬주 등, 2005). 뿐만 아니라 이러한 자료는 2차원 수치모형에 의해 모의된 유속을 검증하는 등 실무적으로 사용될 수 있다(Mueller, 2005). 통계적인 불확실성의 관점에서 유속이 느릴수록 평균유속에 대한 순간유속의 상대적 불확실성은 증가하나 유속이 빠를수록 상대적 불확실성은 감소한다. 그런데 수심이 얕고 유속이 느린 흐름일 경우 정밀 측정 모드를 설정하고 유속을 측정하면 어느 정도 그 문제를 해결할 수 있다(Spain, 2003).

후처리는 3단계 과정을 밟아 실시하였다. 1) 측정 자료를 재생하는 소프트웨어를 이용하여 인접한 5개 내지 10개의 연직유속자료를 공간적으로 평균하였다. 다만 이러한 평균화는 ADCP로 측정된 단면의 형상을 고려하여 수행되었다. 즉 횡방향으로 하상고가 급격하게 변하거나 유속의 급격하게 변하는 지점을 제외하고 하상고가 유사하고 유속이 유사하게 나타나는 하폭 범위에서 공간 평균화를 실시하였다. 2) 하천 양안 부근에서 ADCP를 탑재한 보트는 이동이 불규칙하고 방향 전환이 급격하므로 이 구역에서 측정된 유속 자료는 배제하였다. 3) 유효 측정 자료에 포함되어 있는 이상치를 제거하기 위해 99.5% 상위의 고유속 및 0.5% 하위의 저유속을 제거하도록 기존 연구에서 제시된 $\pm 2.58\sigma$ 기준

을 사용하여 필터링을 실시하였다(Dinehart and Bureau, 2005). 이렇게 함으로써 정상적인 유속 분포에서 벗어나는 극단적인 유속 자료를 제거하였다. 그리고 자료가 제거된 위치에는 인접한 상하좌우 십자 위치의 셀 유속값을 평균하여 대치하였다. 다만 인접 유속 자료를 평균하는 것이 부적절할 경우에는 결측으로 처리하였다.

4. 엔트로피 유속분포식의 매개변수 추정

Chiu의 유속분포를 적용하고 검증하는 과정은 Fig 2에 보인 바와 같다. 첫 번째 단계는 ADCP 실측 자료를 이용하여 최대유속과 평균유속을 계산하고 이를 통해 M 값을 추정하는 것이다. M 값이 결정될 경우 최대 유속 지점에서 최대유속의 측정만으로도 평균유속을 구할 수 있고 유량을 계산할 수 있다. 하지만 M 값만으로는 단면의 2차원적 유속분포를 나타낼 수 없다. 이에 두 번째 단계는 하천 단면의 2차원적 유속분포를 표현하는 등유속선의 형상을 결정하는 일이다. 여기에는 등유속선 형상을 결정하는 매개변수(h , β_i , δ_i , δ_y)를 추정하는 일이 가장 중요하다. 매개변수의 추정은 실측 자료를 이용하여 실시한다. 이 때 매개변수를 조정할 범위를 설정하기 위해 기존 연구 사례를 참고하였다. 그리고 그 범위 내에서 매개변수를 조정하면서 모의 유속분포와 실측 자료의 차를 최소화하는 매개변수 값을 찾아내었다. 세 번째 단계에서는 개별 자료로부터 추정된 매개변수를 모아 일정한 경향성을 찾아낸 후 이를 회귀식으로 제시하였다. 마지막으로 제시된 회귀식을 이용하여 미측정 단면에 대한 매개변수를 추정한 후 이를 적용하여 2차원 유속분포를 모의하였으며 실측 자료와 비교함으로써 Chiu의 유속분포식의 적용성을 검증하였다.

Fig. 2. Procedure for the application of Chiu's velocity distribution equations

4.1 매개변수 M 의 추정

매개변수 M 은 엔트로피 유속분포의 유일한 수리학적 매개변수로서 단면의 최대유속과 평균유속의 관계를 나타낸다. 또한 한 지점에서는 유량과 수심이 변화하더라도 일정한 값을 갖는 것으로 알려져 있어 지점의 수리지형학적 특성을 반영한다(Chiu and Said, 1995). 단면의 평균유속은 측정된 유량을 흐름에 직각인 단면적으로 나누면 구할 수 있다.

