확장 칼만 필터를 활용한 Z-R 관계식의 매개변수 실시간 결정 Using Extended Kalman Filter for Real-time Decision of Parameters of Z-R Relationship

김 정 호* / 유 철 상**
Kim, Jungho / Yoo, Chulsang

Abstract

The study adopted extended Kalman filter technique in an effort to predict Z-R relationship parameter as a stable value in real-time. Toward this end, a parameter estimation model was established based on extended Kalman filter in consideration of non-linearity of Z-R relationship. A state-space model was established based on a study that was conducted by Adamowski and Muir (1989). Two parameters of Z-R relationship were set as state variables of the state-space model. As a result, a stable model where a divergence of Kalman gain and state variables are not generated was established. It is noteworthy that overestimated or underestimated parameters based on a conventional method were filtered and removed. As application of inappropriate parameters might cause physically unrealistic rain rate estimation, it can be more effective in terms of quantitative precipitation estimation. As a result of estimation on radar rainfall based on parameters predicted with the extended Kalman filter, the mean field bias correction factor turned out to be around 1.0 indicating that there was a minor difference from the gauge rain rate without the mean field bias correction. In addition, it turned out that it was possible to conduct more accurate estimation on radar rainfall compared to the conventional method.

Keywords : parameters of Z-R relationship, QPE, radar rain rate, extended Kalman filter

요 지

본 연구에서는 Z-R 관계식의 매개변수를 안정적인 값으로 실시간 예측하고자 확장 칼만 필터기법을 적용하였다. 이를 위해 Z-R 관계식의 비선형성을 고려하여 확장 칼만 필터로 매개변수 결정모형을 구축하였다. 상태-공간 모형은 Adamowski and Muir (1989)의 연구를 기반으로 구축하였다. 상태-공간 모형의 상태변수는 Z-R 관계식의 두 매개변수로 설정하였다. 결과적으로 칼만이득과 상태변수가 발산하지 않는 안정적인 모형을 구축하였다. 주목할 점으로는 기존 방법으로 추정된 과대 혹은 과소한 매개변수가 필터링 되어 일부 제거되었다는 것이다. 부적절한 매개변수의 적용은 물리적으로 비현실적인 강우강도 추정 결과를 불러일으키는 원인이기 때문에 이러한 결과는 정량적 강수량 추정측면에서 효과가 크다고 할 수 있다. 또한 확장 칼만 필터로 예측한 매개변수로 레이더 강우를 추정한 결과, 편의보정계수가 1.0에 근사하게 나타나 편의보정과정 없이도 지상 강우강도와 평균적인 차이는 근소한 것으로 나타났다. 또한 기존 방법으로 레이더 강우를 추정한 결과보다 전반적으로 정확도 높은 강우 추정이 가능한 것으로 나타났다.

핵심용어 : Z-R 관계식의 매개변수, 정량적 강수량 추정, 레이더 강우강도, 확장 칼만 필터

* 교신저자, 고려대학교 공과대학 건축사회환경공학부 박사 (e-mail: bbanz2@hanmail.net, Tel: 02-3290-3912)

Corresponding Author, Ph.D., School of Civil, Environmental and Architectural Engineering, College of Engineering, Korea Univ., Seoul 136-713, Korea

** 고려대학교 공과대학 건축사회환경공학부 교수 (e-mail: envchul@korea.ac.kr)

Prof., School of Civil, Environmental and Architectural Engineering, College of Engineering, Korea Univ., Seoul 136-713, Korea

1. 서 론

기상레이더의 도입으로 인하여 수문분야에는 많은 발전이 있었다(Habib et al., 2008). 고해상도(high resolution)의 연속형 자료인 레이더 강우의 활용이 가능하였기 때문이다(Legates, 2000). 수문분야에서 레이더 강우는 주로 홍수범람 및 돌발홍수 예측을 목적으로 분포형 강우-유출 모형의 입력자료로 이용되고 있다. 이러한 레이더 강우는 지상우량계로 관측된 강우보다 정량적 정확도는 상대적으로 떨어지나 광범위한 강우의 공간분포를 연속적으로 고려할 수 있다. 따라서 관측 대상지역에 대한 제약이 적다(Michelson and Koistinen, 2000; Brown et al., 2001; Costa and Alpuim, 2010). 특히, 우리나라와 같이 복잡한 산악지역이 국토의 대부분을 차지하고, 국지성 집중호우의 발생이 잦은 경우에는 더욱 그러하다(Yoo et al., 2008). 물론, 강우추정기술이 보다 발전된다면 정확도가 향상된 레이더 강우자료의 생산도 가능할 것이다(Alfieri et al., 2010).

레이더 강우는 기상레이더로부터 송신된 전자파가 강수입자에 반사되어 되돌아온 신호세기인 반사도(reflectivity, Z)로부터 추정된다. 강수입자에 대한 반사도는 지상강우강도(ground rain rate, R)와의 관계를 일련의 멱함수(power function)로 표현한 Z-R 관계식($Z=AR^b$, 식에서 매개변수 A는 상수항, b는 지수항)을 이용하여 강우강도로 변환된다. 일반적으로 이 과정을 정량적 강수량 추정(Quantitative Precipitation Estimation, QPE)이라고 한다. 보통 Marshall and Palmer (1948)의 $Z=200R^{1.6}$ 을 사용하지만, 강수형태와 시공간에 따라 여러 가지 Z-R 관계식의 도출이 가능하다.

QPE 과정에서 무엇보다 중요한 것은 Z-R 관계식의 매개변수 추정이다(Krajewski and Smith, 2002). 이와 관련된 연구는 1900년대 중반부터 시작되었으며, 처음에는 강수의 입자직경분포(Drop Size Distribution, DSD)로부터 매개변수를 추정하였다(Marshall and Palmer, 1948; Twomey, 1952; Blanchard, 1953; Jones, 1956; Battan, 1973). 이 연구에서는 현업에서 활용하는 기상레이더보다는 DSD 관측 장비를 활용하였다. 또한 대상지역의 기후학적 조건, 강수유형, 그리고 호우사상별 특성을 대표할 수 있는 Z-R 관계식의 매개변수 A와 b를 DSD의 물리적인 모멘트 개념으로부터 추정하였다.

이후 기상레이더 자료의 수집과 공급이 원활해지면서 레이더 반사도와 지상강우 자료의 쌍(pair)을 이용한 Z-R 관계식의 매개변수 추정방법들이 연구되었다. 대표적으로 Harter (1990)는 반사도(Z, mm^6/m^3)와 지상강우강도

(mm/hr)에 대수를 취해 최소자승법으로 Z-R 관계식의 매개변수를 추정하였으며, Rosenfeld et al. (1994)은 반사도와 지상강우강도의 누적분포함수를 대응시켜 Z-R 관계식의 매개변수를 추정하는 확률대응법(Probability Matching Method, PMM)을 제안하기도 하였다.

2000년대에 들어서는 DSD의 변동성에서 기인된 레이더 강우의 정량적 오차에 대한 연구가 진행되었다. 이는 DSD에 상응하는 매개변수 A와 b의 변동성이 QPE 과정에서 오차를 유발하기 때문이다. 대표적인 연구로 Steiner and Smith (2000)은 DSD의 변동성을 검토하기 위해 호우사상별로 매개변수를 추정하였다. 결과적으로 호우사상별로 추정된 매개변수간의 차이가 극명하였으며 특히, 매개변수 A의 민감도가 상당한 것을 발견하였다. Uijlenhoet et al. (2003)은 동일한 호우 시스템 내에서도 Z-R 관계식의 매개변수가 다양하게 추정될 수 있음을 확인하였으며, 단일 Z-R 관계식의 적용을 정량적 강수량 추정에 오차를 유발시키는 원인으로 언급하였다. 이러한 연구결과는 실제로 강우의 성질이 시간에 따라 변화하기도 하고, 때로는 대류형(convective)과 층상형(stratiform)이 공존한다는 측면에서 당연하다. 또한 하나의 강우 시스템 내에서도 시간에 따라 DSD가 변하며, 지상으로 낙하하는 도중에 강수입자가 증발하거나 서로 충돌하여 변하기도 한다(Rendon et al., 2011; 2012; Jung et al., 2005). 이러한 관점에서 최근 몇몇 연구에서는 QPE 과정에서 발생하는 레이더 강우의 추정오차를 줄이기 위해 Z-R 관계식의 매개변수를 실시간으로 추정 및 보정하였다.

