등가렌즈의 해석적인 변환방법에 대한 연구

이종웅[†]

청주대학교 레이저광정보공학과
☎ 360-764 충북 청주시 상당구 대성로 298

(2011년 12월 12일 받음, 2012년 1월 12일 수정본 받음, 2012년 1월 27일 게재 확정)

등가렌즈는 전체굴절능과 주변광선에 대한 근축광학적 특성은 같지만 축상두께가 다른 렌즈이다. 이 연구에서는 두꺼운 렌즈를 등가렌즈로 변환하는 해석적인 방법에 대하여 연구하였고, 변환조건이 2차방정식의 해로서 주어짐을 보였다. 모든 두꺼운 렌즈는 유일한 경우를 제외하면 이 2차방정식의 두 실근중의 하나이기 때문에 반드시 공액해가 1개 존재한다. 이 공액해는 축상두께와 근축광학적 특성은 같지만 모양과 수차특성은 다르다. 예제 렌즈의 등가렌즈 변환을 통하여 등가렌즈와 이에 대응하는 공액해의 특성을 살펴보았다.

A Study for an Analytic Conversion between Equivalent Lenses

Jong Ung Lee[†]

Department of Laser and Optical Information Engineering, Cheongju University,
298 Daeseong-ro, Sangdang-gu, Cheongju 360-764, Korea

(Received December 12, 2011; Revised manuscript January 12, 2012; Accepted January 27, 2012)

An equivalent lens is a lens which has the same total power of refraction and the same paraxial imaging characteristics for the marginal rays as another lens, but has a different axial thickness. In this study, an analytic lens conversion from a thick lens to its equivalent lens is investigated, then it is shown that the equivalent lens is a solution of a quadratic equation. Every thick lens corresponds to one of two real roots of this quadratic equation. Therefore, except in the case of a unique solution, the equation has a conjugate solution, the other of the two roots. The conjugate solution has the same axial thickness, power, and paraxial imaging characteristics, but it has different shape and aberration characteristics. The characteristics of an equivalent lens and its conjugate solution are examined by using a sample lens.

Keywords: Equivalent lens, Lens conversion, Thick lens, Paraxial imaging

OCIS codes: (080.2468) First-order optics; (080.2740) Geometric optical design; (080.3630) Lenses; (220.3620) Lens system design

I. 서 론

등가렌즈(equivalent lens)는 축상두께는 다르지만 유효초점 거리와 근축광학적 특성이 동일한 렌즈를 의미한다. 만약 근축광학의 경우와 같이 모든 렌즈를 수차가 없는 이상적인 렌즈로 가정한다면 렌즈의 형상과 소재에 무관하게 초점거리만 같으면 등가렌즈로 볼 수 있다. 하지만 광학설계에서는 이를 좀 더 한정하여 소재와 근축광학적 특성은 동일하고 수차특성이 매우 유사한 렌즈를 등가렌즈라고 하고 있다^[1, 2]. 등가렌즈 변환은 특정한 렌즈를 두께가 다른 등가렌즈로 변

환하는 과정이며, 광학계의 초기설계나 설계의 국소적 변경에 유용하게 활용되고 있다. 단렌즈를 두께가 0인 얇은 렌즈로 근사하면 광학계의 3차 수차는 두꺼운 렌즈보다 단순한 형태로 주어지므로 해석적인 수차보정이 편리하다. 이 때문에 광학설계에서는 얇은 렌즈로 근사하여 수차를 보정하고, 이를 등가의 두꺼운 렌즈로 변환하여 최적화 전단계의 초기설계를 얻고 있다^[4, 5]. 또한 기존의 광학설계에서 전체적인 특성의 변화를 최소화하면서 특정한 렌즈의 두께를 늘리거나 줄일 때 등가렌즈 변환은 매우 유용하다^[2, 3].

