Analytic Calculation Method of Zoom Loci for Zoom Lens System with Infinite Object Distance

Jeong Hyo Oh¹, Jae Myung Ryu², and Jae Heung Jo^{3†}

¹Department of Physics, Graduate School, Hannam University, Daejeon 306-791, Korea

²Department of Optical Engineering, Kumoh National Institute of Technology, Kumi 730-701, Korea

³Department of Optics and Sensors/Department of Physics(Graduate School), Hannam University, Daejeon 306-791, Korea

(Received April 11, 2013; Revised manuscript April 26, 2013; Accepted April 26, 2013)

In case of the optical camera system with an infinite object distance, optical designs different from previous systems are required to speed up the auto-focus. As the number of lens groups is increased due to this, the conventional analytic method found it difficult to calculate the locus, and even the one-step advanced calculation method also had the trouble of taking a lot of time. In this paper, we suggested an analytic method for calculating the zoom loci by analyzing movement of one or two groups for situations corresponding to the given back focal length and effective focal length after taking a spline interpolation for each lens group. With this method, we would not only calculate the analytic zoom loci without iterations in every optical system without placing a limit on the group number at the zoom lens systems with the infinite object distance, but we would also show the utilities of this method through many examples.

Keywords: Lens design, Zoom locus, Zoom lens design, Spline interpolation

OCIS codes: (110.0110) Imaging systems; (220.1010) Aberrations (global); (220.2740) Geometric optical design; (220.4830) Systems design

무한물점용 줌 렌즈 광학계의 줌 궤적에 대한 해석적 계산법

오정효¹ · 류재명² · 조재흥^{3†}

¹한남대학교 대학원 물리학과

☎ 306-791 대전광역시 대덕구 한남로 70 (오정동)

²국립금오공과대학교 광시스템공학과

☎ 730-701 경북 구미시 대학로 61 (양호동)

³한남대학교 공과대학 광·센서공학과/대학원 물리학과

☎ 306-791 대전광역시 대덕구 한남로 70 (오정동)

(2013년 4월 11일 받음, 2013년 4월 26일 수정본 받음, 2013년 4월 26일 게재 확정)

무한물점으로 취급하는 카메라 광학계의 경우, 자동초점(auto-focus) 속도를 빠르게 하기 위해 기존 광학계와 다른 형태로 광학설계를 하게 된다. 이 때문에 군의 개수가 늘어나므로, 기존의 해석적인 방법으로는 궤적 계산이 어렵고, 또한 수치해석적인 방법은 시간이 많이 걸리는 단점이 있다. 본 논문에서는 각 군을 스플라인 보간을 한 뒤, 주어진 뒤정점초점거리와 유효초점거리를 만족하도록 1개 또는 2개 군의 이동량을 해석적으로 구해 줌 궤적을 계산하는 해석적인 방법을 제안하고 이를 유도한다. 이 방법은 무한물점용 줌 렌즈 광학계에서 군수의 제한 없이 모든 광학계에 대해 반복적인 계산없이 해석적인 궤적을 구할 수 있으며, 다양한 예제를 통하여 그 효용성을 보였다.

Keywords: 렌즈설계, 줌궤적, 줌렌즈설계, 스플라인 보간법

OCIS codes: (110.0110) Imaging systems; (220.1010) Aberrations (global); (220.2740) Geometric optical design; (220.4830) Systems design

[†]E-mail: jhjo@hnu.kr

Color versions of one or more of the figures in this paper are available online.

I. 서 론

과거 기계 가공 기술이 발전하지 못한 때에는 캠(CAM) 부품의 가공이 쉽지 않기 때문에 이동군과 전체 군 개수를 최소화하여 줌 광학계를 설계했다. 따라서 이렇게 군의 개수가 적고, 고정군이 많아 구속 조건이 명확하게 주어지는 경우에는 초기해 없이 해석적으로 줌 궤적을 구할 수 있다.^[1] 그러나 최근에는 기계 가공 기술이 많이 발전해서 캠 부품의 제작 난이도 및 비용이 많이 낮아졌기 때문에 이러한 군의 개수에 대한 제한은 많이 완화되었다. 그럼에도 불구하고 6군 광학계인 JP1999-258504^[2]의 실시예 3과 같은 아주 군수가 많은 광학계의 경우에는 참고문헌 1의 해석적인 방법으로는 해를 구하는 것이 매우 어렵고 복잡하다.

또한 최근 국내 카메라 회사를 비롯한 일본 카메라 회사에서도 기존 일안반사식(SLR, Single Lens Reflex) 카메라에서 미러박스(mirror-box)^[3]가 없는 컴팩트 시스템 카메라(CSC, Compact System Camera)^[4]가 출시되고 있다. CSC의 경우에는 SLR 카메라와 달리 미러박스가 없기 때문에 카메라를 얇고 가볍게 만들 수 있다. 그러나 SLR 카메라에 비해 아직 AF(auto-focus) 속도가 늦은 단점이 있다. 따라서 이를 극복하기 위해서는 AF군의 무게를 줄여서 구동 속도를 높여야 하며, 이를 위해서는 광학계의 형식이 기존과 많이 달라져야 한다. 이러한 예는 SLR용 교환렌즈 제품인 55-200 mm의 망원렌즈의 제품으로 추정되는 특허 JP2007-206452의 실시예 1^[5]과 50-200 mm 망원렌즈의 제품으로 추정되는 특허 KR 2011-074291 실시예 4^[6]로부터 알 수 있다. 이는 AF군을 경량화하면서 속도를 높이기 위함이며, 이 때문에 두 광학계의 형태는 군수가 많아지면서 서로 형태가 크게 다르다.

