철도 선로용량 산정방법 비교 연구

A Comparative Study on Methods of Assessing Railroad Track Capacity

오석문* · 노학래 · 김영훈 · 홍순흠

Suk-Mun Oh · Hag-Lae Rho · Young-Hoon Kim · Soon-Heum Hong

Abstract In this paper, we review a variety of state-of-the-art research on assessment of the railway track capacity. We address the three well-known methods (Yamagishi, UIC 406, and TCRP-13) with individual case study in this research field. First, we explicitly present every derivation-step of the Yamagishi equations that has been most frequently applied in the Korean railway without clear understanding for it. Further, we present a prospective application scheme of the method as an analytic assessment method. Second, we address establishing process of UIC 406 standard and its application method, which is known as the standard method in Europe. Finally, we address the method and application of TCRP-13, and present comparison between the three methods. This paper is expected to contribute for improving understand on the in-using equations and methods in practice as well as for activating application of the internationally well-used method to the Korean railway.

Keywords : Railway line capacity, Yamagishi, UIC 406, TCRP-13

초 록 본 연구에서는 철도 선로용량 산정 관련 다양한 기존 연구들을 재검토한다. 국내외에서 대표적인 이 분야 3가지 방법(야마기시, UIC 및 TCRP 방법)들을 사례와 함께 설명한다. 먼저 국내에서 가장 많이 활용되는 방식이면서도 각 단계에 대해 명확하게 이해되지 않았던 야마기시 방법의 산식 전개과정을 명확하게 제시한다. 또한, 다양한 해석적 방법의 하나로써 이 방법의 발전적 활용방안을 제시한다. 다음 최근 유럽에서 표준적으로 사용되는 UIC 406 방법의 제정 과정과 적용 방법을 설명한다. 마지막으로 도시철도의 수송용량 분석에 주로 활용되는 TCRP 방법의 특징을 설명하고, 이 3가지 방법의 특징을 비교·분석한다. 본 논문은 이 분야 현업 종사자들이 현재 사용 중인 철도 선로용량 산식에 대한 이해를 향상하고, 국제적으로 통용되는 방법의 국내 적용 활성화에 기여할 것으로 판단된다.

주요어 : 선로용량, 야마기시, UIC 406, TCRP-13

1. 서 론

한국철도학회 정책운영분과위원회에서는 지난 철도학회 춘계학술대회(2012.5.18, 목포)에서 우리나라 철도용량편람 제정의 필요성과 방향에 대한 토론을 위해 특별 분과를 개최하였다. 이 분과에서는 국내 공인된 철도 선로용량 산정 절차로서 철도용량편람의 제정 필요성을 살펴보고 구체적인 제정 방향에 대한 논의를 목적으로 하였다.

본 논문은 위 분과에서 발표된 주제발표 자료 중 하나인 ‘철도용량관련 국내외 연구현황[1]’을 보완하여 장래 철도용량편람 제정 작업이 진행될 경우 다양한 국내외 연구 사례의 고찰 및 분석 결과를 제공하고, 이 분야의 국제적 발전 방향에 부합하는 철도용량편람 제정 방향 제시를 목적으로 한다.

국내에서 철도 선로용량 산정의 주요 방법으로 야마기시 방법이 활용되고 있다. 그러나 국내 연구자들이 이 방법의

원문을 확인하기 어려워 산식들에 대한 이해와 각 산식간의 연관 관계를 파악하기 어려운 실정이다. 본 논문은 이 방법의 산식 전개과정을 자세히 고찰하고, 산식의 적용 방법을 설명하여 이 방법에 대한 이해를 넓히고자 한다.

또한, 이 방법의 한계점을 파악하고, 유럽에서 표준적인 방법으로 채택되고 있는 UIC 406[13]에 의한 방법과 미국의 도시철도를 중심으로 한 TCRP 13[14]에 의한 방법을 고찰하여, 기존 방법의 발전적 활용방안을 제시한다. 특히, UIC 406에 의한 철도 선로용량 평가 방법의 핵심인 열차 시각표 압축(Timetable compression) 과정을 국내 사례를 들어 설명한다.

국내외에서 철도 선로용량 산정에 가장 광범위하게 활용되는 3 가지 방법들을 상호 비교·분석하고, 국내 적용의 활성화를 위한 시사점들을 제시한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 철도 선로용량 산정 관련된 기존 연구문헌들을 고찰한다. 3절에서는 국내에서 활용도가 높은 야마기시 방법의 산식 전개과정을 자세히 고찰한다. 또한, 이 방법의 한계점을 파악하고, 한계점 극복을 위한 해외 철도 선로용량 산정 방법 적용방안을 제시한다. 4절에서는 UIC 방법에 대해 고찰한다. 특히 열차 시

*Corresponding author.