먼저 국내의 경우, Jung et al. (2005)은 현업보정방법을 이용하여 Z-R 관계식의 매개변수를 실시간으로 보정하였다. 현업보정은 일본 건설성에서 운영 중인 레이더 시스템을 위해 Kotarou et al. (1995)이 제시한 방법으로 매개변수 A의 보정을 위해 레이더 강우의 편의보정계수를 이용한다. 국외의 경우, Henschke et al. (2009)은 1시간에서부터 24시간까지의 시간 해상도(temporal resolution)를 고려하여 Z-R 관계식의 매개변수를 실시간으로 추정하였다. Rendon et al. (2011; 2012)은 Z-R 관계식의 매개변수 b를 상수로 적용하는 한편, 매개변수 A를 실시간으로 선 보정(pre-calibration)하였다. 이 연구는 레이더 강우의 편의(mean field bias)를 이용하여 매개변수 A를 보정하였다는 측면에서 Jung et al. (2005)과 매우 유사하다. 또한 이들 연구는 매개변수 중 민감도가 상대적으로 큰 상수항 A만을 대상으로 하고 있어 Z-R 관계식의 매개변수를 최적으로 추정하였다고 보기는 어렵다.

이에 본 연구에서는 Z-R 관계식의 매개변수 A와 b를

안정적인 값으로 실시간 예측하고자 확장 칼만 필터(Extended Kalman Filter, EKF)기법을 적용하였다. 칼만 필터기법은 수문학과 레이더 강우추정 분야에서 각각 하천유량과 레이더 강우의 편의보정계수를 실시간 추정 및 예측 목적으로 주로 적용되었다(Puente and Bras, 1987; Lin and Krajewski, 1989; Smith and Krajewski, 1991; Lee and Singh, 1998; Seo and Gang, 1985; Yoo et al., 2011). 이는 칼만 필터기법의 실시간 적용성능과 적절한 상태-공간 모형의 구축을 통해 다 수의 상태추정치들 동시에 추정할 수 있다는 장점 때문이다. 특히, Z-R 관계식의 매개변수와 같이 두 개 이상의 상태변수의 추정과 예측이 요구되는 문제에 적합하다. 아울러 Z-R 관계식의 비선형성을 고려하기 위해 칼만 필터기법 중 비선형성을 고려할 수 있는 확장 칼만 필터를 선정하였다.

본 논문의 구성은 크게 두 가지로 구분할 수 있다. 먼저, Z-R 관계식과 확장 칼만 필터를 결합한 Z-R 관계식의 매개변수 실시간 예측모형 구축이다. Z-R 관계식에 대한 상태-공간모형 구축과 칼만 필터링 과정에 필요한 초기치 결정, 오차의 공분산 결정이 이 부분에 속한다. 여기서, 상태-공간모형의 구축은 Adamowski and Muir (1989)의 연구를 기반으로 수행하였다. 다음으로 Z-R 관계식의 매개변수 예측모형의 실시간 적용이다. 대상 레이더 지점으로 구덕산을 선정하였으며, 다양한 호우사상의 적용을 통하여 모형의 적용성능을 검토하였다.

2. 배경이론

2.1 Z-R 관계식

레이더는 목표물에 반사되어 오는 신호를 분석하여 반사도 값(dBZ)으로 저장하는데, 이를 위험기상 등에 활용하기 위해서는 강수량(mm/hr)으로 산출하는 과정이 필요하다. 흔히, 이 과정을 레이더의 정량적 강수량 추정이라고 한다. 정량적 강수량 추정과정에서는 레이더 반사도와 실제 강수량을 이용한 실험과 통계자료를 기반으로 경험적인 강수량 추정식을 만들어 사용하고 있다. 보통 Z(레이더 반사도)-R(강수량) 관계식이라 부르는데, 여러 학자들에 의해 개발된 강수량 추정식을 사용하고 있다. 일반적으로, Marshall and Palmer가 1948년에 제안한 $Z=200R^{1.6}$ 을 사용하지만, 강수의 형태에 따라 여러 가지 관계식이 도출되어 있다. 실제로 Z-R 관계식은 정량적 강수량 추정과정에서 레이더 강우의 품질을 결정하는 중요한 요소이다.

Z-R 관계식은 매개변수 A와 b로 표현된 멱함수이다. 레이더 반사도(reflectivity, Z)는 강수입자에 부딪혀 되돌

아오는 전파세기를 나타낸다. 반사도의 단위는 mm^6/m^3 이며, 통상 Eq. (1)을 이용하여 dBZ로 표현하기도 한다(Bringi and Chandrasekar, 2001).

$$Z_h(\text{dBZ}) = 10 \log_{10}(Z) \quad (1)$$

여기서,
$$Z = \int_D D^6 N(D) dD \quad (2)$$

이 식에서 Z는 반사도(mm^6/m^3), D는 강수입자의 직경(mm), $N(D) dD$ 는 1 m^3 당 D에서 $D+dD$ 까지 크기의 직경(mm)을 갖는 강수입자분포를 의미한다. 위 식과 같이 레이더 반사도와 강우강도 사이에 공통적인 관계를 이용하여 레이더 반사도 인자로부터 강우량을 추정할 수 있다(Bringi and Chandrasekar, 2001).

일반적인 레이더 반사도와 강우강도의 관계는 Z-R 관계라 하며, 다음과 같다.

$$Z = AR^b \quad (3)$$

여기서, Z는 레이더 반사도 인자이며, R은 지상의 강우강도(mm/hr) 그리고 A와 b는 Z-R 관계식의 매개변수로써 다양한 매개변수 추정방법으로 결정할 수 있다.

2.2 확장 칼만 필터(Extended Kalman Filter, DKF)

2.2.1 칼만 필터(Kalman Filter, KF)

Kalman (1960)이 제안한 칼만 필터기법은 시계열 자료를 이용한 필터링(filtering) 기법이다. 이 기법은 k시점의 상태를 추정하기 위해 k-1시점까지의 자료를 이용하여 각 추정시점마다 연속적으로 최적의 예측을 추구하는(optimal sequential estimator) 특성이 있다. 또한, 시간 영역에서 모형을 형성함으로써 수학적으로 다루기 쉽다는 장점이 있어 관측자료에 대한 실시간 보정 및 예측 방법으로 많이 활용되고 있다(Park, 1993; Jang, 2002).

칼만 필터 기법은 기본적으로 상태-공간 모형(state-space model)을 기반으로 한다. 여기서, 상태-공간 모형은 상태-공간을 시스템 방정식(system equation)과 관측 방정식(measurement equation)으로 구분하여 구성한 모형을 의미한다(Box and Jenkins, 1976). 만일 시계열 모형이 주어진다면 적절한 방법으로 그에 상응하는 상태-공간 모형이 구성되어야 한다. 먼저, 시스템 방정식은 시간 k에서 상태벡터(state vector) x_k 를 이전 시점의 상태변수인 x_{k-1} 와 상태벡터의 백색잡음 w_k 로 표현되는 식을 말한다. 입력이 따로 고려되지 않는 시스템의 시스템 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x_k = \phi_k x_{k-1} + w_k, w_k \sim N(0, Q_k) \quad (4)$$

여기서, 하단 첨자 k 는 현재시점, $k-1$ 은 이전의 시점을 각각 나타내며, x_k 는 k 시점의 상태벡터이다. ϕ_k 는 $k-1$ 시점의 상태벡터를 k 시점의 상태벡터로 전이시키는 상태 전이 행렬을 의미한다. w_k 는 상태벡터의 불확실성(uncertainty)에 의해 야기되는 상태벡터의 오차로서 일반적으로 평균이 0이고, 공분산이 Q_k 인 정규분포를 따른다고 가정한다.

시스템의 실시간 적용문제에서 상태벡터 x_k 는 관측에 의해서 추정되기 때문에 직접적으로 구하는 것은 불가능하다. 따라서 관측치를 적용할 수 있는 관측 방정식을 이용한다. 관측 방정식은 관측치에 대한 표현으로 시간 k 에서의 상태벡터 x_k 에 관측치에 대한 백색잡음 v_k 를 고려한 선형결합형태로 다음과 같다(Kalman, 1960).

$$y_k = H_k x_k + v_k, v_k \sim N(0, R_k) \quad (5)$$

여기서, y_k 는 관측벡터이며, v_k 은 관측 오차벡터로서 평균이 0이며 공분산이 R_k 인 정규분포로 가정한다. H_k 는 상태벡터 x_k 를 관측벡터 y_k 로 전이시키는 관측 전이행렬이다. 상태벡터와 관측벡터의 편의가 없을 경우 H_k 는 단위행렬 I 로 나타낼 수 있다.

칼만 필터기법의 기본 개념은 예측치(혹은 모의치)와 관측치가 가지고 있는 오차정보를 이용하여 상태변수를 추정하는데 있다. 즉, 관측치가 실시간으로 수집될 경우 예측치와 관측치의 불확실성 규모를 비교하여 상태변수를 갱신하고 이 값은 다음 계산시간의 예측치를 산정하는 초기값이 된다(Bae et al., 2009).