앞서 예를 든 경우들처럼 최근 카메라 광학계는 줌 렌즈의 군수가 많아지는 새로운 형태를 가지기 때문에 참고문헌 1과 같은 방법으로는 줌 궤적을 구할 수 없다. 이를 해결하기 위해서 최근에는 수치해석적으로 줌 궤적을 구하는 방법^[7, 8]을 사용하였다. 그러나 이 방법은 초기 조건을 보간법으로 결정하고, 주밍 방정식과 구속조건을 연립해서 미분 행렬을 구해서 반복 계산을 하는 것이다. 따라서 이 방법은 반복 계산 과정에서 많은 시간이 소요된다. 그리고 광학 설계 소프트웨어(software, S/W) 내에서 궤적을 직접 확인하기 위해서 광학 설계 S/W 내부에서 지원하는 프로그래밍 언어로 이러한 궤적을 계산하게 된다. 최근 광학설계 S/W는 여러 S/W와 데이터 교환을 하기 위해서 API(Application Programming Interface)를 지원하는데, 이 때 광학설계 S/W 내부 언어로 궤적 계산을 하면서 계산시간이 많이 걸리게 되고, 이로 인하여 광학설계 S/W와 데이터 교환을 하는 외부 S/W 사이에 런타임(run-time) 오류가 발생하는 경우가 종종 있다.

본 논문에서는 이를 해결하기 위하여 반복 계산을 하지 않고 해석적으로 무한물점용 줌궤적의 해를 구할 수 있는 새로운 방법을 제안하여 계산 속도를 획기적으로 개선하고자 한다. 즉 무한물점용 카메라 줌 렌즈 광학계에서 군의 개수와 구속조건 등의 광학계의 형식에 관계없이 해석적으로 줌 궤

적을 구하는 이론을 유도하고, 여러 가지 특허의 실제 예들을 가지고 이 방법에 대한 편리성과 정확성을 보여주고자 한다.

II. 궤적 계산 방법

그림 1은 무한물점을 갖는 N군 줌 광학계의 축상광선에 대한 광로도이다. 줌 궤적은 화각에 관계없이 축상광선이 근축상점에서의 상고가 항상 0이 되도록 각 군 사이의 거리를 계산하여 구한다. 이 때 축상광선이 근축상점에서의 상고가 0이 되면서 주어진 초점거리를 만족해야 한다. 즉 이러한 궤적을 계산할 때는 상면에서의 축상광선의 상고가 0이면서 광학계의 전체 초점거리가 원하는 값을 갖는 군간 간격을 구하는 것이 줌 궤적 계산법이다. 따라서 이를 계산하기 위해서는 사실상 축상광선에 대한 근축상선추적을 해야 한다. 그러나 3군 이상의 줌 렌즈 광학계에서는 이 계산식이 매우 복잡하여서 손으로 일일이 구하는 것은 매우 비효율적이다. 따라서 일반적으로 컴퓨터의 프로그래밍 언어로 이 줌 궤적식을 구현하여 자동으로 구한다. 이 경우 가우스 괄호법^[1, 7, 8]을 통해 근축상선추적을 한다면 프로그래밍에 상당히 편리하다. 광학계의 전체 초점거리와 상면에서의 상고에 관한 식은 아래와 같이 식 (1)로 표현된다.^[1]

$$\begin{aligned} [k_1, -z_1, k_2, -z_2, k_3, \dots, k_{N-1}, -z_{N-1}, k_N] &= K \\ [k_1, -z_1, k_2, -z_2, k_3, \dots, k_{N-1}, -z_{N-1}, k_N, -z_N] &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 k 는 각 군의 굴절능, z 는 각 군간 주요점 사이의 거리, K 는 광학계 전체의 굴절능을 의미한다. 또한 k 와 z 에 사용된 첨자는 군의 번호를 의미한다.

식 (1)을 zooming 방정식이라고 하며, 모든 광학계의 줌 궤적은 이 식들로부터 구할 수 있다. 일반적으로 줌 궤적은 설계가 완료된 상태에서 캠 부품을 설계 및 가공하기 위해 광학 설계자가 기구 설계자에게 넘겨주는 데이터이다. 따라서 각 군의 굴절능은 줌 궤적을 계산하기에 앞서서 이미 결정이 된다. N군 광학계의 미지수는 각 군 사이의 거리와 초점거리 또는 배율이 되므로, 미지수의 개수는 무한 광학계의 경우 $N+1$ 개가 된다. 그러나 앞서 서론에서 설명한 바와 같이 광학계가 복잡해지면 구속조건이 명확히 주어지지 않기 때문에, 주어진 2개의 zooming 방정식을 풀 수 있도록 2개의 변

FIG. 1. The optical layout of N-group system.

FIG. 2. Optical layout for moving the i -th and j -th group at the lens system with N groups.

FIG. 3. Example of a locus for a lens group.

수만 미지수로 둘 수 있다.

그림 2는 무한물점에 대해서 주어진 줌 광학계의 초점거리와 근축 상면에서의 상고가 0이 되도록 i 번째 및 j 번째 군을 각각 Δz_i 및 Δz_j 만큼 움직였을 때의 광로도이다. N 군 줌 광학계에서 i 번째 및 j 번째 군을 각각 Δz_i 및 Δz_j 만큼 움직였다고 하면, 식 (1)은 각각 식 (2)와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} [k_1, -z_1, \dots, -z_{i-1} + \Delta z_i, k_i, -z_i - \Delta z_i, \dots, -z_{j-1} + \Delta z_j, k_j, -z_j - \Delta z_j, \dots, k_{N-1}, -z_{N-1}, k_N] &= K \\ [k_1, -z_1, \dots, -z_{i-1} + \Delta z_i, k_i, -z_i - \Delta z_i, \dots, -z_{j-1} + \Delta z_j, k_j, -z_j - \Delta z_j, \dots, k_{N-1}, -z_{N-1}, k_N, -z_N] &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 광학계 전체 굴절능인 K 를 포함해서 각 군간 거리 $z_1 \sim z_N$ 도 사실상 미지수이다.