Tel.: +82-31-460-5484, E-mail: smoh@krii.re.kr

©The Korean Society for Railway 2012

<http://dx.doi.org/10.7782/JKSR.2012.15.6.670>

각표 압축 기술을 국내 사례를 들어 설명한다. 5절에서는 TCRP 방법의 산식들을 정리하고, 특징을 설명한다. 마지막으로 6절에서는 앞에서 언급한 3 가지 방법들 사이의 특징 및 적용법을 비교 검토하고 국내 적용의 활성화를 위한 시사점들을 제시한다.

2. 기존 문헌 고찰

철도 선로용량에 대한 Krueger [16]의 정의는 이 분야 연구문헌에서 가장 많이 인용되는 정의 중 하나이다.

“Capacity is a measure of the ability to move a specific amount of traffic over a defined rail line with a given set of resources under a specific service plan.”

또한, 이 논문에서는 철도 선로용량을 다음과 같이 다양하게 구분하여 정의하고 있으며, 이론적인 선로용량의 간단한 산식 (1)을 다음과 같이 제시하고 있다.

Table 1 Capacity category by Krueger [16]

Category	Definition	Rate
Theoretical	Theoretical upper limit. Homogeneous trains are uniformly distributed	100%
Practical	Representative range of capacity possible to accommodate the planned trains. Heterogeneous trains are considered	67%
Used	Previously experienced the number of trains in the practical line	
Available	Normal concept of the available capacity	

$$N = \frac{1440}{E_t + W_t + V_t} \times 2E_f \quad (1)$$

식 (1)은 단선에 대한 양방향 선로용량의 이론적 산식으로 모든 열차의 속도종별이 같고, 일정한 시간 간격으로 계획되어 있으며, 혼선 및 지연과 같은 운영상의 문제가 전혀 없는 이상적인 상황을 가정하고 있다. 여기서, E_t = 동쪽 행 열차의 운행시간, W_t = 서쪽 행 열차의 운행시간, V_t = 가속과 감속에 필요한 시간, 그리고 E_f 는 시스템의 효율성을 나타내는 요소로서 60% (수동), 70% (ABS) 및 80% (CTC)의 값을 갖는다. 식 (1)은 다음 절에서 설명하는 야마기시 방법의 단선에 대한 산식[2-4] 및 UIC 405-1R[11]의 선로용량 산식과 매우 유사한 구조를 가지고 있다.

Abril, Barber, Ingolotti, Salifo, Tormos와 Lova [17]는 철도 선로용량의 분석에 대한 개념과 방법들을 광범위하게 검토하고 있다. 특히, 선로용량 분석을 위해 개발한 소프트웨어 MOM의 기능과 활용방법을 제시하고 있으며, 타 기관에서 개발하여 운영 중인 소프트웨어에 대한 설명도 같이 하고 있다. 이를 요약하여 정리하면 다음 Table 2와 같다.

Krueger [16]와 Abril 등 [17]은 공히 선로의 이용비율에 대한 열차지연 및 열차 시각표의 신뢰도가 지수적인 관계에 있음을 제시하고 있다.

Table 2 Capacity analysis tools by Abril et al. [17]

Name	Organization (Country)	Functions
DEMIURGE [35]	SNCF, Eurodecision	Evaluation of network capacity, Identification of bottleneck, DSS of investment for infrastructure
CMS	AEA Tech (England)	Planning support for allocation of track capacity and sales. Automatic timetabling, Simulation of performance estimation
RAILCAP	Stratac (Belgium)	Assessment of track capacity. Analysis of bottleneck. Complicated infrastructure modeling
VIRIATO	SMA and Partner	Timetabling. Analysis of saturation capacity with timetable compression.
MOM [17]	ADIF(*)	Optimization based timetabling. Information on track capacity (in periodic timetable). Information on timetable robustness.
CAPRES [36]	ITEP/EPFL	Assessment of track capacity with saturation strategy. Switches and stations are considered

(*) Spanish Administration of Railway Infrastructure

Burdett와 Kozan [18]은 최적화 방법에 기반한 ‘Absolute capacity’의 분석 기술과 방법들을 제시한다. 여기서 절대 용량(Absolute capacity)은 Krueger [16]의 이론적 용량과 유사한 개념이나, 여기서는 다양한 열차종별(Train mix)을 고려한다. 구간 (l, k)의 절대용량 $C_{abs}^{l,k}$ 는 다음 식 (2)와 같다.

$$C_{abs}^{l,k} = \frac{T}{\sum_{i=1}^n \eta_i^{l-k} (\mu_i^{l \rightarrow k} \times SRT_i^{l \rightarrow k} + \mu_i^{k \rightarrow l} \times SRT_i^{k \rightarrow l})} \quad (2)$$

여기서, η_i^{l-k} 는 구간 (l, k)에서 열차종별- i 의 구성비이고, $\mu_i^{l \rightarrow k}$, $SRT_i^{l \rightarrow k}$ 는 각각 방향 ($l \rightarrow k$)에서 운행하는 열차종별- i 의 구성비와 구간 운행시간을 나타낸다.