이때 예측치와 관측치의 불확실성을 나타내는 인자인 시스템 오차의 공분산(Q_k)과 관측오차의 공분산(R_k)을 적용하게 된다. 시스템 오차의 공분산과 관측오차의 공분산은 상태-공간 모형을 이루는 시스템과 관측 방정식에 포함된 오차에 대한 공분산을 의미한다. 시스템 오차는 시계열 또는 특정 목적으로 개발된 모형에 대한 매개변수와 입력자료에 대한 불확실성에서 비롯된 오차를 말한다. 오차의 특성은 평균이 0이고, 분산이 Q_k 인 정규분포로 가정한다. 관측오차도 이와 비슷하다. 관측오차는 관측치에 포함된 불확실성 정도를 정량적으로 나타내는 인자로써 평균이 0이고 분산이 R_k 인 정규분포로 가정한다. 또한 이 두 오차는 상호 독립적인 것으로 한다.

상태-공간 모형의 구축이 완료되면 칼만 필터 방정식에 대입하여 칼만 필터링을 단계별로 수행할 수 있다. 칼만 필터링은 초기조건 설정을 시작으로 상태 예측치, 상태 예측치 오차 공분산, 상태 추정치 갱신, 상태 추정치 오

차 공분산 갱신을 매 시점별로 순환하며 산정하는 알고리즘을 가지고 있다(Kalman, 1960; Gelb, 1974). 칼만 필터링 알고리즘에 따른 칼만 필터 방정식은 다음과 같다.

상태예측치(state estimate prediction):

$$\hat{x}_k(-) = \phi_{k-1} \hat{x}_{k-1}(+) \quad (6)$$

상태예측오차 공분산(state estimate error covariance prediction):

$$P_k(-) = A_{k-1} P_{k-1}(+) A_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (7)$$

칼만이득(Kalman gain):

$$K_k = P_k(-) H_k^T [H_k P_k(-) H_k^T + R_k]^{-1} \quad (8)$$

상태추정치 갱신(state estimate update):

$$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + K_k [z_k - H_k \hat{x}_k(-)] = \hat{x}_k(-) + K_k v_k \quad (9)$$

상태추정오차 공분산 갱신 (state estimate error covariance update):

$$P_k(+) = (I - K_k H_k) P_k(-) \quad (10)$$

칼만 필터링에서 주목해야 할 인자로 칼만이득(Kalman gain)을 꼽을 수 있다. 칼만이득은 실제 동적모형의 상태 예측치와 관측치의 영향력을 결정하는 가중치로서 자료 동화 결과에 큰 영향을 미친다. 칼만이득 K_k 은 Eq. (8)과 같이 상태예측오차의 공분산 $P_k(-)$ 와 관측오차 v_k 의 공분산 R_k 의 변화와 연관되어 있다. 그리고 상태예측오차의 공분산 $P_k(-)$ 은 시스템오차 w_k 의 공분산 Q_k 에 의해 규모가 결정된다. 여기서, 상대적으로 큰 시스템오차의 공분산 Q_k 은 시스템에 작용하는 오차(잡음)의 정도가 큼을 의미하며, 상태예측오차의 공분산 $P_k(-)$ 을 증가시켜 결국, 칼만이득이 1.0에 가까운 수치로 도출되도록 작용한다. 이와 반대로 관측오차의 공분산 R_k 은 관측치에 대한 오차의 정도를 의미하며, R_k 가 Q_k 보다 상대적으로 큰 경우 관측치의 불확실성 정도가 모의치의 불확실성보다 큼을 의미한다. 따라서 이러한 경우 칼만이득은 0.0에 가까운 수치로 도출되게 된다.

2.2.2 확장 칼만 필터

시스템이 비선형일 경우, 비선형성을 고려한 적용 기법이 필요하다. Schmidt (1970)는 칼만 필터를 보완하고자 적용 대상을 비선형으로 확장한 확장 칼만 필터를 제안하였다. 확장 칼만 필터는 비선형 시스템을 선형화하여 칼만 필터에 적용한 것으로서 선형으로 근사화된 시스템에

대하여 칼만 필터의 특성을 이어 받았다는 장점과 다른 비선형 필터에 비하여 연산속도가 빠르다는 장점을 지닌다(Kim, 1999; Dan, 2006). 비선형 시스템에 대한 일반적인 상태-공간모형은 아래와 같다.

$$x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_k, w_k \sim N(0, Q_k) \quad (11)$$

$$y_k = h(x_{k-1}) + v_k, v_k \sim N(0, R_k) \quad (12)$$

위 식의 $f(x_{k-1}, u_{k-1})$ 과 $h(x_{k-1})$ 은 비선형 함수이기 때문에 이에 대한 선형화가 필요하다. 대부분의 연구에서는 선형화 방법으로 자코비안 행렬(Jacobian matrix)을 이용한다. 자코비안 행렬은 해당 모형이 편미분 가능한 형태의 함수로 정의되었을 경우 그 적용성이 높다. 비선형 함수를 자코비안 행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$F_k = \begin{pmatrix} \frac{\partial f(x)}{\partial x} \Big|_{x=\hat{x}_k} & \frac{\partial f(x)}{\partial u} \Big|_{x=\hat{x}_k} \\ \frac{\partial f(u)}{\partial x} \Big|_{x=\hat{x}_k} & \frac{\partial f(u)}{\partial u} \Big|_{x=\hat{x}_k} \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$H_k = \left(\frac{\partial h(x)}{\partial x} \Big|_{x=\hat{x}_k} \right) \quad (14)$$

위의 Eqs. (13) and (14)는 각각 시스템 방정식과 관측 방정식에 대한 선형화를 나타낸 것이다. 시스템 방정식에 대한 자코비안 행렬은 상태 예측치, 입력자료, 오차항에 대한 편미분을 통해 구성할 수 있으며, 관측 방정식의 경우는 관측치와 오차항에 대해 정리할 수 있다. 자코비안 행렬

의 크기는 상태변수와 편미분항의 개수에 의해 결정된다.

칼만 필터와 확장 칼만 필터의 기본이론은 동일하며, 확장 칼만 필터의 선형화 과정으로 인한 시스템 방정식에 차이가 있다. 여기서 선형화 과정은 입·출력자료를 선형화하여 칼만 필터링에 비선형 시스템을 적용가능 하도록 하는 공정과정이다. 선형화 결과는 보통 F_k (또는 H_k)로 표현된다. 칼만 필터와 확장 칼만 필터의 알고리즘을 비교·정리하면 Table 1과 같다. 먼저, 두 자료동화기법의 상이한 시스템 방정식을 확인할 수 있다. 칼만 필터의 경우 선형 시스템의 적용만이 가능하여 선형화 과정이 필요 없는 형태의 선형 시스템 방정식으로 나타낼 수 있다. 확장 칼만 필터의 경우 적용 가능한 시스템이 비선형이므로 비선형 형태의 시스템 방정식으로 표현한다. 이처럼 이 두 자료동화기법의 시스템 방정식은 시스템의 선형성 혹은 비선형성에 따라 방정식의 형태를 다르게 표현한다. 관측방정식 또한 이와 동일하다.

다음으로 상태예측오차 공분산을 산정하는 과정이 있다. 확장 칼만 필터의 경우는 칼만 필터 방법과는 달리 시스템 방정식의 선형화 과정(F_k) 후에 상태예측오차의 공분산이 계산되어진다. 선형화 과정의 적용은 상태 예측오차 공분산 산정에 직접적인 영향을 주며, 반복적인 칼만 필터의 순환과정을 통해 칼만 필터 알고리즘에 영향을 미친다. 이후 필터의 예측오차, 칼만이득, 상태 추정치 갱신, 상태 및 상태 추정오차 공분산 갱신은 Table 1에서와 같이 칼만 필터와 확장 칼만 필터가 동일한 과정을 반복하는 구조로 되어있다.