그러나 일반적으로 줌 광학계를 설계할 때는 광각단과 망원단, 그 사이의 1 개 이상의 중간단을 포함하여 설계를 한다. 보통 광각단과 망원단의 양 끝을 포함해서 줌 배율 3배 이하는 3개의 줌 위치를 잡아서, 5배 이상이면 보통 5개의

줌 위치를 잡아서 설계를 한다. 따라서 그 중간 위치는 광학 설계에서 이미 결정되는 값이고, 궤적을 구해야 하는 지점의 값들은 보간법을 이용해서 구하면 된다. 이 때 사용하는 보간법은 여러 가지가 있지만, 각 군의 궤적이 불연속적이거나, 지나치게 급격한 변곡점이 없도록 최대한 완만하고 부드럽게 보간이 되는 방법을 사용해야 한다. 이 때 설계 줌 위치에서 연속이고, 1차 미분이 연속이 되도록 하는 스플라인(spline) 보간^[9]을 사용한다면, 비교적 부드러운 궤적을 얻을 수 있다. 그림 3은 임의의 줌 광학계의 임의의 군에 대한 궤적을 나타낸 그림이다. x 축은 줌 스텝(zoom step)이고, y 축은 군간 간격이다. 또한 곡선 위의 점은 설계 줌 위치를 나타낸다. 그림 3에서 점이 5개이므로 설계 줌 위치는 5개인 경우를 의미한다.

그림 3의 곡선의 각 구간을 3차 다항식으로 나타내고, 설계 줌 위치에서 연속이고 1차 미분이 연속이면 다음과 같은 식 (3)을 만족한다. 여기서 x_i 는 줌 스텝이고, z_i 는 설계 줌 위치이며, z'_i 는 설계 줌 위치에 대한 1차 미분값으로 이는 초기에 주어지는 값이고, a, b, c, d 가 미지수이다.

$$\begin{aligned} z_i &= ax_i^3 + bx_i^2 + cx_i + d \\ z'_i &= \frac{dz_i}{dx_i} = 3ax_i^2 + 2bx_i + c \\ z_{i+1} &= ax_{i+1}^3 + bx_{i+1}^2 + cx_{i+1} + d \\ z'_{i+1} &= \frac{dz_{i+1}}{dx_{i+1}} = 3ax_{i+1}^2 + 2bx_{i+1} + c \end{aligned} \quad (3)$$

식 (3)을 행렬 형태로 나타내면 식 (4)가 되고, 식 (4)의 역행렬을 구해 다항식의 계수를 계산하면 식 (5)와 같다.

$$\begin{bmatrix} z_i \\ z'_i \\ z_{i+1} \\ z'_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i^3 & x_i^2 & x_i & 1 \\ 3x_i^2 & 2x_i & 1 & 0 \\ x_{i+1}^3 & x_{i+1}^2 & x_{i+1} & 1 \\ 3x_{i+1}^2 & 2x_{i+1} & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_i^3 & x_i^2 & x_i & 1 \\ 3x_i^2 & 2x_i & 1 & 0 \\ x_{i+1}^3 & x_{i+1}^2 & x_{i+1} & 1 \\ 3x_{i+1}^2 & 2x_{i+1} & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} z_i \\ z'_i \\ z_{i+1} \\ z'_{i+1} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{(x_i - x_{i+1})^3} \begin{bmatrix} -2z_i - x_{i+1}z'_i + 2z_{i+1} - x_{i+1}z'_{i+1} + x_i(z'_i + z'_{i+1}) \\ -x_i^2(z'_i + 2z'_{i+1}) + x_i(3z_i - x_{i+1}z'_i - 3z_{i+1} + x_{i+1}z'_{i+1}) + x_{i+1}(3z_i + 2x_{i+1}z'_i - 3z_{i+1} + x_{i+1}z'_{i+1}) \\ -x_{i+1}^3z'_i + x_i^3z'_{i+1} + x_i^2x_{i+1}(2z'_i + z'_{i+1}) - x_ix_{i+1}(6z_i + x_{i+1}z'_i - 6z_{i+1} + 2x_{i+1}z'_{i+1}) \\ -x_{i+1}^3z_{i+1} + x_ix_{i+1}^2(3z_i + x_{i+1}z'_i) + x_i^3(z_{i+1} - x_{i+1}z'_{i+1}) + x_i^2x_{i+1}\{-3z_{i+1} + x_{i+1}(-z'_i + z'_{i+1})\} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

식 (3)~(5)와 같이 스플라인 보간법을 사용하여 줌 위치에 대한 미지수 a, b, c, d 를 구하면, 식 (2)에서 K, z_l, z_N 가 모두 구해진다. 이와 동시에 각 군의 굴절능은 광학 설계에서 결정된다. 이에 따라서 식 (2)에서 남은 미지수는 Δz_i 및 Δz_j 2개가 되므로 이 식들을 풀면 된다. 이렇게 해서 각 군 사이의 군 간격을 결정하면, 움직이는 군의 앞뒤 군 사이의 거리 및 광학계의 전장이 변하지 않으므로 군간 거리의 구속조건은 무조건 만족하게 된다. 모든 줌 경우를 다음과 같은 2가지 경우로 간단히 나누어 줌 이동에 대한 해석적 해를 구하면 된다.

2.1. 초점거리 또는 배율이 변하면서 한 개의 군이 움직이는 경우(case 1)

초점거리 또는 배율이 변하는 경우에는 식 (6)만을 만족하면 된다. 식 (6)은 스플라인 보간법으로 구한 각 군 간격에 따라 발생한 뒤정점초점거리(back focal length, BFL)의 변화를 i 번째 군으로 보정하는 것^[10]과 동일하다.

$$[k_1, -z_1, \dots, -z_{i-1} + \Delta z_i, k_i, -z_i - \Delta z_i, \dots, k_N, -z_N] = 0 \quad (6)$$

식 (6)에서 k_i 를 가우스 괄호 밖으로 내보내, k_i 에 대한 1차 식으로 쓰면 식 (7)와 같다.

$$[k_1, -z_1, k_2, -z_2, k_3, \dots, k_{i-1}, -z_{i-1} + \Delta z_i] \cdot k_i \cdot [-z_i - \Delta z_i, k_{i+1}, \dots, k_{N-1}, -z_{N-1}, k_N, -z_N] + [k_1, -z_1, k_2, -z_2, k_3, \dots, -z_{i-1} - z_i, \dots, k_{N-1}, -z_{N-1}, k_N, -z_N] = 0 \quad (7)$$

