z변환을 이용한 시간영역에서의 승차감 평가

Evaluation of Ride Comfort in Time Domain by Using z-Transform

김영국[†] · 김석원¹ · 박찬경¹ · 김상수¹ · 김기환¹

Young Guk Kim · Seog Won Kim · Chan Kyoung Park · Sang Soo Kim · Ki Hwan Kim

Abstract In evaluating the ride comfort of railway vehicles, relationship between passenger's feeling and vibration characteristics is very important because human feeling is dependent on frequency spectrum of vibration. Therefore, the weighing curves in frequency domain are used to evaluate the ride comfort of railway vehicles. These curves have been defined in the Laplace transfer functions. It is necessary to convert the Laplace weighing function to the z weighing function in order to obtain the rms value in the time domain. In the present paper, we have applied Tustin's approximation to transform the Laplace weighing function to the z weighing and validated this method by reviewing the various cases.

Keywords : Ride comfort, Ride index, Statistical evaluation method, Frequency weighting curve, Transfer function, analog-digital transform, Tustin's approximation

초 록 철도차량의 승차감은 승객이 느끼는 감정이므로 물리적인 진동의 크기뿐만 아니라 인간의 감응도(느낌)도 고려하여야 하며, 이러한 진동에 대한 인간의 감응도를 나타낸 것이 주파수 보정곡선이다. 주파수 보정곡선은 라플라스 변환형태의 전달함수이기 때문에 이 전달함수를 직접 사용하여 시간 영역에서의 승차감의 평가가 불가능하다. 이를 해결하기 위해서 본 논문에서는 라플라스 변환형태의 전달함수를 시간 영역에서 사용할 수 있는 전달함수로 변환하는 방법을 제시하고 다양한 예제를 통해 이 방법에 대한 타당성을 입증하였다.

주요어 : 승차감, 승차감지수, 통계적 방법, 주파수 보정곡선, 전달함수, 아날로그-디지털 변환, Tustin 근사

1. 서 론

철도차량의 승차감은 진동, 소음, 냄새, 온도, 습도, 시각적 자극, 의자 디자인 등과 같은 많은 요인들에 의해 영향을 받지만, 상대적으로 승객에게 크게 영향을 주는 철도차량의 진동으로 철도차량의 승차감을 평가한다[1-5]. 일반적으로 진동은 가속도를 측정하여 평가되기 때문에 가속도의 크기가 승차감의 정도를 결정하는 중요한 요소이다. 또한, 승차감은 승객이 느끼는 감정이므로 물리적인 가속도의 크기뿐만 아니라 진동에 대한 인간의 감응도(response)도 고려하여야 한다. 이러한 진동에 대한 인간의 감응도는 동일한 진동의 크기에 대해 주파수 변화에 대한 느낌을 말해주는 주파수 보정곡선(frequency weighting curve)으로 정의된다[1-8]. 철도차량의 승차감 평가를 위한 주파수 보정곡선은 국제철도협회(UIC, International Union of Railways), 유럽표준위원회(CEN, European Committee for Standardization), 국제표준위원회(ISO, International Standardization Committee) 등 많은 규격에 제시되어 있다[6-7].

철도차량의 승차감 평가에는 기본적으로 측정 가속도에 인간의 감응도가 고려된 주파수 보정 가속도(frequency weighted

acceleration)로부터 구해진 가속도 실효값(rms, root mean square)이 사용된다. Fig. 1은 주파수 보정된 가속도 실효값을 수치적으로 계산하는 흐름도를 나타낸 것이다[7]. 그림에서 보는 바와 같이 주파수 보정 가속도 실효값은 시간 영역과 주파수 영역에서 구하는 것이 가능하다. 그러나 각 규격에서 제시하고 있는 주파수 보정곡선은 연속계(Continuous system)를 나타내는 라플라스(Laplace) 형태의 전달함수[1,6,7]이기 때문에 주파수 보정 가속도 실효값을 주파수 영역에서는 구할 수 있으나 시간 영역에서 구하지 못한다. 따라서, 라플라스 변환형태의 전달함수를 시간 영역에서 사용할 수 있는 z변환(z transform)한 전달함수를 사용하여 시간 영역에서의 주파수 보정 가속도 실효값을 구해야 한다. 또한, 주파수 영역에서의 주파수 보정 가속도 실효값을 구하기 위해서는 시간 영역에서 측정된 가속도를 주파수 영역으로 변환하는데 일반적으로 사용되는 고속 푸리에 변환(FFT, Fast Fourier Transform)의 경우는 변환 신호 데이터 갯수가 2^n (n은 임의의 정수)으로 제한되므로 승차감 평가에서 필요로 하는 5초 간격의 가속도 실효값을 구하기 어려운 문제점이 있다. 예를 들면, 승차감 평가를 위해 사용하는 샘플링 주파수는 400Hz이므로 5초 간격의 가속도 실효값을 얻기 위해 필요한 데이터 갯수는 2,000개이지만 실제로 고속 푸리에 변환을 하는 경우에는 2,048개($=2^{11}$)의 데이터 갯수가 필요하기 때문에 5.12초 간격의 가속도 실효값을 얻을 수 밖에 없다.