식 (1)과 식 (2)는 유사한 개념에서 출발하여 유사한 형태를 갖는 선로용량 산식이지만 복수의 폐색구간으로 구분되어 여러 대의 열차들이 속행하는 지역간 복선열차 운행노선을 분석하기에는 적합하지 않다.

Egmond [19]와 Kort, Hedergott 및 Ayahn [20]는 각각 네덜란드 델프트 공대에서 개발한 ‘MaxPlus’대수학을 기반으로 확정적 및 확률적 선로용량 산정 최적화 모델을 제시하고 있으나, 현재까지 현업에 적용된 사례는 찾아보기 어려운 실정이다.

Stok [21]는 그의 박사학위 논문에서 ‘Stochastic Differential Equation (SDE)’을 이용한 열차 주행모델 수립하고 주어진 열차 시각표의 (지연)위험(Risk) 분석체계를 제시했다. 이 분석체계를 통해 UIC 406의 선로의 폐색구간별 점유시간(Block occupation time)의 확률적 버전을 제시하였다.

Confessors, Liotta, Cicini, Rondinone와 Luca [22]은 UIC

406의 열차 시각표 압축 기술을 기반으로 한 알고리즘 및 시뮬레이션 모델을 개발하고, 이탈리아의 Verona - Brennero 구간에 적용사례를 제시한다. 대상노선에 대해 0.05%~1.66%의 압축 결과를 제시하고 있다.

Pachl과 White [23]는 UIC 406에서 선로용량 산정법의 핵심 개념인 폐색구간별 점유시간의 개념과 산정방법에 대해 설명하고 있다.

Kuckelberg, Wendler와 Groger [24]는 UIC 406의 선로용량 사용량(Capacity consumption) 평가 알고리즘을 제안한다. 이 들이 제안한 알고리즘은 먼저 전체 스케줄 중에서 압축할 대상 스케줄 부분을 먼저 선정(Clustering)한 후 개별 스케줄을 순차적으로 이동(Concatenation)하는 방법이다.

Sameni, Landex와 Preston [25]는 영국의 선로이용료 산정을 위해 개발된 CUI(Capacity Utilization Index)방법과 UIC 406 방법을 비교·분석하였다. 영국과 덴마크 철도사례에서 CUI 방법이 UIC 406보다 선로이용율을 1.6% 가량 높게 평가한다고 발표하고 있으나, 그들은 결과의 정확성을 위해 추가적인 연구의 필요성을 언급하고 있다.

Landex, Kaas, Schittenhelm와 Scheider-Tili [26]는 Vromans [27]을 재인용하여 열차종별의 다양성(Heterogeneity)을 정량화하기 위한 모델을 제시한다. 이 문헌에 따르면 열차종별의 다양성과 동질성(Homogeneity)은 상호 숫자 '1'에 대한 보수 관계로 (0~1) 사이에서 값을 갖도록 정의한다.

Burkoltter [28]은 그의 박사학위 논문에서 정거장의 용량을 패트리넷(Petri Nets) 모델을 제시하였다. 정거장의 선로용량 분석은 분기기와 복잡한 배선관계 때문에 정거장 외 구간의 분석보다 복잡하다고 한다. 패트리 넷으로 모델링된 정거장 선로용량 문제는 시뮬레이티드 어닐링(Simulated Annealing) 알고리즘 해법을 적용하였다.

Ramunas, Gailiene와 Podagelis [29]은 선로용량에 영향을 미치는 다양한 요소들을 정성적으로 설명하고 있다. 선로의 증설없이 선로용량을 증대하는 방안으로 기관차의 견인력 향상, 속도제한이 높은 분기기의 사용 등을 제안한다. 또한 시설관리자와 철도운영자의 분리는 선로이용측면에서 불리하다는 주장도 함께 제시하고 있다.