식 (7)에서 Δz_i 를 가우스 괄호 밖으로 내보내서 정리하면 식 (8)과 같이 Δz_i 에 대한 2차 방정식으로 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} A \cdot C \cdot \Delta z_i^2 + (A \cdot D + B \cdot C) \cdot \Delta z_i + E &= 0 \\ A &\equiv [k_1, -z_1, k_2, -z_2, k_3, \dots, -z_{i-2}, k_{i-1}] \\ B &\equiv [k_1, -z_1, k_2, -z_2, k_3, \dots, -z_{i-2}, k_{i-1}, -z_{i-1}] \\ C &\equiv [-k_{i+1}, -z_{i+1}, \dots, k_{N-1}, -z_{N-1}, k_N, -z_N] \\ D &\equiv [-z_i, k_{i+1}, -z_{i+1}, \dots, k_{N-1}, -z_{N-1}, k_N, -z_N] \\ E &\equiv f_i \cdot [k_1, -z_1, k_2, -z_2, k_3, \dots, k_{N-1}, -z_{N-1}, k_N, -z_N] \end{aligned} \quad (8)$$

무한물점 광학계에서 1군을 이동하는 경우라면, 식 (8)은 보다 간단해져서 식 (9)와 같이 1차 방정식으로 표현된다.

$$\Delta z_i = -\frac{[k_1, -z_1, k_2, -z_2, k_3, \dots, k_{N-1}, -z_{N-1}, k_N, -z_N]}{k_1 \cdot [k_2, -z_2, k_3, \dots, k_{N-1}, -z_{N-1}, k_N, -z_N]} \quad (9)$$

이렇게 해서 구한 Δz_i 가 줌 궤적이 되며, 이 식 (9)를 식 (2)에 대입하면 유효초점거리(effective focal length, EFL)를 구할 수 있다.

2.2. 두 개의 군이 움직이는 경우(case 2)

이 경우는 두 개의 군이 모두 EFL과 BFL의 보정군으로 사용되는 경우이며, 식 (2)를 연립해서 풀면 된다. 이 때 식 (2)은 가우스 괄호의 성질^[1]을 이용해서 식 (10)로 변형할 수 있다.

$$\begin{aligned} [k_1, -z_1, \dots, -z_{j-1} + \Delta z_j, k_j, -z_j - \Delta z_j, \dots, -z_{j-1} + \Delta z_j, k_j] &= K \cdot [k_{j+1}, -z_{j+1}, \dots, k_N, -z_N] \\ [k_1, -z_1, \dots, -z_{j-1} + \Delta z_j, k_j, -z_j - \Delta z_j, \dots, -z_{j-1} + \Delta z_j, k_j, -z_j - \Delta z_j] &= -K \cdot [-z_{j+1}, \dots, k_N, -z_N] \end{aligned} \quad (10)$$

식 (10)의 두 번째 식에서 Δz_j 를 가우스 괄호 밖으로 꺼내고, 식 (10)의 첫 번째 식을 다시 대입하고, 이를 다시 Δz_j 에 대한 1차식으로 정리하면 식 (11)을 얻을 수 있다. 여기서 Δz_j 의 계수는 Δz_i 에 대한 2차식이다.

$$\begin{aligned} \{A(\Delta z_i) \cdot (1 - k_j \cdot z_j) - K \cdot [k_{j+1}, -z_{j+1}, \dots, k_N, -z_N]\} \cdot \Delta z_j + B(\Delta z_i) + K \cdot [-z_{j+1}, \dots, k_N, -z_N] &= 0 \\ \text{단, } A(\Delta z_i) &\equiv [k_1, -z_1, \dots, -z_{i-1} + \Delta z_i, k_i, -z_i - \Delta z_i, \dots, k_{j-1}] \\ B(\Delta z_i) &\equiv [k_1, -z_1, \dots, -z_{i-1} + \Delta z_i, k_i, -z_i - \Delta z_i, \dots, k_j, -z_j] \end{aligned} \quad (11)$$

식 (10)의 첫 번째 식을 Δz_j 에 대한 1차식으로 정리하면 식 (12)을 얻을 수 있다. 여기에서도 Δz_j 의 계수는 Δz_i 에 대한 2차식이다. 식 (12)에 $A(\Delta z_i)$ 는 이미 식 (11)에 정의되어 있다.

$$\begin{aligned} A(\Delta z_i) \cdot k_j \cdot \Delta z_j + A'(\Delta z_i) - K \cdot [k_{j+1}, -z_{j+1}, \dots, k_N, -z_N] &= 0 \\ \text{단, } A'(\Delta z_i) &\equiv [k_1, -z_1, \dots, -z_{i-1} + \Delta z_i, k_i, -z_i - \Delta z_i, \dots, k_j] \end{aligned} \quad (12)$$

식 (11) 및 식 (12)와 같이 Δz_j 에 대한 1차 방정식으로 정리 되었으므로, 이를 연립하면 식 (13)과 같이 Δz_j 가 소거된다.

$$\begin{aligned} \Delta z_j &= -\frac{B(\Delta z_i) + K \cdot [-z_{j+1}, \dots, k_N, -z_N]}{A(\Delta z_i) \cdot (1 - k_j \cdot z_j) - K \cdot [k_{j+1}, -z_{j+1}, \dots, k_N, -z_N]} \\ &= -\frac{A'(\Delta z_i) - K \cdot [k_{j+1}, -z_{j+1}, \dots, k_N, -z_N]}{A(\Delta z_i) \cdot k_j} \end{aligned} \quad (13)$$