매개변수인 M 값에 가장 큰 영향을 미치는 것은 최대유속이다. 실무적인 면에서 단면의 2차원 유속분포는 조밀하게 측정하기가 곤란한 경우가 많다. 이 때문에 2점법 또는 3점법으로 측정된 유속 자료에서 측정된 최대유속을 그대로 사용하기도 한다(Moramarco et. al., 2004). 또는 최대유속의 위치를 수면 내지는 수면 아래의 위치에 대략적으로 정한 후 그 위치에 해당하는 유속을 추정함으로써 최대유속을 결정하기도 한다(오제승 등, 2005). 하지만 이러한 방법은 최대유속이 측정된 점유속 위치와 차이가 크거나 추정된 위치에서 발생하지 않을 경우 오차가 증가할 수 있는 소지가 있다. 다만 연직유속분포의 특성상 흐름이 빠른 경우에는 수면부터 수심의 중앙부에 이르는 상당한 구간에서 이르기까지 유속의 감소가 거의 없고 유속 경사가 작기 때문에 유속이 빠른 조건에서는 큰 무리가 없을 것으로 판단된다.

ADCP 자료는 단면 전체의 유속분포를 나타내므로 최대유속의 위치와 값을 쉽게 얻을 수 있다. 하지만 ADCP 자료는 특성상 최대유속 결정시 몇 가지 사항을 고려해야 한다.

첫째, ADCP가 수면부근의 유속 분포를 측정할 수

없으므로 만약 최대유속이 측정불가역에서 발생할 경우 정확한 값을 구할 수 없다는 단점이 있다. 다만 유속이 빠른 경우 연직방향의 유속 경사가 작기 때문에 ADCP에서 취득된 최대유속을 실제 최대유속으로 간주할 수 있다. 그리고 유속이 느리고 수심이 얇은 흐름에서는 ADCP의 정밀 측정 모드를 사용할 경우 수면부근 측정불가역을 최소화할 수 있다. 본 연구에서는 단면의 특성을 감안하고 ADCP에 의해 실측된 부분에서 얻은 셀 유속 자료만을 사용하였다. 둘째, ADCP 유속 자료는 순간적이므로 시간평균 최대유속에 비해 난류 성분이 다소 크게 작용할 수 있다. 본 연구에서는 이러한 ADCP 자료의 특성을 고려하여 여러 개의 연직유속 자료를 시공간적으로 평균하는 후처리 과정을 거쳤다. 셋째, 이상치에 의해 고립된 지점에서 최대유속이 결정되지 않도록 단면의 고유속 구역에서 최대유속을 채택하였다.

이렇게 구해진 지점별 최대유속과 평균유속을 선형 회귀분석하여 $\phi(M)$ 값을 산정하였다. 다만 자료의 수가 적은 낙동, 강촌 지점의 경우 주어진 자료의 범위 내에서 $\phi(M)$ 을 산정하였다.

회귀식의 기울기로 산정된 $\phi(M)$ 과 엔트로피 매개변수 M 은 지점에 따라 서로 다른 값을 나타내고 있다. 괴산, 대수보 지점의 경우 M 값은 각각 2.36, 2.23으로 대체로 비슷하였으나 여주 지점의 경우 1.87로 다소 낮은 값을 나타냈다. 낙동 지점과 강촌 지점은 각각 3.87, 2.93으로 다소 높은 M 값을 나타내고 있다. 현장 상황과 측정시의 흐름 조건만을 고려했을 때, M 값이 낮은 지점인 괴산, 대수보, 여주, 공주 등은 M 값이 높은 지점인 낙동, 강촌에 비해 단면이 다소 불균일하거나 단면의 횡방향 유속 경사가 큰 특징을 지니는 것으로 파악

Table 2. $\phi(M)$ and M values at velocity measurement Sites (* Including 6 sites except Nakdong and Gangchon)

Sites	Equation	R^2	$\phi(M)$	M
Goesan	$\bar{u} = 0.6803u_{\max} - 0.0501$	0.9865	0.6803	2.356
Daesuboo	$\bar{u} = 0.6718u_{\max} - 0.0986$	0.9738	0.6718	2.226
Yeoju	$\bar{u} = 0.6473u_{\max} - 0.0869$	0.9877	0.6473	1.868
All*	$\bar{u} = 0.6499u_{\max} - 0.0585$	0.9720	0.6499	1.905
Nakdong		-	0.7565	3.866
Gangchon		-	0.7109	2.933

되었다.