Kontaxi와 Ricci [30]는 선로용량 분석에 관한 기존 연구들을 광범위하게 비교·검토 한다. 특히 1953년으로부터 2008년 사이에 발표된 해석적 방법에 관한 논문 28편, 시뮬레이션 도구 관련 43건들을 다양한 시각에서 검토하고 있다.

3. 야마기시 방법

철도 선로용량 산정법으로 국내에서 가장 널리 활용되는 방법은 1945년 야마기시 데루오에 의해 개발된 것으로 알려진 '야마기시 방법'일 것이다. 그러나 본 논문의 저자들을 포함하여 국내 많은 연구자들은 이 방법을 설명한 문헌의 원본을 확인한 적이 없고, 대부분의 문헌들이[1-7] 이 방법의 2차적인 인용 문헌들을 참고하고 있는 것으로 판단된다. 따라서, 이 방법의 배경과 전제조건 그리고 향후 발전방향 등에 대해 명확하게 언급하기는 곤란한 상황이다.

본 논문에서는 야마기시 데루오의 원전 대신 일본국유철도 운수총국의 자료[9]를 중심으로 설명한다. 사실상 국내 관련분야 기존 문헌들[1-7]에서 야마기시 방법으로 제시하고 있는 대부분의 산식들은 참고문헌[9]에서 소개하고 있다.

본 논문은 기존 문헌에서 이 산식들의 정립 및 전개 과정이 가장 불명확하게 다루어진 자동폐색장치를 설치한 복선 구간의 선로용량 산식에 대해 자세히 설명한다. 먼저 1일 ($T = 1440$ 분)은 식 (3)과 같이 '(저속도 열차 횟수) × (저속도 열차 시격) + 저속도 열차 대피에 따른 추가 지연시분'으로 표시될 수 있다.

$$T = n'(tm' + \theta) + \sum wN'D \quad (3)$$

또한, 고속도 열차비(v), 저속도 열차비(v') 및 고속도 열차 군수비를 각각 $v = n/N'$, $v' = n'/N'$, 및 $w = m/N'$ 와 같이 정의하면 식 (3)은 아래 식 (4)과 같이 다시 쓸 수 있다. 식 (4)의 두 번째 항은 독자들의 이해를 돕기 위해 참고문헌[9]의 산식에 합산구간($i = 1, \dots, m$)을 부기하였다. 이후 관련된 모든 식에서 동일하게 부기하였다. 따라서 자동폐색장치를 설치한 복선 구간의 선로용량에 대한 기본식은 식 (5)와 같이 정리된다.

$$T = v'N'(tm' + \theta) + \sum_{i=1}^m w_iN'D_i \quad (4)$$

$$N' = \frac{T}{v'(tm' + \theta) + \sum_{i=1}^m w_iD_i} \quad (5)$$

여기서,

N' = 각 대피역에서 자유롭게 대피 가능하다고 전제할 때 1일 편도 열차의 총 횟수

m = 고속도 열차의 군수

n = 고속도 열차의 열차횟수

n' = 저속도 열차의 열차횟수

tm = 선로 구간 중에서 고속도 열차의 1 폐색구간 운전시분 중 최대치(자동폐색 구간에서는 인접역간 운전시분 중 최대치).

tm' = 선로 구간 중에서 저속도 열차의 1 폐색구간 운전시분 중 최대치(자동폐색 구간에서는 인접역간 운전시분 중 최대치).

θ = 선발열차가 1 폐색구간을 통과한 후 같은 방향의 후발 열차가 같은 구간에 진입할 때 고려되는 최소여유시분

D = 저속도 열차가 1군의 고속도 열차를 1회 대피하는 경우 발생하는 추정지연시분

또한,

d = 저속도 열차가 단독의 고속도 열차를 1회 대피에 의해 발생하는 추정 지연시분

h = 속행하는 1군의 고속도 열차 상호간의 시격

a' = 각 고속도 열차 군에서 최초 선행열차를 제외한 후속 열차수

a = 1 군당 a' 의 평균값

이라고 할 때, 고속도 열차 1군에 의한 추정 지연시분(D)은 ‘단일 대피 증 소요시분 + 해당 군내 후속 고속도 열차에 의한 증 소요시분’으로서 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다. 식 (6)의 결과를 식 (5)에 대입하여 식 (7)을 얻을 수 있다.