Δz_j 가 소거된 식 (13)을 Δz_i 에 대해 풀기 위해, $A(\Delta z_i)$, $B(\Delta z_i)$, $A'(\Delta z_i)$ 를 Δz_i 에 대해 전개하면 식 (14)와 같이 Δz_i 에 관한 2차식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} A(\Delta z_i) &\equiv [k_1, -z_1, \dots, -z_{i-1} + \Delta z_i, k_i, -z_i - \Delta z_i, \dots, k_{j-1}] = a_{11} \cdot (\Delta z_i)^2 + a_{12} \cdot \Delta z_i + a_{13} \\ B(\Delta z_i) &\equiv [k_1, -z_1, \dots, -z_{i-1} + \Delta z_i, k_i, -z_i - \Delta z_i, \dots, k_j, -z_j] = b_{11} \cdot (\Delta z_i)^2 + b_{12} \cdot \Delta z_i + b_{13} \\ A'(\Delta z_i) &\equiv [k_1, -z_1, \dots, -z_{i-1} + \Delta z_i, k_i, -z_i - \Delta z_i, \dots, k_j] = a_{21} \cdot (\Delta z_i)^2 + a_{22} \cdot \Delta z_i + a_{23} \\ \text{단, } a_{11} &\equiv k_i \cdot A_{i1} \cdot C_{i1} \\ a_{12} &\equiv k_i \cdot (A_{i1} \cdot D_{i1} + B_{i1} \cdot C_{i1}) \\ b_{11} &\equiv k_i \cdot A_{i1} \cdot C_{i2} \\ b_{12} &\equiv k_i \cdot (A_{i1} \cdot D_{i2} + B_{i1} \cdot C_{i2}) \\ a_{21} &\equiv k_i \cdot A_{i1} \cdot C_{i3} \\ a_{22} &\equiv k_i \cdot (A_{i1} \cdot D_{i3} + B_{i1} \cdot C_{i3}) \\ A_{i1} &\equiv [k_1, -z_1, \dots, k_{i-1}] \\ B_{i1} &\equiv [k_1, -z_1, \dots, -z_{i-1}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{i1} &\equiv -[k_{i+1}, \dots, k_{j-1}] \\
 D_{i1} &\equiv [-z_i, \dots, k_{j-1}] \\
 a_{i3} &\equiv E_{i1} \equiv [k_1, -z_1, \dots, k_{j-1}] \\
 C_{i2} &\equiv -[k_{i+1}, \dots, k_j, -z_j] \\
 D_{i2} &\equiv [-z_i, k_{i+1}, \dots, k_j, -z_j] \\
 b_{i3} &\equiv E_{i2} \equiv [k_1, -z_1, \dots, k_j, -z_j] \\
 C_{i3} &\equiv -[k_{i+1}, \dots, k_j] \\
 D_{i3} &\equiv [-z_i, k_{i+1}, \dots, k_j] \\
 a_{23} &\equiv E_{i3} \equiv [k_1, -z_1, \dots, k_j] \\
 c_1 &\equiv K \cdot [k_{j+1}, -z_{j+1}, \dots, k_N, -z_N] \\
 c_2 &\equiv K \cdot [-z_{j+1}, \dots, k_N, -z_N]
 \end{aligned} \tag{14}$$

이제 식 (13)에 식 (14)를 대입하면 Δz_i 에 대한 방정식을 얻을 수 있으며, 식 (13)의 좌변과 우변의 분모와 분자가 모두 Δz_i 에 대한 2차식이므로, 식 (13)을 전개하면 결국 Δz_i 에 대한 4차 방정식이 된다는 것을 쉽게 예상할 수 있다. 식 (13)에 식 (14)를 대입하여, Δz_i 에 대해 최종적으로 정리하면 식 (15)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 &\{a_{11} \cdot (\Delta z_i)^2 + a_{12} \cdot \Delta z_i + a_{13}\} \cdot (f_i - z_j) - f_i \cdot c_1 \cdot \{c_1 - a_{21} \cdot (\Delta z_i)^2 - a_{22} \cdot \Delta z_i - a_{23}\} + \\
 &\{a_{11} \cdot (\Delta z_i)^2 + a_{12} \cdot \Delta z_i + a_{13}\} \cdot \{b_{11} \cdot (\Delta z_i)^2 + b_{12} \cdot \Delta z_i + b_{13} + c_2\} = 0
 \end{aligned} \tag{15}$$

식 (15)에서 Δz_i 에 대해 정리하면, 식 (16)을 얻을 수 있으며, 식 (16)에 사용된 Δz_i 에 대한 방정식의 각 계수에 사용된 a_{11} , a_{12} , a_{13} , b_{11} , b_{12} , b_{13} , a_{21} , a_{22} , a_{23} 등의 정의는 이미 식 (14)에서 정의되었다.

$$\begin{aligned}
 &A_4 \cdot (\Delta z_i)^4 + A_3 \cdot (\Delta z_i)^3 + A_2 \cdot (\Delta z_i)^2 + A_1 \cdot \Delta z_i + A_0 = 0 \\
 &\text{단, } A_4 \equiv a_{11} \cdot b_{11} - a_{11} \cdot (f_i - z_j) \cdot a_{21} \\
 &A_3 \equiv a_{11} \cdot b_{12} + a_{12} \cdot b_{11} - a_{12} \cdot (f_i - z_j) \cdot a_{21} - a_{11} \cdot (f_i - z_j) \cdot a_{22} \\
 &A_2 \equiv a_{11} \cdot (f_i - z_j) \cdot (c_1 - a_{23}) - a_{12} \cdot (f_i - z_j) \cdot a_{22} + \{a_{13} \cdot (f_i - z_j) - f_i \cdot c_1\} \cdot a_{21} \\
 &\quad + a_{11} \cdot (b_{13} + c_2) + a_{12} \cdot b_{12} + a_{13} \cdot b_{11} \\
 &A_1 \equiv a_{12} \cdot (f_i - z_j) \cdot (c_1 - a_{23}) - a_{13} \cdot (f_i - z_j) \cdot a_{22} + f_i \cdot c_1 \cdot a_{22} + a_{12} \cdot (b_{13} + c_2) + a_{13} \cdot b_{12} \\
 &A_0 \equiv \{a_{13} \cdot (f_i - z_j) - f_i \cdot c_1\} \cdot (c_1 - a_{23}) + a_{13} \cdot (b_{13} + c_2)
 \end{aligned} \tag{16}$$

이 식 (16)에서 구한 Δz_i 와 식 (13)의 Δz_i 로부터 case 2의 줌 렌즈 광학계에 대한 줌 궤적을 체계적으로 알 수가 있다.