본 연구에서는 엔트로피 유속분포식을 적용시 지점별로 산정된 M 값을 적용하였다(Table 2).

4.2 등유속선 형상 매개변수 h 와 β_i 의 추정

엔트로피 유속 분포를 도출하기 위한 두 번째 단계는 최적화 과정을 통해 등유속선 형상 매개변수를 추정하는 것이다. Eq. (1)에 따르면 등유속선의 형상에 관계된 매개변수는 모두 네 개로 h , β_i , δ_i , δ_y 이다. 매개변수의 추정을 위해서는 먼저 가능한 범위를 제시하여야 한다. 4개의 매개변수 중 h 는 최대유속이 발생하는 연직축에서의 위치를 나타내며 $-D < h \leq 0$ 의 범위에서 물리적인 의미를 가진다. 나머지 β_i , δ_i , δ_y 는 주로 유속이 0인 등유속선(ξ_0)의 형상을 조절하는 매개변수로서 하상과 양측 하안의 경계 부근의 등유속선 형상에 관계된다(Chiu and Chiou, 1986). 본 연구에서는 이 세 개의 변수 중에서 Chiu and Chiou(1986)의 실험적 연구에서 제시한 범위를 고려하여 δ_i , δ_y 는 0으로 처리하였으며, β_i 는 0~1의 범위에서 결정하였다. 요컨대, 실질적으로 본 연구에서는 등유속선의 형상과 관련하여 매개변수 h 와 β_i 만을 추정하였다.

엔트로피 유속분포식은 자연하천에서의 실제 유속분포를 잘 재현하는데 목적이 있으므로 모의된 유속분포는 실측 자료와의 오차가 최소화 될수록 좋다. 그리고 이 때 적용된 매개변수 h 와 β_i 의 값은 개별 실측 자료에 가장 잘 맞는 값이라고 볼 수 있다. 그러므로 본 연구에서는 Eq. (9)와 같은 최소자승합 목적함수를 사용하여 h 와 β_i 의 최적값을 구하였다.

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n [u_{est}(i) - u_{obs}(i)]^2 \quad (9)$$

여기서, u_{est} 는 실측 유속 셀에 대응하는 계산된 모의 유속이고, u_{obs} 는 해당 셀의 실측 유속이다. 매개변수의

조정은 시산법을 이용하였다.

5. 결과와 분석

5.1 2차원 유속분포 도출

Chiu의 유속분포식을 이용한 2차원 유속분포는 격자망에서 계산한 후 SurferTM를 이용하여 표현하였으며 ADCP를 이용한 실측 자료 역시 측정 셀을 모의 유속분포의 격자망 위치에 배열한 후 역시 SurferTM 그림으로 나타내었다.

Fig. 4와 Fig. 5는 Eq. (9)에 의해 실측 자료와의 오차가 최소화되는 최적화된 매개변수를 적용했을 때의 결과이다(괴산댐 지점과 낙동 지점 자료). 그림을 보면, Chiu의 식에 의해 모의된 유속분포와 실측 유속분포의 개형이 대체로 유사함을 알 수 있다.

Table 3은 33건의 ADCP 측정 자료에 대한 매개변수 최적화 결과를 나타낸다. 여기서 $u_{\max}$ 는 최대유속, $d_{\max}$ 는 단면의 최대 수심이고, M 과 h 는 매개변수, R 은 상관관계수이다. 매개변수 β_i 의 경우 최대유속측을 기준으로 좌측 단면과 우측 단면에서 별도로 계산되어야 하므로 여기에서는 좌측 단면에 적용하는 β_i 는 β_L , 우측 단면에 적용하는 β_i 는 β_R 로 구별하여 제시하였다. 다음 절에서 다루는 매개변수 분석에 사용된 자료 14건에 대해서는 매개변수의 경향성을 나타내는데 사용한 R_{area} , R_{wd} 등의 하도 형태 변수도 제시하였다.

Table 3을 보면, 괴산댐, 여주, 팔당, 낙동, 공주 지점 자료의 경우 다른 자료에 비해 상관관계수가 높게 나타났다.