[†]교신저자 : 한국철도기술연구원 차세대고속철도기술개발사업단
E-mail : ygkim@krti.re.kr

¹한국철도기술연구원

Fig. 1 Flowchart for numerical calculation of weighted rms acceleration

본 논문에서는 라플라스 변환형태의 전달함수로 정의되어 있는 주파수 보정곡선을 z변환한 전달함수로 수치적으로 계산하고 이를 이용하여 시간 영역에서의 주파수 보정 가속도 실효값을 구하는 방법을 제시한다. 또한, 시간 영역에서 계산된 주파수 보정 가속도 실효값과 주파수 영역에서 계산된 것에 대해 다양한 예를 통한 비교 검증을 통해 제시한 방법의 타당성을 검증하고 실제 고속철도 차량의 시운전 시험을 통해 시간 영역과 주파수 영역에서 승차감 지수를 계산하고 이들을 분석하고자 한다.

2. z변환형태의 주파수 보정곡선

연속계는 진동 모델에서 흔히 다루고 있는 질량-스프링-댐퍼 시스템과 같은 실제 시스템으로 아날로그 시스템(analog system)을 말하며, 연속계의 동적 거동은 미분방정

식이나 라플라스 변환형태의 전달함수로 표현된다. 이산계는 컴퓨터 등에서 사용되는 것으로 디지털 시스템(digital system)이며, 이산계의 역학적인 거동은 차분방정식이나 z변환형태의 전달함수로 표현된다[9].

가속도, 힘, 전압, 전류 등의 신호를 측정하는 계측시스템은 컴퓨터를 기반으로 구성되어 있는 디지털 시스템이므로 계측시스템에서 주파수 보정된 가속도를 실시간(real time)으로 측정 및 모니터링을 위해서는 라플라스 변환형태의 전달함수로 정의되어 있는 주파수 보정곡선을 z변환형태의 전달함수로 바꾸어 주는 아날로그-디지털 변환이 필요하다.

아날로그-디지털 변환에 사용되는 방법은 표준 z변환, 임펄스 불변법, 수치적분법 등이 있으며[9,10], 일반적으로 연속계 전달함수의 주파수 특성을 유지시키는 이산계 전달함수를 구하는 수치적분법이 많이 사용된다. 본 논문에서는 수치적분법의 한 방법인 Tustin 근사법(Tustin's approximation method)을 적용하였다. 이 방법은 라플라스 변환형태의 전달함수 $H(s)$ 에 식 (1)로 정의된 s 를 대입하여 z 에 대해 정리하면 전달함수 $H(z)$ 가 된다[10].

$$s = \frac{2}{T_s} \times \frac{z-1}{z+1} \quad (1)$$

여기서 T_s 는 샘플링 시간(sampling time)이다.

Fig. 2는 ISO2631-4에 규정된 주파수 보정곡선 W_b 에 대한 라플라스 변환형태의 전달함수의 주파수 특성과 z변환형태의 전달함수의 주파수 특성을 샘플링 시간의 변화에 대해 나타낸 것이다. 아날로그-디지털 변환은 식 (1)에 나타난 바와 같이 샘플링 시간과 관련이 있기 때문에 z변환형태의 전달함수에 대한 주파수 특성은 Fig. 2(b)에서 보는 바와 같이 샘플링 시간에 따라 변화하며, 0.5ms 미만에서는 40Hz 이하의 주파수에서, 2.5ms 초과에서는 10Hz 이상의 주파수에서 라플라스 변환형태의 전달함수에 대한 주파수 특성과 일치하지 않음을 알 수 있다. 따라서, 아날로그-디지털 변환은 샘플링 시간이 0.5 ~ 2.5ms 범위에서 유효하다고 판단되며, 아날로그-디지털 변환시에 샘플링 시간의 문제를 검토해야 할 것이다.