TABLE 1. The specifications of the third example in JP1999-258504 (Unit: mm)

	EFL	H1	H2	Thickness		
				Wide	Normal	Tele
1st group	136.247314	5.118750	9.283673	3.58226	41.34888	61.41823
2nd group	-39.006352	7.953922	6.809153	29.97808	16.40337	3.49288
3rd group	62.468148	1.364312	7.123414	4.41870	17.99341	30.90390
4th group	-230.818116	-1.584365	3.299259	36.06116	23.86123	30.96297
5th group	60.406382	4.217601	2.630522	27.13692	17.81480	1.87224
6th group	-50.643613	1.444391	1.786775	40.70027	62.22233	71.063162

FIG. 4. Optical layout of the third example in JP1999-258504.^[2]

그리고 식 (16)의 4개의 근들 중 물리적으로 타당하고 기계 공학적으로 제작이 가능하며, 가장 이동거리가 작은 해를 선택하여 실제로 적용하면 된다.

III. 해석적 줌 궤적 계산법을 사용한 궤적 계산의 예

무한물점용 줌 렌즈 광학계의 해석적 줌 궤적 계산법을 사용하여 실제의 줌 궤적을 계산하는 실 예를 보여주고자 한다. 표 1은 JP1999-258504^[2]의 실시예 3에서 줌 궤적 계산에 필요한 물리량을 나타낸 것으로서, EFL은 d-line에서 군별 초점거리, H1은 물체측 첫 번째 면에서 제1주요면까지의 거리, H2는 제2주요면에서 상측 마지막 면까지의 거리이고, Thickness

는 군간 간격으로, 광각단(wide), 중간단(normal), 망원단(tele) 별로 값이 달라지는 것을 알 수 있다.

그림 4는 표 1에서 보여준 SLR용 교환렌즈 제품인 80-400 mm F/4.5~5.6 망원렌즈의 제품으로 추정되는 JP1999-258504^[2]의 실시예 3에 대한 광로도이다. 이 광학계는 2군과 4군이 고정 군이고, 1군과 조리개가 포함된 3군, 5군과 6군이 변배시 이동되며, AF는 가장 마지막 군인 6군으로 수행한다. 이러한 6군 광학계의 경우에는 참고문헌 1의 해석적인 방법으로는 해를 구하는 것이 매우 복잡하다.

2장의 2.1의 case 1은 계산이 비교적 간단하므로, 2.2의 case 2인 초점거리가 주어진 경우부터 살펴보고자 한다. 2.2에서 설명한대로 설계하고자 하는 줌 렌즈 광학계가 원하는 EFL과 BFL을 만족해야 하므로 2개의 이동군을 선택해야 하

TABLE 2. The locus table of the third example in JP1999-258504 by compensation of the 1st & 6th groups (Unit: mm)

Step	EFL	thi s5	thi s13	thi s19	thi s21	thi s26	thi s29	thi s31
0	82.00867	3.582261	29.978084	4.418699	36.061159	27.136917	37.724924	1
100	112.97255	20.045991	25.885465	8.511318	31.576539	24.008164	45.338296	1
200	143.93644	30.184373	22.113757	12.283026	27.975208	21.509345	51.438444	1
300	174.90032	37.322488	18.66296	15.733823	25.257167	19.310798	56.355032	1
400	205.8642	42.807051	15.533073	18.86371	23.422414	17.209327	60.291255	1
500	236.82809	47.273781	12.724097	21.672686	22.47095	15.068227	63.383818	1
600	267.79197	51.044885	10.236032	24.160751	22.402775	12.797354	65.722867	1
700	298.75585	54.284661	8.068877	26.327906	23.21789	10.34602	67.359087	1
800	329.71973	57.072739	6.222633	28.17415	24.916293	7.698106	68.308598	1
900	360.68362	59.44485	4.6973	29.699483	27.497985	4.864569	68.560445	1
1000	391.6475	61.418227	3.492878	30.903905	30.962966	1.872236	68.087798	1

FIG. 5. The zoom locus of the third example in JP1999-258504 by Table 2.

는데, 고정군인 2군과 4군을 제외한 4개의 군 중에서 2개를 임의적으로 선택해야 한다. 이 때 경우의 수는 6가지가 있는데, 본 논문에서는 여섯 가지 중에서 편의상 1군과 6군, 3군과 5군, 1군과 3군을 선택한 세 가지 형태만 논하도록 한다.

표 2는 1군과 6군을 선택했을 때, 식 (13)과 식 (16)을 만족하는 군간 거리를 계산한 결과이다. 줌 궤적을 계산하는 이유가 각 이동군의 캠을 가공하거나 전기모터 등으로 각 군의 이동을 제어하기 위한 목적이므로, 수백 등분 이상으로 세밀하게 계산하는 것이 일반적이나 본 연구에서 이 모든 값을 모두 보이는 것은 의미가 없으므로 총 1000등분 중 줌 양 끝단을 포함해서 11등분만 표시했다. 그림 5는 표 2의 값을 그린 것으로 이는 각 군의 궤적이며, 왼쪽 곡선부터 차례대로 1군~6군을 의미한다. 표 2를 그릴 때에는 각 군의 간격을 직

접 그리는 것이 아니고, 궤적을 그리려는 군까지의 누적 군간 거리를 계산한다. 마찬가지로 표 3은 3군과 5군을 선택했을 때 식 (13)과 식 (16)을 만족하는 군간 거리를 계산한 결과이고, 그림 6은 표 3과 같은 각 군의 궤적을 나타낸 것이다. 마지막으로 표 4는 1군과 3군을 선택했을 때의 결과이고, 그림 7은 표 4와 같은 각 군의 궤적을 나타낸 것이다. 표 2~표 4에서 보는 것처럼, 스플라인 보간된 EFL과 BFL이 만족되도록 궤적을 계산했기 때문에 EFL과 BFL이 모두 일치하는 것을 확인할 수 있다. 그림 5~그림 7에서 표시된 7번째 군은 OLPF(Optical Low Pass Filter) 및 촬상소자의 보호 유리를 포함한 굴절능이 없는 양면 평면 소자를 의미한다. 따라서 실제 BFL은 'thi s29' 및 'thi s31'를 합한 값이 된다. 표 3~표 4에서 'thi s29' 및 'thi s31'를 합한 값이 일정한 것을 알