대수보 지점의 경우 최대유속 구역이 한 쪽으로 치우친 관계로 실측 자료와 모의 자료의 상관관계수가 낮게 산정되었으며 실측 유속분포와 모의 유속분포의 불일치가 가장 심하게 나타났다. 이는 대수보 단면의 경우 고유속 구역이 하천 양안에 구별되게 2곳이 나타나는데 기인한다. Chiu의 유속분포식은 이론적으로 하나의 최

Fig. 4. Simulated(left) and observed(right) velocity distribution for Goesan data (2006/07/10)

Fig. 5. Simulated(left) and observed(right) velocity distribution for Nakdong data (2006/07/12)

Table 3. Data and results for parameter optimization

Site	Date	Q	A	$u_{\max}$	$\bar{u}$	M	$d_{\max}$	h	β_L	β_R	R_{area}	R_{wd}	R
Goesan	2004-11-24	12.4	105.9	0.25	0.12	2.36	2.09	-0.26	0.5	1.0			0.730
	2004-12-03	12.6	107.6	0.24	0.12		2.03	-0.14	0.4	1.0	-0.50	39.9	0.757
	2005-03-24	17.3	113.7	0.29	0.15		2.11	-0.10	0.0	1.0	-0.43	35.5	0.726
	2005-09-26	31.0	134.9	0.45	0.23		2.45	-0.32	0.2	1.0	-0.35	32.6	0.775
	2006-07-11	133.9	191.9	1.26	0.70		3.14	-0.12	0.2	1.0			0.778
	2006-07-10	148.0	178.8	1.28	0.83		3.04	-0.06	0.5	0.8	0.25	28.2	0.746
	2005-07-12	175.2	231.9	1.17	0.76		3.21	-0.10	0.5	1.0	-0.18	30.5	0.798
	2006-07-19	293.8	242.0	1.88	1.21		4.04	-1.24	0.6	1.0	-0.59	22.0	0.805
	2006-07-31	64.6	151.1	0.75	0.43		2.58	-0.32	0.3	1.0			0.683
	2005-07-01	107.4	179.9	0.88	0.60		2.86	0.00	0.2	1.0			0.692
Daesubu	2005-07-19	17.2	173.0	0.33	0.10	2.23	2.94	-0.56	1.0	0.5			0.263
	2005-07-28	25.5	165.7	0.37	0.15		2.74	0.00	1.0	0.2			0.377
	2005-07-06	38.3	177.4	0.40	0.22		2.80	-0.04	1.0	0.1			0.673
	2005-07-28	51.4	182.0	0.51	0.28		3.14	-0.32	0.7	0.4			0.448
	2005-08-02	57.7	204.7	0.57	0.28		3.24	-0.36	0.9	0.1			0.396
	2005-08-03	78.5	228.8	0.71	0.34		3.29	-0.72	0.5	0.7			0.426
	2005-08-02	95.2	228.0	0.83	0.42		3.39	-0.28	1.0	0.1			0.572
	2006-07-13	147.2	260.1	1.10	0.57		3.64	-0.12	1.0	0.0			0.488
	2005-07-12	174.6	306.5	0.99	0.57		3.57	0.00	1.0	0.0			0.666
	2006-07-19	219.7	292.5	1.19	0.75		3.95	0.00	0.8	0.2			0.543
	2006-07-19	299.9	305.5	1.59	0.98		3.99	-0.02	0.9	0.2			0.684
Yeoju	2004-09-08	260.0	641.8	0.64	0.41	1.87	4.52	-0.12	1.0	0.2	0.71	50.2	0.760
	2004-09-14	817.1	1065.5	1.44	0.77		7.47	-0.60	1.0	0.0			0.595
	2004-09-14	794.6	1072.0	1.33	0.74		8.02	-0.98	1.0	0.0			0.622
	2006-07-13	2,475.2	1887.0	2.34	1.31		10.50	-3.50	1.0	1.0	0.45	22.7	0.792
	2006-07-13	2,518.3	1790.2	2.24	1.41		9.75	-3.20	1.0	1.0	0.80	20.8	0.763
	2006-07-20	5,342.8	2817.8	2.92	1.90		9.36	-1.87	1.0	0.8	0.41	44.5	0.778
Gangchon	2005-04-19	259.8	385.6	0.87	0.67	2.93	3.42	-0.04	0.2	0.6			0.581
	2005-04-19	258.4	384.5	0.98	0.67		3.27	-0.24	0.6	0.5	-0.01	64.2	0.733
Cheongpyeong	2005-04-12	215.6	1264.5	0.50	0.17	1.91	7.07	-1.76	1.0	1.0			0.531
Paldang	2005-07-08	1,313.9	1342.4	1.75	0.98	1.91	4.32	-0.32	0.9	0.2	0.01	137.0	0.753
Nakdong	2006-07-12	1,278.0	1220.9	1.49	1.05	3.87	4.72	-0.12	0.5	0.5	-0.35	86.9	0.826
Gongju	2004-10-25	57.2	214.7	0.50	0.27	1.91	2.69	-0.48	1.0	1.0	-0.12	37.3	0.808