[†]E-mail: julee@cju.ac.kr

두꺼운 렌즈를 등가의 얇은 렌즈로 변환하고 이를 다시 다른 축상두께를 가지는 두꺼운 렌즈로 역변환하는 방법은 이미 20세기 초에 알려져 있었다^[1]. 두꺼운 렌즈를 얇은 렌즈로 변환하는 것은 주요면의 성질을 이용한다. 즉 렌즈의 제1면(앞면)은 제1주요점에 위치시키고, 제2면(뒷면)은 제2주요점에 위치시킨 후에 주요면간의 거리를 0으로 하면 두께 0의 얇은 렌즈로 변환된다. 하지만 얇은 렌즈를 두꺼운 렌즈로 변환하거나 두꺼운 렌즈를 다른 두께의 렌즈로 변환하는 경우에는 변환된 렌즈의 주요점 위치를 바로 알 수 없다. 이 때문에 두꺼운 렌즈로 변환하는 경우에는 초기치로서 변환된 렌즈의 주요면 위치가 변환전과 같다고 근사하여 특정한 광선의 근축각이 동일하게 보존된다는 조건에서 변환된 면의 굴절능을 구하고 있다. 이렇게 하면 변환전과 변환후에 주요점 위치가 변화하는 만큼 오차가 발생한다. 따라서 두꺼운 렌즈로 변환하는 경우에는 새로 계산된 주요점의 위치를 사용하여 면의 굴절능을 다시 구하는 과정을 반복하여 해에 수렴하도록 하고 있다^[1-3]. 참고문헌[1]의 경우는 공기중에 단렌즈가 있다고 가정하고 면불변량(Abbe의 0차 불변량)을 이용하여 변환된 면을 굴절능을 구하고 있다. 참고문헌^[2, 3]은 공기중에 있다는 가정이 없게 변환조건을 일반화하고, 굴절불변량을 이용하여 변환된 면을 굴절능을 구하고 있다. 하지만 반복법을 사용하여 수치해를 구하는 과정은 동일하다.

이 연구에서는 단렌즈에서 근축광학적 특성의 변화가 없려면 단렌즈 전체의 굴절능이 동일하여야 할뿐만 아니라 근축광선이 주요면에 입사하는 높이도 같아야 한다는 점에 주목하여, 반복법이 아닌 해석적인 방법에 의하여 동일한 특성을 가진 등가렌즈로 변환하는 방법을 제시하였다. 또한 등가렌즈 변환조건은 2차 방정식으로 표현된다는 것을 알 수 있었다. 이 때문에 등가렌즈 변환은 변환조건에 따라서는 해가 존재하지 않을 수도 있으며, 2개의 실근을 가지는 경우에는 두께와 근축광학적 특성이 같지만 곡률반경이 다른 또 하나의 해가 존재한다는 것을 의미한다. 이것은 기존의 반복법에서는 인지할 수 없었던 이 연구의 성과이다.

II. 등가렌즈 변환

2.1. 변환조건

수차가 없는 이상적인 렌즈라고 가정한다면 굴절능이 같은 렌즈는 모두 근축광학적으로 동일한 결상특성을 가지는 등가렌즈로 볼 수 있다. 하지만 광학설계는 광학계의 수차보정이 목적이므로 근축광학적 특성뿐만 아니라 수차특성도 같은 렌즈를 등가렌즈로 부르고 있다. 그림 1에는 유한한 거리에 있는 물체를 결상하는 단렌즈와 주변광선(marginal ray)가 나타나 있다. 이 그림에서 굴절률(n_0, n_1, n_2), 근축각(u_0, u_1, u_2)는 모두 굴절후의 물리량이며, 편의상 '(prime)' 표시가 생략된 것이다. 광학면 i 의 3차수차는 매질의 굴절률(n_{i-1}, n_i), 주변광선의 입사고 h_i 와 근축각(u_{i-1}, u_i), 그리고 주변광선과 주광선의 굴절불변량 A_i, B_i 의 함수로 주어진다. 하지만 렌즈의 두께가 달라지면 1면(앞면)과 2면(뒷면)에 입사하는

FIG. 1. Optical layout of a thick lens.

광선의 높이는 같아질 수 없다. 이 때문에 광학설계에서 등가렌즈는 동일한 소재를 사용하여 굴절률이 같고, 주변광선의 근축각과 굴절불변량이 같은 렌즈로 정의하고 있다^[1, 2].