TABLE 3. The locus table of the third example in JP1999-258504 by compensation of the 3rd & 5th (Unit: mm)

Step	EFL	thi s5	thi s13	thi s19	thi s21	thi s26	thi s29	thi s31
0	82.00867	3.582261	29.978084	4.418699	36.061159	27.136917	37.724924	1
100	112.972553	15.651828	22.292615	12.104168	30.115497	26.092563	44.714938	1
200	143.936436	26.324513	18.58427	15.812513	26.363045	23.733606	50.826346	1
300	174.900319	35.600315	16.90874	17.488043	24.4148	20.449048	56.059148	1
400	205.864202	43.479235	16.29642	18.100363	23.793288	16.716363	60.413345	1
500	236.828085	49.961272	16.126787	18.269996	24.110824	12.923237	63.888935	1
600	267.791968	55.046428	15.869605	18.527178	25.088269	9.348808	66.485919	1
700	298.75585	58.734701	15.000708	19.396075	26.535364	6.183334	68.204298	1
800	329.719733	61.026092	13.003731	21.393052	28.28058	3.598346	69.044071	1
900	360.683616	61.920601	9.37309	25.023693	30.013065	1.904696	69.005237	1
1000	391.647499	61.418227	3.492878	30.903905	30.962966	1.872236	68.087798	1

FIG. 6. The zoom locus of the first example in JP1999-258504 by Table 3.

TABLE 4. The locus table of the third example in JP1999-258504 by compensation of the 1st & 3th (Unit: mm)

Step	EFL	thi s5	thi s13	thi s19	thi s21	thi s26	thi s29	thi s31
0	82.00867	3.582261	29.978084	4.418699	36.061159	27.136917	37.724924	1
100	112.972553	19.103767	24.836034	9.560749	31.576539	24.631521	44.714938	1
200	143.936436	29.380272	21.125985	13.270798	27.975208	22.121443	50.826346	1
300	174.900319	36.974329	18.200727	16.196057	25.257167	19.606681	56.059148	1
400	205.864202	42.938001	15.719367	18.677416	23.422414	17.087237	60.413345	1
500	236.828085	47.772947	13.483223	20.91356	22.47095	14.563111	63.888935	1
600	267.791968	51.744226	11.374083	23.0227	22.402775	12.034301	66.485919	1
700	298.75585	55.005732	9.327933	25.06885	23.21789	9.500809	68.204298	1
800	329.719733	57.657557	7.322241	27.074543	24.916293	6.962634	69.044071	1
900	360.683616	59.774214	5.366801	29.029982	27.497985	4.419777	69.005237	1
1000	391.647499	61.418227	3.492878	30.903905	30.962966	1.872236	68.087798	1

FIG. 7. The zoom locus of the first example in JP1999-258504 by Table 4.**TABLE 5.** The locus table of the third example in JP1999-258504 by compensation of the 5th group for linearization of 1st group (Unit: mm)

Step	EFL	thi s5	thi s13	thi s19	thi s21	thi s26	thi s29	thi s31
0	82.00867	3.582261	29.978084	4.418699	36.061159	27.136917	37.724924	1
100	92.002977	9.365859	28.807108	5.589675	33.719017	25.769441	41.43454	1
200	103.820535	15.149457	27.307788	7.088995	31.438729	24.48974	44.994528	1
300	117.92308	20.933055	25.480126	8.916657	29.274887	23.243222	48.404887	1
400	134.909875	26.716652	23.32412	11.072663	27.295756	21.961623	51.665617	1
500	155.574829	32.500249	20.839771	13.557012	25.594561	20.551715	54.776719	1
600	181.00629	38.283845	18.027079	16.369705	24.307598	18.877206	57.738192	1
700	212.792289	44.067441	14.886043	19.51074	23.645908	16.727052	60.550037	1
800	253.530551	49.851037	11.416665	22.980118	23.958674	13.752071	63.212252	1
900	308.393276	55.634632	7.618943	26.77784	25.89171	9.306449	65.72484	1
1000	391.647499	61.418227	3.492878	30.903905	30.962966	1.872236	68.087798	1

FIG. 8. The zoom locus of the first example in JP1999-258504 by Table 5.

TABLE 6. The locus table of the third example in JP1999-258504 by compensation of the 1th group for linearization of 3rd group (Unit: mm)

Step	EFL	thi s5	thi s13	thi s19	thi s21	thi s26	thi s29	thi s31
0	82.00867	3.582261	29.978084	4.418699	36.061159	27.136917	37.724924	1
100	94.723813	8.621285	27.329562	7.067221	32.097881	25.916997	42.908121	1
200	112.739632	16.649577	24.681041	9.715742	28.902038	24.406734	47.614226	1
300	135.48746	25.332075	22.032519	12.364264	26.47363	22.606126	51.843241	1
400	162.379856	33.445823	19.383998	15.012785	24.812658	20.515174	55.595164	1
500	192.873895	40.537587	16.735477	17.661306	23.919121	18.133878	58.869997	1
600	226.536769	46.53523	14.086957	20.309826	23.79302	15.462237	61.667739	1
700	263.111359	51.513775	11.438437	22.958346	24.434353	12.500253	63.98839	1
800	302.579115	55.585437	8.789917	25.606866	25.843122	9.247925	65.83195	1
900	345.217324	58.856941	6.141397	28.255386	28.019326	5.705253	67.19842	1
1000	391.647499	61.418227	3.492878	30.903905	30.962966	1.872236	68.087798	1

FIG. 9. The zoom locus for the first example in JP1999-258504 by Table 6.