대유속을 정점으로 하는 단조증가함수인 확률론적 유속 분포로서 $\xi-\eta$ 좌표계를 이용하고 있으므로 고유속 구역이 여러 곳에서 나타나는 단면에는 적용하기에는 한계가 있는 것으로 파악된다.

5.2 매개변수 h 와 β_i 의 특성 분석

Chiu의 식을 이용하여 미측정 단면의 유속분포와 유량을 산정하기 위해서는 매개변수가 적절히 추정되어야 하는데, 이를 위해서는 매개변수가 갖는 경향성을 발견하는 것이 중요하다. 본 연구에서는 매개변수의 특성을 분석할 때 Eq. (9)에 의해 최적화된 조건에서 모의 유속분포와 실측 유속분포의 상관관계수가 0.7 이상인 자료 중 14건만을 이용하였다. 여기에는 두 가지 이유가 있다. 하나는 상관관계수가 0.7 이상인 자료만을 사용할 경우 실측 자료와 유속분포 개형이 다소 큰 차이가 나타나는 대수보 지점의 자료를 제외시킴과 동시에 실측 자료와의 유속분포가 잘 합치되는 자료만을 포함시킬 수 있기 때문이다. 다른 하나는 ADCP 실측 자료가 순간유속을 반영하여 튀는 값이 군데군데 포함되므로 모의 유속분포와 전반적인 경향성이 일치할 경우에도 상관관계수가 매우 높게 나타날 수 없기 때문이다.

실측 자료를 이용한 최적화 결과 나타난 매개변수들의 특성을 살펴보면 다음과 같다. 매개변수 h 는 최대유속 지점의 수직적 위치를 나타내며 단면의 최대수심(d_{max})과 가장 관련이 큰 것으로 조사되었다(Fig. 6). 즉 최대수심이 커질수록 h 의 값이 작아지며, 이는 최대유속 지점이 수면 아래로 내려가는 경향이 있음을 의미한다.

Fig. 6. d_{max} - h relationship

등유속선의 형상을 조절하는 매개변수 β_i 의 경우 일반적으로 넓고 얇은 단면에서는 0에 가까운 값을 나타

내고 이때 등유속선의 형상은 하폭 방향으로 길게 늘어져 누운 형태를 취한다. 반면, 수심이 깊고 좁은 단면에서는 1에 가까운 값을 나타내고 등유속선들은 연직선에 가까워지는 형상을 가지며 횡방향 유속 경사가 커진다. 그런데, β_i 는 최대유속축을 기준으로 좌측 단면과 우측 단면에서 별도로 계산하므로 β_L 과 β_R 로 구별하였다.

매개변수 β_i 의 특성은 두 가지 방법으로 분석하였다. 왜냐하면 미측정 단면에 대해 β_i 값을 예측하고자 할 때, 어느 한 가지 방법만으로는 결정할 수 없기 때문이다. 첫 번째 방법은 자료에 대해 최적화된 β_i 값을 유형별로 분류하여 그 특성을 분석하는 것으로 아래 네 가지 유형으로 구분된다.

i. $\beta_L, \beta_R < 1$ 인 경우 : 모두 4건의 자료가 해당된다. 이중 강촌, 팔당대교, 낙동 등은 하폭수심비가 크고 비교적 대칭적인 단면을 가지고 있는 경우로 볼 수 있다.