그림 1은 두꺼운 렌즈의 주변광선과 주요점의 위치를 보여주고 있다. 각 면의 굴절능을 k_1, k_2 라 하면, 근축광선추적에서 주변광선의 경로와 굴절불변량 A_1, A_2 는

$$n_1 u_1 = n_0 u_0 - h_1 k_1, \quad k_1 = \frac{n_1 - n_0}{r_1} \quad (1)$$

$$h_2 = h_1 + d_1 u_1 \quad (2)$$

$$n_2 u_2 = n_1 u_1 - h_2 k_2, \quad k_2 = \frac{n_2 - n_1}{r_2} \quad (3)$$

$$A_1 = n_0 \left(u_0 + \frac{h_1}{r_1} \right) = n_1 \left(u_1 + \frac{h_1}{r_1} \right) \quad (4)$$

$$A_2 = n_1 \left(u_1 + \frac{h_2}{r_2} \right) = n_2 \left(u_2 + \frac{h_2}{r_2} \right) \quad (5)$$

로 주어진다. 렌즈 전체의 굴절능을 K_T 라 하면, 제1면에서 제1주요점까지의 거리 z 와 제2면에서 제2주요점까지의 거리 z' , 그리고 주변광선이 주요면에 입사한 높이 h 는 다음과 같다.

$$K_T = k_1 + k_2 - \frac{d_1}{n_1} k_1 k_2 \quad (6)$$

$$\overline{A_2 H'} = z' = -\frac{n_2 d_1 k_1}{n_1 K_T} \quad (7)$$

$$\overline{A_1 H} = z = \frac{n_0 d_1 k_2}{n_1 K_T} \quad (8)$$

$$h = h_1 + z u_0 = h_2 + z' u_2 \quad (9)$$

그림 1에서 렌즈의 물체거리 l , 상거리 l' 라 하면, 제1면의 물체거리 l_1 , 제2면의 상거리 l_2' 은 다음과 같이 주어진다.

$$l_1 = -d_0 = l + z \quad (10)$$

$$l_2' = d_2 = l' + z' \quad (11)$$

그림 1의 렌즈는 변환전에 두께 d_1^o 의 렌즈가 두께 d_1 으로 변환된 등가렌즈라고 하고, 변환전의 물리량은 위첨자 0를 붙여서 표시하도록 하자. 등가렌즈 변환에서 렌즈 전체의 결상과 관련된 물리량과 각 면에서 주변광선의 근축각과 굴절불변량은 변화가 없어야 하며, 식 (1)~(11)의 물리량 중에서 이에 해당하는 것은 다음과 같다.

렌즈의 굴절능 : $K_T^o = K_T$

주요면에 입사한 높이 : $h^o = h$

렌즈의 물체거리 : $l^o = l$

렌즈의 상거리 : $l'^o = l'$

주변광선이 제1면으로 입사하는 근축각 : $u_0^o = u_0$

주변광선이 제1면에서 굴절된 뒤의 근축각 : $u_1^o = u_1$

주변광선이 제2면에서 굴절한 뒤의 근축각 : $u_2^o = u_2$

제1면에서 주변광선의 굴절불변량 : $A_1^o = A_1$

제2면에서 주변광선의 굴절불변량 : $A_2^o = A_2$

반면에 두께가 달라지면서 변화하는 물리량은 다음과 같다.

면간의 거리 : d_0, d_1, d_2

주요면의 위치 : z, z'

면의 물체거리, 상거리 : l_1, l_1', l_2, l_2'

면에 입사한 높이 : h_1, h_2

면의 곡률반경과 굴절능 : r_1, r_2, k_1, k_2

등가렌즈로 변환된 뒤에도 주변광선의 근축각과 굴절불변량이 같기 위해서는 식 (1)과 식 (3), 식 (4)와 식 (5)에서 다음과 같은 조건이 만족되어야 하며, 이것이 각 면에서 등가렌즈 변환조건이 된다^[2].

$$\frac{h_1^o}{r_1^o} = \frac{h_1}{r_1} \quad (12)$$

$$\frac{h_2^o}{r_2^o} = \frac{h_2}{r_2} \quad (13)$$

그리고 등가렌즈 변환에서 굴절률은 변화하지 않으므로 식 (12), (13)은 다음과 같이 쓸 수도 있다.