Table 1. Comparison of the Kalman Filter and Extended Kalman Filter Algorithm

Linear / Non-linear		State-space model	
Equations		Linear system	Non-linear system
System		$x_k = \phi_{k-1}x_{k-1} + w_k$ $w_k \sim N(0, Q_k)$	$x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_k$ $w_k \sim N(0, Q_k)$
Measurement		$y_k = H_k x_k + v_k$ $v_k \sim N(0, R_k)$	$y_k = h_k(x_k) + v_k$ $v_k \sim N(0, R_k)$
Linearization		-	$F_k = \frac{\partial f}{\partial x} \Big _{x=\hat{x}_k(+)} + \frac{\partial f}{\partial u} \Big _{x=\hat{x}_k(+)}$ $H_k = \frac{\partial h}{\partial x} \Big _{x=\hat{x}_k(+)}$
KF/EKF		Kalman filtering algorithm	Extended Kalman filtering algorithm
0	Initial values	$\hat{x}_0, P_0, R_0, Q_0$	$\hat{x}_0, P_0, R_0, Q_0$
1	$\hat{x}_k(-)$	$\hat{x}_k(-) = \phi_{k-1}\hat{x}_{k-1}(+)$	$\hat{x}_k(-) = f(\hat{x}_{k-1}(+), u_{k-1})$
2	$P_k(-)$	$P_k(-) = \phi_{k-1}P_{k-1}(+)\phi_{k-1}^T + Q_{k-1}$	$P_k(-) = F_{k-1}P_{k-1}(+)F_{k-1}^T + Q_{k-1}$
3	K_k	$K_k = P_k(-)H_k^T [H_k P_k(-)H_k^T + R_k]^{-1}$	
4	$\hat{x}_k(+)$	$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + K_k[y_k - H_k\hat{x}_k(-)] = \hat{x}_k(-) + K_k v_k$	
5	$P_k(+)$	$P_k(+) = (I - K_k H_k)P_k(-)$	

3. Z-R 관계식의 상태-공간 모형 구축

3.1 상태-공간 모형(state-space model)

Z-R 관계식의 상태-공간 모형 구축을 위해 Adamowski and Muir (1989)를 참고하였다. Adamowski and Muir (1989)는 분포형 강우자료의 생성을 목적으로 Z-R 관계식의 상태-공간 모형을 구축하였다. 이 연구에서는 시스템 방정식의 상태변수가 무작위 오차(random error)를 제외한 다른 어떤 패턴도 따르지 않고 독립적으로 거동한다고 가정함으로써 무작위 행보 과정(random walk process)을 따르는 것으로 설정하였다. 관측 방정식은 Z-R 관계식에 대수를 취하여 유도하였다. 또한 선행연구에서 추정한 매개변수 A와 b를 이용하여 시스템 오차의 공분산을 결정한 반면에 관측오차의 공분산은 매 시점별로 갱신하였다.

본 연구에서 구축한 상태-공간 모형에 대한 상세한 내용은 다음과 같다. 먼저, Z-R 관계식의 일반적인 형태는 Eq. (15)와 같다.

$$Z = AR^b \quad (15)$$

여기서, Z는 레이더 반사도(mm^6/m^3), R은 지상 강우강도(mm/hr), A와 b는 매개변수이다.

레이더 반사도(Z)와 지상 강우강도(R)의 역함수 관계식의 양변에 대수(logarithm)를 취하면 Eq. (16)과 같이 $\log Z$ 에 대한 $\log A$ 와 $b \log R$ 의 관계를 선형적으로 나타낼 수 있다. 본 연구에서는 Eq. (16)에서 관측이 가능한 $\log Z$ 를 관측치로, $\log A$ 와 b는 상태변수로 설정하였다.

$$\log Z = \log A + b \log R \quad (16)$$

시스템 방정식은 무작위 행보(random walk)로 가정하였다. 이를 수식으로 표현하면 Eq. (17)과 같다.

$$x_k = x_{k-1} + w_{k-1}, w_{k-1} \sim N(0, \text{Cov}(Q)_k) \quad (17)$$

여기서, x_k 는 상태변수, w_k 는 시스템 오차로써, 평균이 0이고 공분산 $\text{Cov}(Q)$ 인 정규분포를 따른다고 가정한다.

Eq. (17)을 상태변수인 $\log A$ 와 b에 대한 행렬식으로 정리하면 Eq. (18)과 같다. 실제 칼만 필터링 과정에서 사용되는 형태는 Eq. (18)이다.

$$\begin{bmatrix} \log A \\ b \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \log A \\ b \end{bmatrix}_{k-1} + \begin{bmatrix} w_{\log A} \\ w_b \end{bmatrix}_{k-1}, \quad w_{k-1} \sim N(0, \text{Cov}(Q)_k) \quad (18)$$

여기서, $w_{\log A}$ 와 w_b 는 상태변수 $\log A$ 와 b 각각의 오차를 의미한다.

시스템 오차의 공분산에 대한 행렬식은 상태추정치 $\log A$ 의 분산 $\sigma_{\log A}$, b의 분산 σ_b , 그리고 $\log A$ 와 b의 공분산 $\sigma_{\log A, b}$ 로 구성되며, Eq. (19)와 같이 표현할 수 있다.

$$\text{Cov}(Q)_k = \begin{bmatrix} \sigma_{\log A}^2 & \sigma_{\log A, b}^2 \\ \sigma_{\log A, b}^2 & \sigma_b^2 \end{bmatrix}_k \quad (19)$$

다음으로 관측 방정식은 Eq. (16)으로부터 유도할 수 있다. 먼저, 관측방정식은 관측치 $\log Z$ 에 대한 상태변수 $\log A$ 와 b의 관계를 고려하여 Eq. (20)과 같이 표현된다. 여기서 $h(\log A, b)$ 는 상태변수 $\log A$ 와 b에 대한 함수로써 Eq. (21)로 나타낼 수 있다. 실제 칼만 필터링 과정에서 $h(\log A, b)$ 는 관측 방정식의 상태벡터를 관측벡터($\log Z$)로 전이시키기 위해 전이행렬 H_k 로 변환시켜야 한다. 일반적으로 전이행렬 유도는 자코비안 행렬을 이용한다.

$$y_k = \log Z = h(\log A, b)_k + v_k, \quad v_k \sim N(0, \text{Cov}(R)_k) \quad (20)$$

$$h(\log A, b)_k = \log A_k + b_k \log R_k \quad (21)$$

여기서, v_k 는 관측 오차항으로써 평균이 0이고, 분산이 $\text{Cov}(R)$ 인 정규분포 특성을 갖는다. $\log R_k$ 의 R_k 는 지상 우량계로 관측된 강우강도(mm/hr)를 의미한다.

자코비안 행렬은 관측 방정식의 함수를 상태 추정치로 편미분함으로써 나타낼 수 있다. Eq. (21)에 대한 자코비안 행렬의 변환과정은 Eq. (22)와 같다.

$$H_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial h(\log A, b)}{\partial \log A} & \frac{\partial h(\log A, b)}{\partial b} \end{bmatrix} = [1 \quad \log R] \quad (22)$$

최종적으로 유도된 관측 방정식은 전이행렬, 상태변수, 그리고 관측오차가 고려된 Eq. (23)이다. 아울러 관측 오차의 공분산은 Eq. (24)와 같이 반사도 $\log Z$ 에 대한 분산 $\sigma_{\log Z}^2$ 로 정의된다.

$$\log Z_k = [1 \quad \log R_k]_k \begin{bmatrix} \log A \\ b \end{bmatrix}_k + v_k, v_k \sim N(0, \text{Cov}(R)_k) \quad (23)$$

$$\text{Cov}(R)_k = E\{v_k v_k^T\} \approx \sigma_{\log Z}^2 \quad (24)$$

3.2 오차의 공분산과 초기치

칼만 필터링 과정에서 선행적으로 결정되어야 할 인자로 오차의 공분산과 초기치가 있다. 먼저, 시스템 오차의 공분산과 관측오차의 공분산은 성공적인 칼만 필터 결과와 직결되어 있다(Seo and Gang, 1985; O'Connell and Clarke, 1981; Hebson and Wood, 1985; Chou and Wang, 2004). 이와 더불어 오차의 공분산 결정은 칼만 필터의 적용에 있어서 가장 어려운 부분이기도 하다(Eigbe et al., 1998). 따라서

오차의 공분산 결정에 앞서 선행연구사례를 검토하였다.

먼저, 실시간 문제해결을 목적으로 적응형 알고리즘(adaptive algorithm)을 적용한 사례가 있다(Seo and Gang, 1985; Bolzern et al., 1980; Wang and Bai, 2008). 이 알고리즘은 Sage and Husa (1969)가 제안한 것으로써 과거와 현재시점의 상태변수의 불확실성을 고려하기 위해 현재시점에서의 오차의 공분산 결정에 과거시점에서 결정된 오차의 공분산을 함께 고려하였다. 다음으로 Wang et al. (1987)은 관측치와 모의치의 차를 오차로 정의하고, 이 두 값의 차이에 대한 잔차제곱의 평균을 시스템오차와 관측오차의 공분산으로 간주하였다. 이 연구에서는 관측오차의 공분산과 시스템 오차의 공분산을 동일하게 적용하였다. Francois et al. (2003)은 시스템 오차의 공분산 결정을 위해 참값에 가장 근사한 관측치를 활용하는 방법을 제시하였다. 이 연구에서는 오차의 공분산을 관측치의 변동성으로 정의하였으며, 따라서 시계열 관측자료에 대한 분산을 오차의 공분산으로 사용하였다.