ii. $\beta_L = 1, \beta_R < 1$ 인 경우 : 여기에 속하는 자료는 여주 지점의 자료 2건이다. 그 특징은 좌측 단면적이 큰 비대칭 단면을 가지고 있으면서 좌측에 유속이 느린 구역이 있는 경우이다. 특히 여주 지점에서 측정된 2004-09-08 자료는 좌안의 정체수역으로 인해 횡방향 유속 경사가 크게 나타난다.

iii. $\beta_L < 1, \beta_R = 1$ 인 경우 : 괴산댐 자료 5건이 포함된다. 괴산댐 자료의 경우 우안의 단면적이 크고 우안 부근에 저유속 구역이 형성되어 있어 횡방향 유속 경사가 크게 나타난다.

iv. $\beta_L, \beta_R = 1$ 인 경우 : 여주 지점의 자료 2건과 공주 지점의 자료가 해당된다. 여주 지점 자료의 경우 등유속선이 연직선과 유사하고 횡방향 유속 경사가 크며, 공주 지점 역시 좌우 단면 모두에서 횡방향 유속 경사가 큰 것으로 파악된다.

두 번째 방법은 계량적인 관계가 수립될 수 있는 변수의 조합을 찾아 β_i 값을 설명하는 것이다. 이를 위해 다른 변수들과 매개변수 β_i 의 관계를 검토한 결과, Eq. (10)과 Eq. (11)에 의해 각각 계산되는 좌우면적비(R_{area})와 하폭수심비(R_{wd})가 포함된 다중회귀식이 $\beta_L - \beta_R$ 과 가장 높은 상관관계가 있는 것으로 나타났다(Fig. 7). 하도의 단면 형상을 반영하는 이러한 결과는 β_i 에 관한 유형 분석 결과와도 일맥상통한다.

$$R_{area} = \begin{cases} \frac{A_L}{A_R} - 1 & (\text{if } A_L \geq A_R) \\ 1 - \frac{A_R}{A_L} & (\text{if } A_R > A_L) \end{cases} \quad (10)$$

$$R_{wd} = \frac{w^2}{A} \quad (11)$$

Fig. 7. Relationship between R_{area} and R_{wd} , and $\beta_L - \beta_R$

5.3 Chiu의 2차원 유속분포에 대한 검증

매개변수 h , β_i 이 갖는 특성을 분석한 후 미측정 단면에 적용하기 위해 수립한 관계식은 Eq. (12)와 식 (13)과 같다.

$$h = -0.369d_{max} + 0.897 \quad (12)$$

$$\beta_L - \beta_R = 0.889R_{area} + 0.0105R_{wd} - 0.685 \quad (13)$$

β_i 의 경우 Eq. (13)은 β_L 과 β_R 값을 각각 제공해 주지 못하므로 먼저 $\beta_L - \beta_R$ 을 계산한 후 β_i 의 유형별 특성을 참고하여 β_L 값과 β_R 값을 결정하였다.

검증 자료는 팔당대교 지점 측정 자료($Q=607\text{m}^3/\text{s}$)와 충주조정지 하류의 측정 자료($Q=351\text{m}^3/\text{s}$)로서 본 연구의 앞선 모든 단계에서 사용된 적이 없으므로 미측정 자료로 간주할 수 있다. 팔당대교 지점은 수심이 얕고 하폭이 넓으며, 대칭적인 단면을 갖고 있는 반면, 충주조정지 하류 지점은 우안이 깊고 비대칭적인 단면을 갖고 있으므로 이 둘을 모두 적용할 경우 상반된 단면 형상에 대한 적용성을 평가할 수 있기 때문에 두 지점을 선정하였다.

두 지점의 검증 자료에 입력된 매개변수는 Table 4와 같다. M 값은 Table 2에서 모든 지점에 공히 사용할 수 있는 값인 1.905를 채택하였으며, h 의 경우 Eq. (12)에 의해 계산된 값이 적용되었다. β_i 의 경우 산정된 $\beta_L - \beta_R$ 값이 각각 1, -1을 초과하므로 β_i 의 범위를 0~1로 한정하고 유형별 특성을 고려하여 결정하였다.

추정된 매개변수를 적용할 경우 모의 유속분포와 실측 유속분포는 Fig. 8, Fig. 9와 같다. 두 지점 모두에서 모의된 유속분포가 실측 자료를 비교적 잘 재현하는 것으로 나타났다.