$$h_1^o k_1^o = h_1 k_1 \quad (14)$$

$$h_2^o k_2^o = h_2 k_2 \quad (15)$$

2.2. 해석적인 등가렌즈 변환

앞 절에서 논의한 등가렌즈 변환조건을 살펴보면 변환된

뒤의 광선의 입사고 h_1, h_2 가 주어지면 식 (14), (15)에서 면의 굴절능 k_1, k_2 가 주어진다. 하지만 h_1, h_2 를 구하려면 식 (9)에서 주요점의 위치 z, z' 를 알아야 하며, 주요점의 위치는 식 (6)~(8)에서 k_1, k_2 의 함수로 주어진다. 이와 같은 순환관계로 인하여 참고문헌 [1, 2]에서는 초기치로서 $k_1 \approx k_1^o$ 로 근사하여 주요점의 위치와 광선의 입사고를 구하여 k_1, k_2 를 계산하고, 이 k_1, k_2 로부터 주요점의 위치와 광선의 입사고를 구하여 새로운 k_1, k_2 를 다시 계산하는 반복과정을 통하여 등가렌즈 변환조건을 만족하는 해에 수렴하도록 하고 있다.

반복법을 사용하지 않기 위해서는 기존 변환법의 문제점을 검토해 볼 필요가 있다. 기존의 변환법에서는 식 (7), (8), (9)와 식 (14), (15)가 서로 순환하는 참조 관계에 있기 때문에 해석적인 해를 구할 수 없었다. 따라서 해석적인 등가렌즈 변환이 가능하기 위해서는 이 순환관계에서 벗어나 있는 조건이 활용되어야 함을 알 수 있다. 이 연구에서는 이 순환관계에서 벗어나 있는 식 (1)과 식 (3), 그리고 주요면에 입사하는 높이 h 는 변화하지 않는다는 것을 이용하여 해석적인 등가렌즈 변환법을 유도할 수 있었으며 그 과정은 다음과 같다. 식 (7)~(9)에서 각 면에 입사한 높이 h_1 과 h_2 는

$$h_1 = h - z u_0 = h - \left(\frac{n_0 u_0 d_1}{n_1 K_T} \right) k_2 \quad (16)$$

$$h_2 = h - z' u_2 = h + \left(\frac{n_2 u_2 d_1}{n_1 K_T} \right) k_1 \quad (17)$$

로 쓸 수 있다. 이를 식 (1)과 식 (3)에 대입하면 다음과 같은 연립방정식이 얻어진다.

$$\left(h - \frac{d_1 n_0 u_0 k_2}{n_1 K_T} \right) k_1 = n_0 u_0 - n_1 u_1 \quad (18)$$

$$\left(h + \frac{d_1 n_2 u_2 k_1}{n_1 K_T} \right) k_2 = n_1 u_1 - n_2 u_2 \quad (19)$$

위의 식 (18), (19)는 k_1, k_2 에 대한 비선형 연립방정식이며 $k_1 k_2$ 항을 소거하면, k_2 와 k_1 은 다음의 선형방정식으로 주어진다.

$$k_2 = \frac{n_1 u_1 K_T - n_2 u_2 k_1}{n_0 u_0} \quad (20)$$

따라서 식 (18), (19)의 연립방정식은 다음의 2차방정식으로 변환되고, 등가렌즈는 이 방정식의 해가 된다.

$$\frac{n_2 u_2 d_1}{n_1 K_T} k_1^2 + (h - d_1 u_1) k_1 + n_1 u_1 - n_0 u_0 = 0 \quad (21)$$

III. 공액렌즈

등가렌즈가 2차 방정식의 해라면, 다음의 판별식 D 의 부호에 따라 해가 없을 수도 있으며 최대 2개의 실근을 가질 수도 있다.

$$D \equiv (h - d_1 u_1)^2 - \frac{4n_2 u_2 d_1 (n_1 u_1 - n_0 u_0)}{n_1 K_T} \quad (22)$$

이것은 $D > 0$ 인 영역의 모든 렌즈는 전체굴절능, 축상두께, 근축각, 굴절불변량이 같고, 앞면, 뒷면의 굴절능과 광선의 입사고만 다른 렌즈가 1개가 반드시 존재하고 있다는 것을 의미한다. 이 연구에서는 이 렌즈를 공액렌즈(conjugate lens)라고 부르고자 한다. $D > 0$ 일 때 식 (23), 식 (24)의 (k_{1+}, k_{2+}) 가 식 (21)의 한 해라면, (k_{1-}, k_{2-}) 는 (k_{1+}, k_{2+}) 의 공액렌즈가 된다.