Fig. 2 Frequency characteristics of W_b (ISO)

Table 1 z-transforms for frequency weighting curves

Weighting		Transfer function
ISO	$W_b(s)$	$\frac{4.064 \times 10^7 s^5 + 4.795 \times 10^9 s^4 + 8.134 \times 10^{10} s^3 + 1.008 \times 10^{12} s^2}{s^8 + 1098s^7 + 5.994 \times 10^5 s^6 + 9.888 \times 10^7 s^5 + 6.84 \times 10^9 s^4 + 1.804 \times 10^{11} s^3 + 3.116 \times 10^{12} s^2 + 9.911 \times 10^{12} s + 1.592 \times 10^{13}}$
	$W_b(z)$	$\frac{0.02595z^8 - 0.04497z^7 - 0.05855z^6 + 0.1349z^5 + 0.01995z^4 - 0.1349z^3 + 0.03195z^2 + 0.04497z - 0.0193}{z^8 - 5.787z^7 + 14.35z^6 - 19.98z^5 + 17.26z^4 - 9.718z^3 + 3.653z^2 - 0.8889z + 0.1101}$
EN/ISO	$W_d(s)$	$\frac{4.961 \times 10^6 s^3 + 6.234 \times 10^7 s^2}{s^6 + 908.4s^5 + 4.158 \times 10^5 s^4 + 9.481 \times 10^6 s^3 + 9.332 \times 10^7 s^2 + 2.713 \times 10^8 s + 3.938 \times 10^8}$
	$W_d(z)$	$\frac{0.00351z^6 + 0.0001086z^5 - 0.01042z^4 - 0.0002171z^3 + 0.01031z^2 + 0.0001086z - 0.003401}{z^6 - 4.223z^5 + 7.123z^4 - 6.206z^3 + 3.113z^2 - 0.9831z + 0.1768}$
EN	$W_b(s)$	$\frac{4.064 \times 10^7 s^5 + 4.884 \times 10^9 s^4 + 9.025 \times 10^{10} s^3 + 1.008 \times 10^{12} s^2}{s^8 + 1079s^7 + 5.834 \times 10^5 s^6 + 9.182 \times 10^7 s^5 + 6.916 \times 10^9 s^4 + 1.947 \times 10^{11} s^3 + 3.166 \times 10^{12} s^2 + 1 \times 10^{13} s + 1.592 \times 10^{13}}$
	$W_b(z)$	$\frac{0.02649z^8 - 0.04575z^7 - 0.05986z^6 + 0.1373z^5 + 0.02068z^4 - 0.1373z^3 + 0.03228z^2 + 0.04576z - 0.01959}{z^8 - 5.813z^7 + 14.49z^6 - 20.29z^5 + 17.64z^4 - 9.988z^3 + 3.773z^2 - 0.9233z + 0.1154}$

Table 1은 샘플링 시간이 2.5ms일 때에 ISO와 EN에 규정된 W_b 와 W_d 에 대한 라플라스 변환형태의 전달함수의 주파수 보정곡선과 이들을 z변환형태의 전달함수로 아날로그-디지털 변환한 결과를 요약 정리한 것이다. UIC와 EN에 정의된 W_b 와 W_d 의 주파수 보정곡선은 동일하기 때문에 생략했으며, ISO와 EN에 정의된 W_d 의 주파수 보정곡선은 동일하다[1].

3. 아날로그-디지털 변환결과의 검증

아날로그-디지털 변환 결과는 여러 가지의 입력신호를 Fig. 1에 나타낸 바와 같이 시간 영역과 주파수 영역에서 ISO와 EN에 규정된 주파수 보정곡선 W_b 와 W_d 로 보정된 가속도 실효값을 계산하고 이들의 비교 분석을 통해 타당성을 검증하였다. 또한, 실제 고속철도 차량의 승차감을 ISO와 EN의

규정된 통계적인 방법[6,7]으로 시간 영역과 주파수 영역에서 구하여 비교 분석하였다.