선행연구들의 오차의 공분산 결정방법을 검토한 결과, 오차의 공분산 결정은 적용목적에 따라 방법이 상이하며, 실시간 적용목적일 경우 오차의 공분산 또한 매 시점 갱신하여 적용하였다. 이에 본 연구에서도 실시간 상태변수 추정을 목적으로 하는 만큼 오차의 공분산을 매 시점별로 갱신할 수 있는 형태로 설정하였다. 또한 참값을 알 수 없는 상황에서 이에 가장 근사한 관측치를 이용할 수 있는 방법을 강구하였다. 본 연구에서 적용한 시스템 오차의 공분산과 관측오차의 공분산 산정식은 Table 2에 정리하였다.

Table 2에서 k 는 해당 시점, n 은 사용된 자료의 개수, α_k 와 β_k 는 k 시점에서의 대상인자, σ_α^2 는 α 에 대한 분산, $\sigma_{\alpha,\beta}^2$ 는 α 와 β 에 대한 공분산을 의미한다. 아울러 시스템 오차의 공분산은 $\log A$ 와 b 의 예측치를 이용하여 매시간 갱신하였다. 각 오차의 공분산 산정결과의 변동성을 줄여 안정적으로 시스템을 갱신시키기 위해 현재시점과 과거시점 자료를 함께 사용하였다. 과거시점 자료는 10분 단위의 총 5개를 사용하였으며, 따라서 현재시점 자료를 포함한 총 6개의 레이더 반사도 자료와 지상 강우자료를 이용하였다.

확장 칼만 필터링 과정에 필요한 초기치는 상태변수 $\hat{x}_0$, 상태추정오차의 공분산 P_0 , 관측오차의 공분산 R_0 , 시스템 오차의 공분산 Q_0 등이다. 먼저, 일반적으로 많이 사용되는 Marshall-Palmer의 관계식의 매개변수를 상태변수의 초기치로 적용하였다. 다음으로 초기의 상태변수에 대한 불확실성(uncertainty)은 없는 것으로 가정하였으며, 따라서 상태추정오차의 공분산 초기치는 0으로 적용하였다.

4. 적용사례

4.1 적용자료

본 연구에서는 남해안에 위치한 구덕산 기상레이더를 대상으로 하였다. 구덕산 기상레이더는 2005년에 관측을 개시한 지점으로 S 밴드를 사용하여 감쇠영향이 상대적으로 작다는 장점을 가지고 있다. 안테나 설치고도는 546 m로 비교적 낮은 고도의 CAPPI (constant altitude plan position indicator) 반사도 추출에 용이하며, 100 km반경 내의 주변 지역 고도 또한 약 1,200 m 미만으로 빔 차폐(1.5 km CAPPI자료를 사용할 경우)도 없다. 구덕산 기상레이더의 위치, 유효반경(120 km) 내의 AWS 현황을 Fig. 1에 나타내었다.

레이더 자료는 품질관리(quality control) 과정을 거친 자료이다. 이 품질관리 알고리즘은 기상청 레이더 운영 팀에서 운

Fig. 1. Location of a Radar Site and Rain Gauges within the Radar Umbrella

Table 2. Equations of System and Measurement Error Covariance

Error covariance function	Factor(α, β)	Equation
System error variance ($\sigma_{\log A}^2$)	$\alpha = \log A$	$\sigma_\alpha^2 = \frac{\sum_{k=1}^n (\alpha_k - \bar{\alpha})^2}{n-1}$
System error variance (σ_b^2)	$\alpha = b$	
Measurement error variance ($\sigma_{\text{cov}(R)}^2$)	$\alpha = \log Z$	
System error covariance ($\sigma_{\log A, b}^2$)	$\alpha = \log A$ $\beta = b$	$\sigma_{\alpha, \beta}^2 = \frac{\sum_{k=1}^n (\alpha_k - \bar{\alpha})(\beta_k - \bar{\beta})}{n-1}$

영하며 미국 폭풍연구소(national severe storms laboratory)에서 개발한 ORPG (open radar product generator)의 기본구조로 레이더를 이용한 정량적 강수량 추정을 위한 것이다. 이 품질관리 알고리즘은 비-강수에코(non-meteorological echo)인 점 에코 및 불특정 에코, 선 에코(line echo, sun strobe), 이차에코(2nd trip echo), 지형에코, 파랑에코, AP (anomalous propagation)에코 등의 제거를 목적으로 한다. 고도별 CAPPI 자료는 Mohr 방법(Mohr and Vaughan, 1979)에 근거하여 생성하였다. Mohr 방법은 특정 고도에 대한 CAPPI 자료를 생성하기 위해 해당 고도에 인접한 방위각과 고도각의 자료로부터 거리에 대한 가중치를 산정하여 레이더 격자자료를 내·외삽한다.

구덕산 레이더 관측반경 내에서 발생한 6개 호우사상을 적용자료로 선정하였다. 호우발생기간은 2010~2011년 우기(6~9월)에 발생한 것으로 자세한 호우사상 특성은 Table 3에 정리하였다. 레이더 반사도 자료와 지상강우자료는 모두 10분 단위이며, 확장 칼만 필터의 적용 또한 10분 단위로 설정하였다.

선정 호우사상의 적용에 앞서 관측 반사도와 지상 강우

강도의 상태를 산포도(scatter plot)를 통해 검토하였다 (Fig. 2). 반사도 Z와 지상 강우강도 R의 관계가 비선형이므로 dBZ ($10\log_{10} Z$)와 dBR ($10\log_{10} R$)로 나타내었다. 결과적으로 dBZ와 dBR의 선형회귀 기울기는 0.331~0.396이며, 결정계수는 0.795~0.848로 나타났다.

4.2 Z-R 관계식의 매개변수 실시간 예측

4.2.1 매개변수의 특성

확장 칼만 필터의 적용에 앞서 Z-R 관계식의 매개변수 특성을 검토하였다. 매개변수의 추정방법으로는 최소승법(least square method, LSM)을 이용하였으며, 10분 간격으로 수행하였다. 반사도와 지상강우강도 자료 쌍의 개수가 30개 이상인 경우에 대해서만 최소승법으로 매개변수를 추정하였으며, 미만인 경우에는 매개변수 A와 b를 각각 200과 1.6으로 추정되도록 설정하였다.

호우사상별 추정된 매개변수 A와 b의 범위를 Fig. 3에 나타내었다. 매개변수 A의 전체범위는 1~533, 평균값은 67이다. b의 범위는 0.78~6.00이며, 평균값은 1.67이다.

Table 3. Characteristics of the Six Events (S: Stratiform, C: Convective, J: Jangma or monsoon, T: Typhoon)

Event	Period	Type	Maximum value	
			Rain gauge rain rate (mm/hr)	Reflectivity (dBZ)
#1	2010.07.11 00:00 - 2010.07.11 23:50	J/C	63.8	47.7
#2	2010.07.15 00:00 - 2010.07.17 23:50	C	95.6	47.3
#3	2010.07.27 00:00 - 2010.07.28 23:50	J/S	75.2	46.3
#4	2010.09.05 00:00 - 2010.09.07 23:50	T	73.6	47.6
#5	2011.06.25 00:00 - 2011.06.26 23:50	S	67.2	42.2
#6	2011.07.09 00:00 - 2011.07.09 23:50	J/S	81.2	43.6

Fig. 2. Scatter Plots for the Radar Reflectivity (dBZ) and Rain Gauge Rain Rate (dBR)

본 연구에서 적용한 호우사상의 결과만을 놓고 보았을 때, 매개변수 A의 일반적인 범위는 $5.0 < A < 200$ 이며 매개변수 b는 $1.0 < b < 3.0$ 으로 판단된다. 매개변수의 추정 범위만을 놓고 보았을 때, 선행연구인 METRI (2002)에서 제시한 증운형 $Z=32.03R^{1.41}$ 과 대류형 $Z=19.97R^{1.47}$ 의 결과와 유사한 것으로 판단된다. 하지만, 호우사상별로 일부 시점에서 과소 혹은 과대하게 추정된 매개변수가 있어 이로 인한 레이더 강우의 과대 혹은 과소 추정이 예상된다. 가령, 지상 강우강도와 반비례 관계를 갖는 매개변수 A 혹은 b가 매우 과소하게 추정될 경우, 레이더 강우는 상당히 과대 추정될 가능성이 크다.