$$k_{1+} = \frac{(-h + d_1 u_1 + \sqrt{D})n_1 K_T}{2n_2 u_2 d_1} \quad (23)$$

$$k_{2+} = \frac{n_1 u_1 K_T - n_2 u_2 k_{1+}}{n_0 u_0} \quad (24)$$

$$k_{1-} = \frac{(-h + d_1 u_1 - \sqrt{D})n_1 K_T}{2n_2 u_2 d_1} \quad (25)$$

$$k_{2-} = \frac{n_1 u_1 K_T - n_2 u_2 k_{1-}}{n_0 u_0} \quad (26)$$

앞에서 $D > 0$ 이면 공액렌즈가 존재한다고 하였다. 하지만 유한한 두께의 렌즈가 있다면 이것은 이미 식 (21)의 한 해

이고, 그렇다면 $D \geq 0$ 라는 것을 의미한다. 따라서 중근의 경우가 아니라면 모든 실재하는 렌즈는 공액렌즈를 가진다. 중근은 식 (18), (19)의 연립방정식이 유일해를 가지는 경우이고, $u_0 = 0$ 이거나 $u_2 = 0$ 이면 이에 해당한다. 또한 k_1, k_2 중 하나가 0이면 다른 면이 모든 굴절능을 가질 수밖에 없으므로 유일해가 되어 공액렌즈가 존재하지 않는다. 그리고 $D < 0$ 이면, 주어진 두께 d_1 을 가지는 렌즈로는 주어진 결상조건을 만족시킬 수 없다는 것을 의미한다.

IV. 등가렌즈 변환의 예

그림 2(a)에는 두께 3 mm, 초점거리 13.793 mm인 예제 렌즈 A를 사용하여 횡배율 -0.5의 광학계로 구성한 예가 나타나 있다. 이 광학계의 제원과 주변광선을 추적한 결과는 표 1에 정리되어 있다.

먼저 이 렌즈의 공액렌즈를 A^* 라 하고, 이 렌즈에 대하여 살펴보자. 예제 렌즈 A는 $d_1 = 3$ mm 일 때, 식 (23), (24)의 (k_{1+}, k_{2+}) 에 해당한다. 식 (25), (26)에서 얻어지는 공액렌즈 A^* 의 형태는 그림 2(b)와 같고, 렌즈의 제원과 주변광선을 추적 결과는 표 2에 정리되어 있다. 공액렌즈 A^* 의 직경은 아주 작기 때문에 그림 2(b)는 확대하여 그린 그림이며, 그림 2(a)와 그림 2(b)의 렌즈는 축상두께가 3 mm로 서로 같다. 표 1, 2에서 A와 A^* 를 비교해보면, 공액렌즈에서 제1면의 굴절능이 29배 커진 대신에 광선의 입사고는 1/29로 줄었다. 그리고 물체에서 제1면까지의 거리 d_0 가 1/29로 줄어든 대신에 제1주요면은 줄어든 거리만큼 렌즈 뒤쪽으로 이동하여 광학계 전체의 물체거리 l 은 같다. 이와 같은 현상은 제2면(뒷면)에서도 동일하게 나타나고 있다. 면의 굴절능이 증가한 만큼 입사고가 작아졌고, 제2면에서 상까지의 거리 d_2 가

(a) sample lens A

(b) A^* , conjugate lens of A

FIG. 2. The sample lens A and its conjugate lens A^* . The two lenses have the same axial thickness (3 mm), effective focal length, and transverse magnification.

TABLE 1. The sample lens A and its marginal ray

surface data				marginal ray		
#	r (mm)	d (mm)	n	h_i (mm)	u	A
0		40.00000	1.00000	0.00000	0.10000	
1	20.00000	3.00000	1.50000	4.00000	0.00000	0.30000
2	-10.00000	20.00000	1.00000	4.00000	-0.20000	-0.60000
3				0.00000		
spec.	EFL (mm)	z (mm)	z' (mm)	l (mm)	l' (mm)	h (mm)
	13.79310	1.37931	-0.68966	-41.37931	20.68966	4.13793

TABLE 2. The conjugate lens A* and it's marginal ray

surface data				marginal ray		
#	r (mm)	d (mm)	n	h_i (mm)	u	A
0		1.37931	1.00000	0.00000	0.10000	
1	0.68966	3.00000	1.50000	0.13793	0.00000	0.30000
2	-0.34483	0.68966	1.00000	0.13793	-0.20000	-0.60000
3				0.00000		
spec.	EFL (mm)	z (mm)	z' (mm)	l (mm)	l' (mm)	h (mm)
	13.79310	40.00000	-20.0000	-41.37931	20.68966	4.13793

(a) equivalent lens B

(b) B*, conjugate lens of B

FIG. 3. Equivalent lens B and it's conjugate lens B*. The two lenses have the same axial thickness(6mm), effective focal length, and transverse magnification.