3.1 검증 1: 정현파/랜덤(random) 입력신호에 대한 실효값 분석을 통한 검증

검증1은 입력신호로 정현파와 랜덤신호를 사용하여 시간 영역과 주파수 영역에 대해 이들 입력신호에 대한 ISO와 EN에 규정된 주파수 보정곡선 W_b 와 W_d 로 보정된 가속도 실효값의 비교 분석을 통해 진행하였다. 정현파 입력신호는 진폭을 1로 하고 주파수를 1 ~ 30Hz까지 변경하였으며, 랜덤한 입력신호는 전체 주파수 범위에서 일정한 크기를 갖는 백색 노이즈 (white noise)신호를 이용하였다.

Fig. 3과 Fig. 4는 정현파 입력신호에 대한 ISO와 EN에 규정된 주파수 보정곡선의 가속도 실효값을 각각 나타낸 것으

Fig. 3 rms values to sinusoidal inputs in frequency and time domain for ISO

Fig. 4 rms values to sinusoidal inputs in frequency and time domain for EN

Fig. 5 rms values to random inputs in frequency and time domain for ISO and EN

로 x, y 및 z는 각각 열차의 진행방향, 횡방향 및 수직방향을 나타낸다. 이들 그림에서 보는 바와 같이 가속도 실효값들의 최대오차는 2.14%로 시간영역과 주파수 영역에서 계산된 가속도 실효값들은 거의 일치함을 알 수 있다.

Fig. 5는 랜덤 입력신호에 대한 ISO와 EN에 규정된 주파수 보정곡선의 가속도 실효값을 시간영역과 주파수 영역에 대해 나타낸 것으로 10회의 서로 다른 랜덤 입력신호에 따라 반복적으로 수행한 결과이다. 10회의 반복적으로 계산된 가속도 실효값의 오차는 ISO의 경우에 1.12 ~ 1.37%, EN의 경우에 1.19 ~ 1.57%로 EN의 경우가 약간 크지만 시간영역과 주파수 영역에서 계산된 가속도 실효값들은 거의 일치하고 있다.

3.2 검증 2: 실제 고속차량 시운전을 통해 획득된 가속도의 실효값 분석을 통한 검증

검증2는 고속철도 차량이 경부선을 운행한 때에 측정된 가속도 신호에 대해 시간영역과 주파수 영역에서 ISO와 EN에 규정된 주파수 보정곡선 W_b 와 W_d 로 보정된 가속도 실효값의 비교 분석을 통해 실시하였다. Fig. 6은 고속철도 차

량이 경부선 (서대전-광명)을 운행한 때에 ISO와 EN에 규정된 주파수 보정곡선에 따른 가속도 실효값을 5.12초 간격으로 시간영역과 주파수 영역에 대해 나타낸 것이다. 5.12초 간격의 가속도 실효값 계산은 서론에서 설명한 바와 같이 시간 영역에서 주파수 영역으로 변환시키는 고속 푸리에 변환의 사용 데이터 개수의 제한(2^{11} 개) 때문에 발생한 것이다 (400Hz 샘플링, 데이터 갯수 $2^{11}=2048$). Fig. 6(a)에서 보는 바와 같이 고속철도 차량이 고속선로 구간에서는 300km/h의 속도로 운행하였음을 알 수 있으며, 300km/h의 속도 운행 구간의 일부 (1,700 ~ 2,000초)에 대한 5.12초 간격의 가속도 실효값(x, y, z)들이 Fig. 6(b) ~ (d)이다. 그림에서 보는 바와 같이 이 구간에서는 시간영역과 주파수 영역에 구한 가속도 실효값이 x, y 및 z에 각각 1.15, 1.72 및 0.52%(ISO와 EN 거의 동일함)로 거의 일치함을 알 수 있다.

3.3 검증 3: 실제 고속차량의 승차감 지수 분석을 통한 검증

검증3은 고속철도 차량이 경부선을 운행한 때에 시간영역과 주파수 영역에서 ISO와 EN 규정에 따른 통계적인 방법 [6-8]으로 구한 승차감 지수의 비교 분석을 통해 실시하였

Fig. 6 rms values for x, y and z through on-line test in the Kyoungbu line

Fig. 7 Ride indices according to ISO and EN

다. Fig. 7은 고속철도 차량이 경부선을 운행한 때에 승차감을 통계적인 방법으로 각 규격에 따라 평가한 예이다. 그림에서 보는 바와 같이 ISO와 EN에 규정에 따른 시간영역과 주파수 영역에서 승차감 지수는 잘 일치함을 알고 있다.