호우사상별 추정된 매개변수의 특성을 Table 4에 정리하였다. 그림에서 x축의 E01~E06은 호우사상을 의미한다. 매개변수의 최소값(min.), 최대값(max.), 평균(mean), 변동계수(CV) 등을 확인할 수 있다. 두 매개변수의 정량적인 범위만 놓고 보았을 때는 매개변수 A의 변동성이 큰 것으로 나타났다. 이 같은 결과는 선행 연구에서 추정된 매개변수의 특성과 동일하다(Jones, 1956; Battan, 1973; Steiner and Smith, 2000; Uijlenhoet et al., 2003). 또한, 호우사상별 매개변수들의 변동정도가 매우 상이한 것으로 나타났다. 즉, 두 매개변수에 대한 오차의 공분산을 대표 상수로 일정하게 적용할 경우 예측치와 관측치의 경향을 적절하게 반영하지 못할 가능성이 크다는 것을 의미한다. 아울러 두 매개변수 모두 1차 계열 상관계수가 0.98로 1.0에 근사하다.

Fig. 4는 추정된 매개변수 A와 b의 관계를 나타낸 것이

다. Table 3에 제시된 매개변수 A와 b의 공분산이 음수인 것처럼 두 매개변수의 관계는 반비례적 경향이 있는 것으로 확인되었다. 매개변수 A가 증가할 때 b는 감소하려는 특성이 크다는 것이다. 이는 관측된 반사도에 대한 두 매개변수의 관계가 상호 반비례적이기 때문이다. 이러한 결과는 Adamowski and Muir (1989)의 연구에서도 제시된 바 있다.

전반적으로 호우사상별 A와 b의 관계는 적용한 모든 호우사상에서 유사한 것으로 판단된다. 일부 매개변수들은 다소 과소하거나 과대한 경향을 나타내는 것으로 확인되었다. 이러한 결과를 통해 실시간 매개변수 추정에서 중요한 사항 중 하나는 간헐적으로 발생하는 이상치의 처리 문제가 될 것이다. 아울러 Fig. 4는 매 시점 변화하는 매개변수 A와 b의 특성을 검토하기 위해 실선으로 매개변수 A와 b의 관계를 나타낸 것이다. 그림에서와 같이 두 매개변수는 매 시점 다른 값을 갖고며 변화한다. 즉, 매시간 입력되는 자료의 특성에 따라 Z-R 관계식의 매개변수가 전 시점과는 상당히 다른 값으로 추정될 수 있음을 의미한다.

4.2.2 매개변수의 실시간 예측

본 연구에서 구축한 Z-R 관계식의 상태-공간 모형과 확장 칼만 필터를 이용하여 매개변수 실시간 예측을 수행하였다. 우선, Z-R 관계식의 매개변수 예측과정을 검토하기 위해 확장 칼만 필터링 과정을 살펴보았다. Fig. 5는 대표적으로 Event#1에 대한 확장 칼만 필터링 결과를 정리한 것이다. 확장 칼만 필터링 결과는 면적평균강우(mm/

Fig. 3. Box-Whisker Plots for Parameters A and b (E01 in this figure at the x-axis denotes the Event#01)

Table 4. Statistical Characteristics of Parameters A and b

Event	A				log A	b				Cov. ($\sigma_{\log A, b}$)
	Min.	Max.	Mean	CV		Min.	Max.	Mean	CV	
#1	2.1	200.0	39.9	1.04	0.493	1.21	6.00	1.97	0.35	-0.389
#2	3.8	232.2	91.6	0.55	0.101	1.04	2.29	1.50	0.17	-0.074
#3	7.1	533.0	111.8	0.89	0.197	0.78	2.79	1.61	0.21	-0.108
#4	7.6	456.2	76.5	0.91	0.127	1.26	2.85	1.69	0.14	-0.038
#5	1.8	200.0	37.8	1.48	0.234	1.11	3.70	1.67	0.19	-0.080
#6	1.5	200.0	22.3	0.78	0.065	1.27	3.42	1.60	0.17	-0.063

Fig. 4. Relationship of Parameters A and b

Fig. 5. Results of the Extended Kalman Filter by Process (Event#1)

hr), 시스템과 관측 오차의 공분산, 상태변수 순으로 정리하였다. 시스템 오차의 공분산은 각 상태변수별 분산과 두 상태변수간의 공분산으로 각각 나타내었다.

먼저, 시스템 오차의 공분산과 관측오차의 공분산은 상대적으로 강우가 작게 발생한 시점에서 변동성이 큰 것으로 나타났다. 또한 시점별로 시스템 오차의 공분산과 관측 오차의 공분산의 크기가 상이한 것을 확인할 수 있다. 두 상태변수인 $\log A$ 와 b 의 공분산은 전반적으로 음수로 산정되어

사전에 검토한 바와 같이 반비례적인 특성을 나타냈다.

칼만이득은 시스템과 관측치에 대한 가중치로써 상태변수 추정에 가장 큰 영향을 미치는 인자이다. 본 연구에서 적용한 칼만 필터링 시스템에서는 칼만이득이 ± 3.0 범위 내에서 거동하는 것으로 나타났다. $\log A$ 에 대한 칼만이득과 b 에 대한 칼만이득은 서로 상반된 거동특성을 보였으며, 이는 두 매개변수의 공분산이 음수로 결정되어 반대로 증감하는 특성을 갖기 때문이다. 두 매개변수의 거동특성이 반대 경향을 갖는 결과는 Adamowski and Muir (1989)에서도 확인할 수 있다.

일반적으로 선형 시스템의 단일 상태변수를 대상으로 칼만이득을 결정할 경우 그 범위는 $0.0 \sim 1.0$ 으로 한정되나, 본 연구에서와 같이 두 개 이상의 상태변수에 대한 비선형 시스템에서는 한정된 범위가 없다. 다만, 칼만이득이 전반적인 경향을 벗어나지 않은 조건에서 거동을 하여야 한다. 일부 연구에서는 오차 공분산의 잘못된 적용으로 인하여 칼만이득 혹은 상태변수가 발산(divergence)하는 경우가 종종 있으나, 칼만이득의 거동특성이 주기성을 나타낼 경우 칼만 필터링 시스템이 발산하였다고 판단하지는 않는다(Murty and Smolinski, 1988; Leung et al., 2000; Macias and Gomez, 2006). 따라서 Z-R 관계식의 상태-공간 모형을 기반으로 구축한 확장 칼만 필터링 시스템은 안정적으로 수행된 것으로 판단된다. 다른 호우사상에 대한 결과도 Event#1과 동일하다.

상태변수 $\log A$ 와 b 는 모두 LSM로 추정된 매개변수와 유사한 거동특성을 나타내었으나, 일부 시점에서 발생한 매개변수의 이상치(앞서 설정한 매개변수의 범위 이외의

값, $5 < A < 200$, $1.0 < b < 3.0$)가 필터링되어 전체 흐름에 벗어나지 않는 정도에서 새로운 상태변수로 예측되었다. 이러한 결과는 Fig. 6을 통해서 확인할 수 있다. Fig. 6은 LSM으로 추정된 매개변수 값(그림에서 회색 선)과 확장 칼만 필터로 예측된 매개변수(그림에서 검은색 선)의 관계를 중첩시켜 나타낸 것이다. 결과를 살펴보면, 확장 칼만 필터로 예측된 매개변수 A는 $5 < A < 430$ 범위, b는 $1.0 < b < 2.8$ 범위로 추정되었다. 이는 기존 선행연구에서 제시한 Z-R 관계식의 매개변수 범위에 포함되는 결과이다.

전반적으로 확장 칼만 필터로 새롭게 예측된 매개변수가 LSM로 추정된 매개변수의 중심에서 보다 밀집된 형태로 나타났다. 또한 매개변수 b의 일반적인 범위를 $1.0 < b < 3.0$ 이라 하였을 때, LSM로 추정된 매개변수에 포함되어있는 이상치들이 필터링되어 일부 제거된 것을 확인할 수 있다. 실제로 매우 과소한 A와 과대한 b는 물리적으로 비현실적인 강우강도 추정결과를 불러일으키는 원인이기 때문에 이러한 결과는 적용성 측면에서 효과가 크다고 할 수 있다. 호우사상별로는 Event#1, #3, #5, #6의 경우에서 LSM로 과대 혹은 과소하게 추정된 매개변수 b가 적절하게 필터링 되었으며, Event#1, #4, #5, #6의 경우에서 매개변수 A가 EKF를 통해 일반적인 범위의 값으로 필터링된 것으로 나타났다.

4.3 레이더 강우의 실시간 추정결과 비교

확장 칼만 필터로 예측한 매개변수를 이용하여 레이더 강우를 실시간 추정하였다. 본 연구에서는 추정한 레이더 강우를 기준 값(reference value)인 지상강우를 이용하여 편

의(bias) 및 RMSE (root mean square error)로 정량적으로 평가하였다. 상대적인 비교를 위하여 세 가지 레이더 강우를 추가하였다. 첫 번째는 Marshall-Palmer의 M-P관계식으로 추정한 레이더 강우이며, 두 번째는 첫 번째 레이더 강우를 G/R 비로 실시간 편의 보정한 것이며, 세 번째는 LSM으로 추정된 매개변수를 실시간으로 적용한 경우이다.