TABLE 3. The equivalent lens B and it's marginal ray

surface data				marginal ray		
#	r (mm)	d (mm)	n	h_i (mm)	u	A
0		38.51427	1.00000	0.00000	0.10000	
1	19.25714	6.00000	1.50000	3.85143	0.00000	0.30000
2	-9.62857	19.25714	1.00000	3.85143	-0.20000	-0.60000
3				0.00000		
spec.	EFL (mm)	z (mm)	z' (mm)	l (mm)	l' (mm)	h (mm)
	13.79310	2.86504	-1.43252	-41.37931	20.68966	4.13793

축소되었다. 그리고 제2주요면은 d_2 가 줄어든 만큼 앞 쪽으로 이동하여 광학계 전체의 상거리 l' 은 같다. 이 예를 본다면 공액렌즈는 제1주요면은 뒤로 이동하고 제2주요면은 앞으로 이동하여 각 면에 입사하는 높이 h_1, h_2 가 작아지면서 면의 굴절능 k_1, k_2 가 커진 경우로 이해된다.

그림 2(a)의 렌즈 A와 이에 대응하는 그림 2(b)의 공액렌즈 A*는 주변광선의 근축간 (u_0, u_1, u_2)과 굴절불변량 A_1, A_2 은 같고, 광선의 입사고 h_1, h_2 만 다르다. Seidel 수차에서 단렌즈의 구면수차 S_I 은 다음과 같이 주어진다^[6].

$$S_I = -A_1^2 h_1 \Delta\left(\frac{u}{n}\right)_1 - A_2^2 h_2 \Delta\left(\frac{u}{n}\right)_2 \quad (27)$$

따라서 공액렌즈 A*의 3차 구면수차는 A의 1/29로 줄어들게 된다. 이것은 좁은 공간에서 아주 작은 물체를 단색으로 결상하는 경우에는 유용하게 활용될 수 있을 것이다. 하지만 보통의 경우에는 렌즈의 구경이 너무 작아 사용하기는 어려울 것으로 본다.

그림 3(a)와 표 3에는 렌즈의 두께를 6 mm로 늘렸을 때 식 (23), (24)의 (k_{1+}, k_{2+})에 해당하는 등가렌즈 B를 보여주고 있다. 이 해는 그림 2(a)와 유사한 형태이며, 기존에 사용하던 반복법에서 수렴하는 해이다. 두 광학계를 비교해보면 렌즈가 두꺼워지면서 제1면과 제2면에 입사하는 높이가 3.7% 감소하였고, 이에 비례하여 면의 굴절능이 증가하였다. 그리고 형태상의 변화가 적은 만큼 수차특성도 거의 변화가 없다.

그림 3(b)에는 두께 6 mm인 B의 공액렌즈 B*의 모양이 나타나 있으며, 표 4에는 B*의 제원과 주변광선을 추적한 결과가 정리되어 있다. 공액렌즈 B*는 등가렌즈 B와 비교하여 렌즈의 직경이 1/13 정도로 매우 작기 때문에 그림 3(b)는 확대하여 그린 그림이며, B와 B*의 두께는 6 mm로 동일하다. 표 4를 보면 공액렌즈 B*에서는 B와 비교하여 제1주요면은 뒤로, 제2주요면은 앞으로 이동하여 각 면에 입사하는 높이 h_1, h_2 은 1/13.4로 줄어들었고, 굴절능은 13.4배 증가하였다. 앞에서 두께가 3 mm인 경우의 공액렌즈와 비교하면 면의 굴절능이 증가한 비율이 29배에서 13.4배로 줄어들었다. 이