5.4 유량 비교

마지막으로 Chiu의 유속분포식에 의해 계산한 유량과 실측 유량을 비교하였다. 유량 비교는 매개변수 추정에 활용되지 않은 자료를 이용하였다. 즉 유속분포 검증을 위한 자료 2건 외에 한강대교, 섬강, 낙동강 구미 지점에서 측정한 성과를 활용하였다(Table 5). 다섯 지점의 자료 모두 측정값에 비해 $\pm 7\%$ 정도의 차이를 나타내고 있어 대체로 비슷하게 유량을 산정하는 것으로 나타났다.

Table 4. Data of ungauged sites for verification and applied parameters

Site	Q(cms)	M	R_{area}	R_{wd}	h	$\beta_L - \beta_R$	β_L	β_R	R
Paldang	607.0	1.905	0.140	165.0	-0.51	1.172	1.0	0.0	0.7341
Chungju	351.3	1.905	-1.470	35.2	-1.80	-1.622	0.0	1.0	0.6219

Table 5. Discharge comparison

Site	Measured $Q(\text{m}^3/\text{s})$	Simulated $Q(\text{m}^3/\text{s})$	Difference (%)
Paldang	607.0	568.8	-6.3
Chungju	351.3	366.3	4.3
Hangang	785.0	730.8	-6.9
Sumgang	7.1	6.6	-6.1
Gumi	56.7	58.8	3.6

Fig. 8. Simulated(left) and observed(right) velocity distribution for Paldang data (2005/04/13)

Fig. 9. Simulated(left) and observed(right) velocity distribution for Chungju data (2005/08/25)

6. 요약 및 결론

본 연구에서는 2차원 유속분포를 모의할 수 있는 Chiu의 엔트로피 유속분포식을 불규칙한 단면을 가진 자연하천에 적용하였으며 그 결과를 ADCP 실측 자료와 비교 분석하였다. 연구 결과를 요약하면 다음과 같다.

8개 지점의 53개 실측 자료를 이용하여 최대유속과 평균유속을 계산하고 단순 선형회귀분석을 통해 지점별로 $\phi(M)$ 와 매개변수 M 을 산정하였다. $\phi(M)$ 값과 매개변수 M 값은 지점에 따라 다르게 나타났으며, 이는 현장 상황과 흐름 조건을 고려하면 각 지점이 갖고 있는 상이한 수리지형학적 특성에 기인하는 것으로 파악되었다.

등유속선 형상 매개변수 중 h 와 β_i 를 추정하기 위해 오차의 최소자승합 목적함수를 이용하여 실측 자료와 비교하는 최적화를 실시하였다. 최적화된 매개변수를 입력할 경우, 대수보 자료를 제외하면 모의된 유속 분포는 실측 유속분포와 대체로 잘 일치하는 것으로 나타났다.

실측 자료와의 상관계수가 0.7 이상인 14개 자료를 통해 매개변수 h 와 β_i 의 특성을 분석한 결과 h 는 최대수심과 관계가 있고, β_i 는 좌우면적비, 하폭수심비와 관련이 있다는 것을 밝혀내었다. 이 관계를 이용하여 미측정 자료에 대해 매개변수를 추정하여 적용한 결과 비교적 실측 유속분포를 잘 재현하는 것으로 나타났다.

엔트로피 유속분포식에 의해 계산된 유량은 실측 유량과 약 7% 정도의 오차를 나타내고 있어 대체로 일치

하는 것으로 나타났다.

본 연구의 결과, 매개변수를 적절히 추정할 경우 엔트로피 유속분포식은 실측 유속분포를 대체로 잘 모의하는 것으로 나타났으며, 유량도 비교적 정확하게 산정하는 것으로 나타났다. 다만 본 연구에서는 주로 평수 내지는 홍수시의 측정 성과를 이용하고 있으므로 유속이 느린 갈수시의 적용성을 검토하지 못하였다. 또한 만곡부나 소하천, 식생의 영향이 작용하는 하천 등 보다 다양한 흐름 특성을 갖는 지점에서의 적용에는 제약이 많은 것이 사실이다. 이는 자연하천에서 Chiu의 유속분포식이 2차원 유속분포와 유량 산정에 널리 효율적으로 활용되기 위해서는 향후 보다 많은 지점에 대한 적용이 필요하고 이를 통해 매개변수의 검보정이 이루어져야 함을 시사한다.