Fig. 7은 적용 호우사상별 레이더 강우강도와 지상 강우강도의 산포도를 나타낸 것이다. 그림을 살펴보면 M-P 관계식을 적용한 경우는 추정된 레이더 강우강도가 지상 강우강도에 비해 상당히 과소하게 추정되었다(Fig. 7(a) ~ (a6)). 편의 보정된 레이더 강우강도, LSM로 추정한 레이더 강우강도, 그리고 EKF로 추정된 레이더 강우강도는 상대적으로 45° 선 근방에서 레이더 강우강도와 지상 강우강도의 산점도가 형성됨을 알 수 있다. 추가적으로 편의보정 결과와 LSM을 적용한 결과에서 일부 레이더 강우가 지상강우와 비교하였을 때 상대적으로 과대하게 산정된 것을 확인할 수 있다. 특히, Event#1-4의 경우에서 그러하다. 사실, 이 같은 결과는 레이더 강우가 초단기 강우예보 및 수문분석의 입력자료로 이용될 경우 최종결과에 영향을 미칠 수 있기 때문에 그 파급효과는 크다고 할 수 있다. 반면에 EKF의 결과에서는 레이더 강우가 전반적으로 안정적인 수준에서 추정되었다.

보다 상세한 레이더 강우강도의 품질을 검토하기 위하여 지상강우강도를 기준으로 산정한 레이더 강우강도의 편의와 RMSE를 Table 5에 정리하였다. 먼저 호우사상별 레이더 강우의 편의는 M-P를 적용한 결과는 2.40~5.54로 레이더 강우의 평균적인 품질은 지상강우대비 최소

Fig. 6. Comparison of the Estimated and Predicted Parameters A and b (gray line: estimated (LSM), black line: predicted (EKF))

Fig. 7. Scatter Plots for the Radar Rain Rate and Rain Gauge Rain Rate (a, b, c and d as in this figure at the bottom right denotes the estimated radar rain rate by using $Z=200R^{1.6}$, the result of the mean field bias correction, the result of LSM and the result of the extended Kalman filter, respectively. And the number denotes a event)

Table 5. Mean Field Bias and RMSE for the Radar Rain Rate Estimated

Event		#1	#2	#3	#4	#5	#6
Criteria							
Bias	M-P	2.97	2.40	2.83	2.90	5.54	5.04
	LSM	1.10	1.05	1.13	1.07	1.11	1.08
	EKF	1.08	1.16	1.07	1.05	1.09	1.09
RMSE (mm/hr)	M-P	6.70	6.06	5.45	4.37	5.80	9.72
	M-P (G/R)	7.16	6.15	6.16	4.65	5.71	8.80
	LSM	8.98	6.43	6.58	4.79	5.83	8.78
	EKF	6.35	6.02	6.56	4.54	5.58	8.66

19.8~41.7% 정도인 것으로 나타났다. 이에 반해 LSM을 적용한 경우와 확장 칼만 필터를 적용한 결과(EKF)는 1.08~1.16으로 편의를 보정하지 않아도 레이더 강우의 평균적인 품질이 지상강우대비 86.2~95.2% 정도 수준이다.

RMSE 산정결과는 편의보정 전 M-P결과가 4.37~9.72 mm/hr, 편의보정 후 M-P결과가 4.65~8.80 mm/hr, LSM을 적용한 결과가 4.79~8.78 mm/hr, 그리고 EKF는 4.54~8.66 mm/hr이다. 호우사상별로는 호우사상#3을 제외하고는 EKF 결과가 우수한 것으로 나타났다. 결과적으로 예측한 매개변수로 추정된 레이더 강우강도는 편의보정 없이도 지상 강우강도와 거의 없었으며, 단일 강우추정관계식의 매개변수를 적용한 결과보다도 정확도 높은 강우추정이 가능했다. 또한 실시간 LSM을 적용한 결과보다 안정적인 레이더 강우추정이 가능한 것으로 나타났다.

5. 결 론

본 연구에서는 Z-R 관계식의 매개변수 A와 b를 안정적 값으로 실시간 예측하고자 확장 칼만 필터기법을 적용하였다. 본 논문은 크게 두개의 부분으로 구성되었다. 먼저, Z-R 관계식과 확장 칼만 필터를 결합한 Z-R 관계식의 매개변수 실시간 예측모형 구축이다. Z-R 관계식에 대한 상태-공간모형 구축과 칼만 필터링 과정에 필요한 초기치 결정, 오차의 공분산 결정이 이 부분에 속한다. 다음으로 Z-R 관계식의 매개변수 예측모형의 실시간 적용이다. 이에 대한 결과를 정리하면 다음과 같다.

- 1) Z-R 관계식의 비선형성을 고려하여 매개변수 예측모형을 구축하였다. 상태-공간모형의 상태변수는 두 매개변수인 $\log A$ 와 b 로 설정하였으며, 관측 방정식에 선형화과정을 포함시켰다. 강우발생 이전 시점 자료를 포함시켜 초기치 영향을 최소화하였다. 또한 실시간으로 유동적인 관측치와 예측치의 영향을 반영하기 위하여 오차의 공분산을 실시간으로 산정하여 적용하였다. 결과적으로 칼만이득과 상태변수가 발산하지 않는 안정적인 모형을 구축하였다.
- 2) 확장 칼만 필터를 이용하여 실시간으로 예측한 Z-R 관계식의 매개변수는 대체로 최소자승법으로 추정된 매개변수의 범위 내에서 그 값들이 형성되었다. 주목할 점으로는 최소자승법으로 추정된 매개변수의 이상치들이 필터링을 통해 일부 제거되었다는 것이다. 특히, 매우 과소 혹은 과대하였던 매개변수 A와 b는 물리적으로 비현실적인 강우강도 추정 결과를 불러일으키는 원인이기 때문에 이러한 결과는 정량

적 강수량 추정 측면에서 효과가 크다고 할 수 있다.

- 3) 확장 칼만 필터로 예측한 실시간 매개변수를 이용하여 레이더 강우를 추정된 결과, 편의보정과정 없이도 지상 강우강도에 준하는 평균적인 품질이 보장되었다. 또한 단일 강우추정관계식과 최소자승법으로 추정한 매개변수를 적용한 결과보다 전반적으로 정확도 높은 강우추정이 가능한 것으로 나타났다. 이러한 연구결과는 초단기 강우예보와 같이 레이더 강우장의 극값에 민감한 경우에서 매우 유용할 것으로 기대된다. 또한 예측된 Z-R 관계식의 매개변수를 이용하여 레이더 자료의 수집과 동시에 강우추정이 가능하기 때문에 홍수예정보와 같이 실시간 자료의 적용이 필요한 분야에서 적용성이 높을 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 한국연구재단(NRF-2013R1A1A2011012)과 국립재난안전연구원(NDMI-주요-2013-09-02)의 지원을 받아 수행된 것입니다. 연구지원에 감사드립니다.

References

- Adamowski, K., and Muir, J. (1989). "A Kalman filter modelling of space-time rainfall using radar and raingauge observations." *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 16, No. 5, pp. 767-773.
- Alfieri, L., Claps, P., and Laio, F. (2010). "Time-dependent Z-R relationship for estimating rainfall fields from radar measurements." *Natural Hazards and Earth System Sciences*, Vol. 10, pp. 149-158.
- Bae, D.H., Lee, B.J., and Georgakakos, K.P. (2009). "Stochastic continuous storage function model with ensemble Kalman filtering(I) : model development." *Journal of Korea Water Resources Association*, KWRA, Vol. 42, No. 11, pp. 953-961.
- Battan, L.J. (1973). *Radar observation of the atmosphere*. The University of Chicago Press, Chicago, p. 324.
- Blanchard, D.C. (1953). "Raindrop size distribution in Hawaiian rains." *Journal of Meteorology*, Vol. 10, pp. 457-473.
- Bolzern, P., Ferrario, M., and Fronza, G. (1980). "Adaptive real-time forecast of river flow-rates from rainfall data." *Journal of Hydrology*, Vol. 47, pp. 251-267.