수 있다. BFL이 스플라인 보간된 값을 만족하도록 계산했는데, 표 2의 BFL에 해당하는 값이 표 3~표 4과 다른 이유는 표 2를 계산했을 때에는 마지막 군인 6군을 보상자로 사용했기 때문이다. 단, 표 2~표 4에서 고정군인 2군 또는 4군에서 상면까지의 거리는 모두 일정한 것을 확인할 수 있다.

이번에는 2.1의 case 1로서 초점거리 또는 배율이 가변이고, 한 개의 군만이 BFL 변화를 보상하는 경우에 대한 줌 궤적을 구하는 것이다. 움직이는 군이 4개이고 특정군을 선형으로 궤적을 계산한다면, 1군과 3군이 선형이 될 수 있다. 따라서 경우의 수는 총 6가지가 되겠으나, 여기서도 실무적으로 많이 사용될 수 있는 1군을 선형으로 하고 5군으로 보정하는 것과 3군을 선형으로 하고 1군으로 보정하는 것만을 계산한다. 표 5는 1군이 선형이고 5군으로 보정했을 때, 식 (8)을 만족하는 군간 거리를 계산한 결과이고, 그림 8은 표 5와 같은 각 군의 궤적을 나타낸 것이다. 표 6은 3군이 선형이고 1군으로 보정했을 때, 식 (9)를 만족하는 군간 거리를 계산한 결과이고, 그림 9는 표 6과 같은 각 군의 궤적을 나타낸 것이다.

IV. 결 론

최근에는 CAM 가공 기술이 발전하여 이를 적용하는 데 문제가 없고, 카메라 광학계의 경우, AF 속도를 빠르게 하기 위해 기존 광학계와 다른 형태로 광학 설계를 하게 된다. 이 때문에 군의 개수가 늘어나므로, 기존의 해석적인 방법으로는 궤적 계산이 어렵고, 또한 수치해석적인 방법은 시간이 많이 걸리는 단점이 있다. 이러한 문제점들을 해결하기 위하여 본 논문에서는 줌 렌즈 광학계의 각 군을 스플라인 보간을 한 뒤, 제약조건으로 주어진 BFL 및 EFL을 만족하도록 하는 1개 또는 2개 군의 이동량을 해석적으로 구해 궤적을 계산하는 방법에 대해 제안하고 이에 대한 이론식을 해석적으로 유도하였다. 이러한 방법으로 무한물점용 줌 렌즈 광학계에서 군의 개수의 제한 없이 모든 광학계에 대해 반복적인 수치해석적 계산과정이 없이 해석적인 방법만을 통하여 줌 궤적을 구할 수 있었다. 모든 줌 렌즈 광학계의 유형은 (1) 무한물점용 줌 렌즈 광학계에 대한 초점거리 또는 배율이 변하면서 한 개의 군이 움직이는 경우(case 1)와 (2) 무한물점용 줌 렌즈 광학계에 대하여 두 개의 군이 움직이는 경우(case 2)에 대하여 해석적인 해를 구하였다.

이 결과의 유용성을 증명하기 위하여 참고문헌 1의 해석적인 방법으로는 해를 구하는 것이 매우 어렵고 복잡한 6군 줌 렌즈 광학계인 참고문헌 2인 JP1999-258504의 실시 예들을

사용하였다. 그 결과 case 1에 대한 줌 궤적 결과인 그림 8과 그림 9 및 case 2의 줌 궤적에 대한 결과인 그림 5, 그림 6, 그림 7을 구하고 이를 해석하는 과정을 보듯이 비교적 쉽게 그리고 체계적이면서 통합적인 해석적 궤적 계산법으로부터 다양하게 줌 궤적을 구할 수 있음을 보여 주었다.

이러한 무한물점용 줌 렌즈 광학계에 대한 줌 궤적의 해석적 해를 이용한 방법은 유한물점으로도 확장이 가능하리라 생각하며, 다중배치 광학계나 매크로 렌즈와 같은 다양한 유사 줌 렌즈 광학계에도 적용이 가능하리라 생각한다.

References

1. J. H. Jung, "Paraxial design and locus analysis of zoom lens system," Dissertation of Ph. D. Degree, Kyungnam University (1994).
2. A. Masayuki, "Vibration proof zoom lens," Japan Patent JP1999-258504 (1999).
3. *Camera Lens Hyaka (Encyclopedia)*, 1st ed. (Shashin Kogyo Shoppan Co., Ltd., 2001), Chapter 76.
4. Amateur Photographer, "AP award winners 2011," (IPC Media Ltd., 2011), http://www.amateurphotographer.co.uk/news/AP_Awards_2011_news_305140.html.
5. A. Shibayama and K. Mizuguchi, "Zoom lens with vibration-proof function," Japan Patent JP2006-221092 (2006).
6. S. Yoneyama, "Zoom lens and photographing apparatus having the same," Korean Patent 10-2011-0074291 (2011).
7. N. J. Yoo, W. S. Kim, J. H. Jo, J. M. Ryu, H. J. Lee, and G. M. Kang, "Numerical calculation method for paraxial zoom loci of complicated zoom lenses with infinite object distance by using Gaussian Bracket method," Korean J. Opt. Photon. (Hankook Kwanghak Hoeji) **18**, 410-420 (2007).
8. D. K. Lee, N. J. Yoo, J. H. Jo, J. M. Ryu, G. M. Kang, and H. J. Lee, "General numerical calculation method for paraxial zoom loci of zoom lenses with finite object distance by using Gaussian Bracket method," Korean J. Opt. Photon. (Hankook Kwanghak Hoeji) **20**, 156-165 (2009).
9. W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical Recipes in C*, 2nd ed. (Cambridge University Press, 1992), Chapter 3.
10. J. M. Ryu, G. M. Kang, H. J. Lee, H. K. Lee, and J. H. Jo, "Correction method for the variation of the image plane generated by various symmetric error factors of zoom lenses of digital still cameras and estimation method of defect rate due to the correction," Korean J. Opt. Photon. (Hankook Kwanghak Hoeji) **15**, 420-429 (2006).