TABLE 4. The conjugate lens B* and it's marginal ray

surface data				marginal ray		
#	r (mm)	d (mm)	n	h_i (mm)	u	A
0		2.86504	1.00000	0.00000	0.10000	
1	1.43252	6.00000	1.50000	0.28650	0.00000	0.30000
2	-0.71626	1.43252	1.00000	0.28650	-0.20000	-0.60000
3				0.00000		
spec.	EFL (mm)	z (mm)	z' (mm)	l (mm)	l' (mm)	h (mm)
	13.79310	38.51427	-19.25714	-41.37931	20.68966	4.13793

것으로부터 렌즈의 두께가 증가하면 식 (22)의 D 가 감소하는 것으로 추정할 수 있다. 이번 예의 경우에는 $d_1 = 23.285$ mm 부근에 중근이 있고 $d_1 > 23.286$ mm 이면 등가렌즈가 존재하지 않는다.

IV. 결 론

광학설계에서 등가렌즈는 두께는 다르지만 렌즈 전체의 굴절능과 근축광선이 주요면에 입사한 높이가 같고, 주변광선 대하여서는 근축각과 굴절불변량이 같은 렌즈를 의미한다. 지금까지의 등가렌즈 변환에서는 초기치로서 주요점의 위치는 변하지 않는다고 근사하여 각 면의 굴절능을 계산하고, 이로부터 새로운 주요점의 위치를 구하여 면의 굴절능을 다시 계산하는 과정을 반복하여 해에 수렴하게 하는 반복법이 사용되고 있었다. 이 연구에서는 등가렌즈로 변환된 뒤에도 근축광선이 주요면에 입사하는 높이가 변화하지 않는 것과 주변광선의 굴절방정식을 이용하여 등가렌즈 변환조건을 제1면의 굴절능 k_1 과 제2면의 굴절능 k_2 에 대한 비선형 연립방정식으로 표현하고, 최종적으로는 k_1 에 대한 2차방정식으로 주어진 값을 보였다.

등가렌즈 변환은 2차 방정식의 해이므로, 실근이 존재하면 이에 1:1 대응하는 또 하나의 해(렌즈)가 존재함을 의미한다. 이것은 기존의 반복법을 이용한 등가렌즈 변환에서는 알 수 없었던 사실이며, 해석적인 등가렌즈 변환법의 연구에서 얻어진 중요한 성과이다. 이 연구에서는 이를 공액렌즈로 명명하였으며, 본문에 제시되었던 변환 사례에서 공액렌즈는 원래의 렌즈와 비교하여 광선의 입사각이 낮고 면의 굴절능이 큰 형태를 가지고 있음을 알 수 있었다. 공액렌즈는 주변광선에 대하여서는 근축광학적 특성이 동일하지만 광선의 입

사각이 낮아 구면수차가 상대적으로 매우 적게 발생하는 장점을 가지고 있어 좁은 공간에서 매우 작은 물체를 결상하는 것에는 유용하게 사용될 수 있다. 하지만 면의 굴절능이 크고 유효구경이 작아 시야가 조금만 커져도 사용하기 어려운 문제점을 가지고 있기 때문에 공액렌즈가 광학설계 실무에 유용하게 사용할 수 있으려면 보다 많은 연구와 이해가 필요하다고 본다.

감사의 글

이 논문은 2010학년도에 청주대학교 학술연구소가 지원한 특별연구조성비(특별연구과제)에 의해 연구되었습니다.

References

1. K. Miyake, *Renzu Sekkeino Kenri* (Japanese, Principles of Lens Design), (Kodansha, Tokyo, Japan, 1981), Chapter 8.
2. J. U. Lee and K. S. Kim, "Generalization of equivalent lens conversion and third order aberration formulae of the generalized equivalent lens system," *Hankook Kwanghak Hoeji* (Korean J. Opt. Photon.) **7**, 305-313 (1996).
3. J. U. Lee and S. C. Park, "Generalized lens group conversion to their equivalent lenses," *Hankook Kwanghak Hoeji* (Korean J. Opt. Photon.) **9**, 251-257 (1998).
4. Y. Matsui, *Renzu Sekkeihou* (Japanese, Lens Design Methods), (Kyoritsu Pub. Co., Tokyo, Japan, 1972), pp. 114-128.
5. W. J. Smith, *Modern Optical Engineering*, 4th ed. (McGraw Hill, New York, USA, 2008), Chapter 6.
6. W. T. Welford, "Aberrations of the symmetrical optical systems," (Academic Press, London, UK, 1974), Chapter 7.