다만, Fig. 7(b)에서 보는 바와 같이 시간영역과 주파수 영역 모두 EN 규정에 따른 승차감 지수가 ISO 규정에 따른 승차감 지수보다 크다. 이는 고속철도 차량이 1, 8 및 11Hz의 주파수에서 가속도가 크게 발생하며, 주파수 보정곡선의

크기가 8Hz 이상에서는 ISO규격이 다른 규격보다 작기 때문이다[1].

4. 결 론

본 연구에서는 철도차량의 승차감을 시간 영역에서 직접적으로 평가하기 위해 라플라스 변환형태의 전달함수로 정의되어 있는 주파수 보정곡선을 z변환형태로 변환할 수 있

도록 근사적 방법인 Tustin 방법을 적용하는 방안의 제안 및 예제 검토를 통해 아래와 같은 결론을 도출할 수 있었다.

(1) z변환형태의 전달함수는 샘플링 시간의 함수이며, 이 전달함수가 특정한 범위의 샘플링 시간에서만 라플라스 변환형태와 동일한 주파수 특성을 갖기 때문에 주파수 보정곡선에 대한 전달함수의 변환시에 사용하려는 샘플링 시간이 적합한지를 검토해야 한다.

(2) 시간 영역과 주파수 영역에서 정현파 및 랜덤 입력신호에 대해 주파수 보정곡선(W_b , W_d)이 고려된 가속도 실효값과 통계적인 방법으로 시운전 시험에서 획득된 고속철도 차량의 승차감 지수의 비교 분석을 통하여 제안한 방법의 타당성을 검증하였다. z변환형태의 전달함수를 사용하는 시간 영역의 결과가 라플라스 변환형태의 전달함수를 사용하는 주파수 영역의 결과와 거의 일치하므로 제시한 방법이 유효한 것으로 판단된다.

후 기

본 연구는 국토해양부 미래철도기술개발사업의 차세대고속철도기술개발사업 “분산형 고속철도시스템 통합 및 총괄” 과제의 지원을 받고 있음을 밝힙니다.

참고문헌

- [1] Y.G. Kim, C.K. Park, S.W. Kim, K.H. Kim, J.S. Paik (2010) Analysis of the Frequency Weighting Curve for the Evaluation of Ride Comfort, *Journal of the Korean Society for Railway*, 13(6), pp. 552-558.
- [2] Y.G. Kim, S. Choi, S.W. Kim, Y.M. Kim (2009) An experimental study on the ride comfort of the Korea high-speed train, *EXPERIMENTAL TECHNIQUES*, 33(6), pp30-37.
- [3] Y.G. Kim, H.B. Kwon, S.W. Kim, C.K. Park (2003), Correlation of evaluation methods of ride comfort for railway vehicles, *Proc. Instn. Mech. Engrs(Part F)*, 217, pp. 73-88.
- [4] Suzuki, H. (1998) Research Trends on Riding Comfort Evaluation in Japan, *Proc. Instn. Mech. Engrs.(Part F)*, 212, pp. 61-72.
- [5] Y.G. Kim, S.W. Kim, J.Y. Mok, S.S. Kim (2007) Estimation of ride comfort for Korean high speed train at high speed, *Journal of the Korean Society for Railway*, 10(2), pp. 146-152.
- [6] International Organization for Standardization, ISO Code 10056 (2001).
- [7] European Committee for Standardization (2009), EN Code 12299.
- [8] Y.G. Kim, S.W. Kim, J.Y. Mok, K.H. Kim (2004) Analysis and evaluation of ride comfort for high speed train using statistical method according to UIC513R, *Journal of the Korean Society for Railway*, 7(4), pp. 332-338.
- [9] Ogata, K. (1970) Modern Control Engineering, Prentice-Hall, Inc.
- [10] NATIONAL INSTRUMENTS (2006) LabVIEW Control design toolkit user manual.

접수일(2011년 10월 6일), 수정일(2011년 11월 18일),
게재확정일(2011년 12월 5일)