- Box, G.E.P., and Jenkins, G.M. (1976). *Time series analysis: forecasting and control*. revised edition, holden-day.
- Bringi, V.N., and Chandrasekar, V. (2001). *Polarimetric Doppler weather radar, principles and applications*. Cambridge University Press, New York.
- Brown, P.E., Diggle, P.J., Lord, M.E., and Young, P.C. (2001). "Space-time calibration of radar rainfall data." *Applied Statistics*, Vol. 50, pp. 221-242.
- Chou, C.M., and Wang, R.Y. (2004). "Application of wavelet-based multi-model Kalman filters to real-time flood forecasting." *Hydrological Processes*, Vol. 18, pp. 987-1008.
- Costa, M., and Alpuim, T. (2010). "Adjustment of state space models in view of area rainfall estimation." *Environmetrics*, Vol. 22, pp. 530-540.
- Dan, S. (2006). *Optimal state estimation: Kalman, H infinity, and nonlinear approaches*, Wiley.
- Eigbe, U., Beck, M.B., and Hirano, W.F. (1998). "Kalman filtering in groundwater flow modelling: problems and prospects." *Stochastic Hydrology and Hydraulic*, Vol. 12, pp. 15-32.
- Francois, C., Quesney, A., and Ottele, C. (2003). "Sequential assimilation of ERS-1 SAR data into a coupled land surface-hydrological model using an extended Kalman filter." *American Meteorological Society*, Vol. 4, No. 2, pp. 473-487.
- Gelb, A. (1974). *Applied optimal estimation*. The MIT Press.
- Habib, E., Malakpet, C.G., Tokay, A., and Kucera, P.A. (2008). "Sensitivity of streamflow simulation to temporal variability and estimation of Z-R relationships." *Journal of Hydrologic Engineering*, ASCE, Vol. 13, No. 12, pp. 1177-1186.
- Harter R.M. (1990). *An estimation of rainfall amounts using radar-driven Z-R relationships*. Master of Science Thesis, Purdue University.
- Hebson, C., and Wood, E.F. (1985). "Partitioned state and parameter estimation for real-time flood forecasting." *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 17, pp. 357-374.
- Henschke, A., Habib, E., and Pathak, C.S. (2009). "Adjustment of the Z-R relationship in real-time for use in South Florida." *World Environmental and Water Resources Congress 2009*, ASCE, pp. 6069-6080.
- Jang, S.G. (2002). *Combining forecast methods of Chungju dam streamflow using Kalman filter*. Master of Science, dissertation, Seoul National University.
- Jones, D.M.A. (1956). *Rainfall drop-size distribution and radar reflectivity*. Research Report 6, Urbana, Meteor. Lab., Illinois State Water Survey.
- Jung, S.H., Kim, K.E., and Ha, K.J. (2005). "Real-time estimation of improved radar rainfall intensity using rainfall intensity measured by rain gauges." *Asia-Pacific Journal of Atmospheric Sciences*, Vol. 41, No. 5, pp. 751-762.
- Kalman, R.E. (1960). "A new approach to linear filtering and prediction problems." *Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering*, No. 82 (Series D), pp. 35-45.
- Kim, K.H. (1999). *Speed sensorless vector control of an induction motor using an extended Kalman filter*. Master of Science, dissertation, Korea University.
- Kotarou T., Takumi, N., and Takaaki, Y. (1995). "Operational calibration of raingauge radar by 10-minute telemeter rainfall." *3rd Int. Sympos. on Wea. Radars, Sao Paulo, Brazil*, pp. 75-81.
- Krajewski, W.F., and Smith, J.A. (2002). "Radar hydrology: rainfall estimation." *Advances in Water Resources*, Vol. 25, pp. 1387-1394.
- Lee, Y.H., and Singh, V.P. (1998). "Application of the Kalman filter to the Nash model." *Hydrological Processes*, Vol. 12 pp. 755-767.
- Legates, D.R. (2000). "Real-time calibration of radar precipitation estimates." *The Professional Geographer*, Vol. 52, No. 2, pp. 235-246.
- Leung, H., Zhu, Z., and Ding, Z. (2000). "An aperiodic phenomenon of the extended Kalman filter in filtering noisy chaotic signals." *IEEE Trans. Signal Process*, Vol. 48, No. 6, pp. 1807-1810.
- Lin, D.S and Krajewski, W.F. (1989) "Recursive methods of estimating radar-rainfall field bias. Preprints." 24rd Radar Meteorology conference, AMS, Florida, MA, pp. 648-651.
- Macias, J.A., and Gomez, A. (2006). "Self-tuning of Kalman filters for harmonic computation." *IEEE Trans. Power Del.*, Vol. 21, No. 1, pp. 501-503.
- Marshall, J.S., and Palmer, W.M. (1948). "The distribution

- of raindrop with size.” *Journal of Atmospheric Sciences*, Vol. 5, pp. 165–166.
- METRI (2002). Development of METRI X-band doppler weather radar operations and radar data analysis technique II. Meteorological Research Institute Korea Meteorological Administration (METRI), pp. 103–104.
- Michelson, D.B., and Koistinen, J. (2000). “Gauge-radar network adjustment for the baltic sea experiment.” *Physics and Chemistry of the Earth(B)*, Vol. 25, No. 10–12, pp. 915–920.
- Mohr, C.G., and Vaughan, R.L. (1979). “An economical procedure for cartesian interpolation and display of reflectivity factor data in three-dimensional space.” *Journal of Applied Meteorology*, Vol. 18, No. 5, pp. 661–670.
- Murty, Y.V.V.S., and Smolinski, W.J. (1988). “Design and implementation of a digital differential relay for a 3-phase power transformer based on Kalman filtering theory.” *IEEE Trans. Power Del.*, Vol. 3, No. 2, pp. 525–533
- O’Connell, P.E., and Clarke, R.T. (1981). “Adaptive hydrological forecasting—a review.” *Hydrological Sciences*, Vol. 26, No. 2, pp. 179–205.
- Park, S.W (1993). Real-time flood forecasting by transfer function types model and filtering algorithm. Ph. D. dissertation, Dongguk University.
- Puente, C.E., and Bras, R.L. (1987). “Application of nonlinear filtering in the real time forecasting of river flows.” *Water Resources Research*, Vol. 23, No. 4, pp. 675–682.
- Rendon, S.H., Vieux, B.E., and Pathak, C.S. (2011). “Deriving radar specific Z-R relationships for hydrologic operations.” World Environmental and Water Resources Congress.
- Rendon, S.H., Vieux, B.E., and Pathak, C.S. (2012). “Continuous forecasting and evaluation of derived Z-R relationships in a sparse rain gauge network using NEXRAD.” *Journal of Hydrologic Engineering*, accepted January 6 2012, posted ahead of print.
- Rosenfeld, D., Wolff, D.B., and Amitai, E. (1994). “The window probability matching method for rainfall measurements with radar.” *Journal of Applied Meteorology*, Vol. 33, pp. 682–693.
- Sage, A., and Husa, G.W. (1969). “Adaptive filtering with unknown prior statistics.” *Joint Automatic Control Conference*, pp. 760–769.
- Schmidt, S.F. (1970). “Computational techniques in Kalman filtering, in theory and applications of Kalman filtering.” AGARDograph 139, NATO Advisory Group for Aerospace Research and Development, London.
- Seo, B.H., and Gang, G.W. (1985). “A hydrologic prediction of streamflows for flood forecasting and warning system.” *Journal of Korea Water Resources Association*, KWRA, Vol. 18, No. 2, pp. 153–161.
- Smith, J.A., and Krajewski, W.F. (1991). “Estimation of the mean field bias of radar rainfall estimates.” *Journal of Applied Meteorology*, Vol. 30, pp. 397–412.
- Steiner M., and Smith J.A. (2000). “Reflectivity, rain rate, and kinetic energy flux relationships based on raindrop spectra.” *Journal of Applied Meteorology*, Vol. 39, pp. 1923–1940.
- Twomey, S. (1952). “On the measurement of precipitation intensity by radar.” *Journal of Meteorology*, Vol. 10, pp. 66–67.
- Uijlenhoet, R., Steiner, M., and Smith, J.A. (2003). “Variability of raindrop size distributions in a squall line and implications for radar rainfall estimation.” *Journal of Hydrology*, Vol. 4, pp. 43–61.
- Wang, C.H., and Bai, Y.L. (2008). “Algorithm for real time correction of stream flow concentration based on Kalman filter.” *Journal of Hydrologic Engineering*, Vol. 13, pp. 290–296.
- Wang, G.T., Yu, Y.-S., and Wu, K. (1987). “Improved flood routing by ARMA modelling and the Kalman filter technique.” *Journal of Hydrology*, Vol. 93, pp. 175–190.
- Yoo, C., Ha, E., Kim, B., Kim, K., and Choi, J. (2008). “Sampling error of areal average rainfall due to radar partial coverage.” *Journal of Korea Water Resources Association*, KWRA, Vol. 41, No. 5, pp. 545–558.
- Yoo, C., Kim, J., Chung, J.H., and Yang, D.M. (2011). “Mean field bias correction of the very short range forecast rainfall using the Kalman filter.” *Korean Society of Hazard Mitigation*, Vol. 11, No. 3, pp. 17–28.

논문번호: 13-065	접수: 2013.08.22
수정일자: 2013.12.26/2014.01.02	심사완료: 2014.01.02