감사의 글

본 연구는 21세기 프론티어연구개발사업인 수자원의 지속적 확보기술개발사업단의 연구비지원(과제번호 2-1-3)과 서울대학교 공학연구소의 지원에 의해 수행되었습니다. 지원에 감사드립니다.

참고 문헌

- 김영성, 양재린, 추태호, 고익환, 김우구 (2001). “엔트로피를 이용한 유량측정기법의 국내하천에의 적용.” 2001년 대한토목학회 학술발표회 논문집, pp. 1-4
- 김창완, 이민호, 정상화, 민인홍 (2004). “초음파유량계를 이용한 실시간 하천유량측정.” 2004년 한국수자

원학회 학술발표회 논문집, CD-ROM

- 김치영, 김원, 이찬주, 김동구 (2006). “유속지수법을 이용한 자동유량측정.” **2006년 한국수자원학회 학술발표회 논문집, CD-ROM**
- 오제승, 김병식, 김형수, 서병하 (2005). “홍수량 추정을 위한 유량 산정 기법에 관한 연구.” **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제25권, 제3B호, pp. 207-213
- 이찬주, 김원, 김동구, 김치영 (2005). “ADCP를 이용한 유속과 유량 측정.” **한국수자원학회 논문집**, 한국수자원학회, 제38권, 제10호, pp. 811-824
- 추태호(2002). “엔트로피 개념에 의한 유량측정 기법 (II) - 표면유속을 중심으로-.” **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제22권, 제4B호, pp. 507-515
- Barua, D. K., Rahman, K. H. (1998). “Some aspects of turbulent flow structure in large alluvial rivers.” *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, Vol. 36, No. 2, pp. 235-252
- Chiu, C-L.(1987). “Entropy and probability concepts in Hydraulics.” *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 113, No. 5, pp. 583-599
- Chiu, C-L.(1988). “Entropy and 2-D velocity distribution in open channels.” *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 114, No. 10, pp. 738-756
- Chiu, C-L.(1989). “Velocity distribution in open channel flow.” *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 115, No. 5, pp. 576-594
- Chiu, C-L., Murray, D. W. (1992). “Variation of velocity distribution along nonuniform open-channel flow.” *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 118, No. 7, pp. 989-1001
- Chiu, C-L., Said, C. A. A. (1995). “Maximum and mean velocities and entropy in open-channel flow.” *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 121, No. 1, pp. 26-35
- Chiu, C-L., Tung, N-C. (2002). “Maximum velocity and regularities in open-channel flow.” *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 128, No. 4, pp. 390-398

- De Araujo, J. C., Chaudhry, F. H. (1998). “Experimental evaluation of 2-D entropy model for open-channel flow.” *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 124, No. 10, pp. 1064-1067
- DeGroot, M. H. (1975). *Probability and statistics*. Addison-Wesley Publishing Co., Reading, Massachusetts
- Dinehart, R. L., Burau, J. R. (2005). “Repeated surveys by acoustic Doppler current profiler for flow and sediment dynamics in a tidal river.” *Journal of Hydrology* 314, pp. 1-21
- Gonzalez-Castro, J., Ansar, M., Kellman, O. (2002). “Comparison of discharge estimates from ADCP transect data with estimates from fixed ADCP mean velocity data.” *Hydraulic Measurements & Experimental Methods*, ASCE-IAHR Joint Conference, Estes Park, CO(CD-ROM)
- Moramarco, T., Saltalippi, C., Singh, V. P. (2004). “Estimation of mean velocity in natural channels based on Chiu’s velocity distribution equation.” *Journal of Hydrologic Engineering*, ASCE, Vol. 9, No. 1, pp. 42-50
- Mueller, D. S. (2002). “Field assessment of acoustic-doppler based discharge measurements.” *Hydraulic Measurements & Experimental Methods*, ASCE-IAHR Joint Conference, Estes Park, CO(CD-ROM)
- Mueller, D. S. (2005). “Status report on bottom-tracking ADCPs and ADPs.” *USGS OSW Presentation Material*
- Simpson, M. R. (2001). *Discharge measurements using a broad-band acoustic doppler current profiler*, US Geological Survey Open-File Report 01-1
- Spain, P. (2003). *Optimizing your ADCP setup, RDInstrument Technical Note: TN032*

(논문번호:07-115/접수:2007.10.27/심사완료:2007.11.22)