$$D = d + a(tm + \theta) = d + ah \quad (6)$$

$$N' = \frac{T}{v'h + \sum_{i=1}^m w_i(d_i + ah)} \quad (7)$$

식 (7)에서 분모의 첫 항은 $tm' + \theta \rightarrow h$ 로 대체되었다. 이는 원문 [9]에서 명확한 설명 없이 대체된 것으로 저자의 판단으로는 1 폐색과 같이 짧은 구간(통상 500~800m)을 운행할 때, 저속도 열차와 고속도 열차의 운행 소요시간의 차이는 크지 않으므로 (즉, $tm' \approx tm$) 대체가 가능할 것으로 본다. 식 (7)의 분모 항들을 정리하면 식 (8)과 같다.

$$N' = \frac{T}{\left(v' + a \sum_{i=1}^m w_i\right)h + \sum_{i=1}^m w_i d_i} \quad (8)$$

또한, $\sum_{i=1}^m a_i' = n - m, n = vN', m = wN'$ 이므로, 식 (9)가 가능하고, 식 (9)를 식 (8)에 대입하여 정리하면 국내 기존 연구문헌에서 자주 볼 수 있는 식 (10)을 얻는다.

$$a = \frac{\sum_{i=1}^m a_i'}{m} = \frac{n - m}{m} = \frac{v - w}{w} \quad (9)$$

$$N' = \frac{T}{h \left(v' + \sum_{i=1}^m v_i - \sum_{i=1}^m w_i \right) + \sum_{i=1}^m w_i d_i} \quad (10)$$

선로용량 산식과 별도로 대피에 따른 추정 증 소요시분(d)의 산식은 아래 식 (11)과 같이 전개된다(전개과정 부록 참조).

$$d = \frac{p}{2q}(tm' - tm) + r + u - \left(1 - \frac{p}{2q}\right)(s' - s) \quad (11)$$

분석 대상 노선의 모든 역에서 대피가 가능하면(즉, $p=q$ 이면), 참고문헌 [9]에서는 $s'=0$ 으로 설정함으로써 식 (11)은 $d = 0.5(tm' - tm + s) + r + u$ 와 같게 된다. 경험적으로 $0.5(tm' - tm + s) \leq 1$ 라고 판단하므로 $d = r + u + 1$ 이 될 수 있다. 또한, 고속도 열차가 군을 형성하지 않으면(즉, 동일한 고속도 열차들이 속행하지 않으면) $\sum_{i=1}^m v_i = \sum_{i=1}^m w_i$ 이므로, 식 (10)은 식 (12)와 같이 된다.

$$N' = \frac{T}{hv' + (r + u + 1) \sum_{i=1}^m w_i} \quad (12)$$

여기서,
 r = 선착 저속도 열차와 후속 고속도 열차 간에 유지해야

하는 최소 시격
 u = 선발 고속도 열차와 후발 저속도 열차 간에 유지해야 하는 최소 시격
 p = 주어진 구간에서 총 역간의 수
 q = 주어진 구간에서 총 대피역간의 수(시발역과 종착역 포함)

식 (12)는 국내에서 야마기시 산식의 약산식으로 잘 알려져 있다. 현업에서 선로용량 산정은 산식 (10) 또는 (12)가 자주 활용된다고 한다. 다음 (사례 1)은 식 (10)을 이용한 국내 선로용량의 산정 사례를 나타낸다.

(사례 1) 역수 : 9, 대피역간수 : 7, 고속도 열차 평균속도 : 98.84Km/h, 신호기간 평균거리 : 798m, 4현시

Train class	1 (Express-2)	2 (Express-1)	3 (Normal)	Total
Number of trains	104	6	28	138
Train length[m]	360	360	360	
Average running time for sections	3.75	5.85	7.21	
Rate of train-number	0.754 (=104/138)	0.044 (=6/138)	0.202 (=28/138)	1
Number of groups	35	-	-	
Rate of groups	0.254	-	-	
Average dwell time	0	1	0	

$$r = \frac{(4 \times 798 + 360 + 600 + 50) \times 0.06}{98.84} = 2.55$$

$$u = \frac{(3 \times 798 + 360 + 50) \times 0.06}{98.84} = 1.702$$

$$d_{31} = \frac{9}{2 \times 7} (7.21 - 3.75) + 2.55 + 1.702 - \left(1 - \frac{9}{2 \times 7}\right) (0 - 0) = 6.476$$

$$d_{32} = \frac{9}{2 \times 7} (7.21 - 5.85) + 2.55 + 1.702 - \left(1 - \frac{9}{2 \times 7}\right) (0 - 1) = 5.483$$

$$N = \frac{1440 \times 0.6}{6(0.202 + 0.798 - 0.254) + (0.254 \times 6.476)} = 141$$

(r, u 의 산식은 기존 문헌[2],[3],[4] 참고)

지금까지 국내 철도 선로용량 산정에서 자주 활용되는 야마기시 방법의 산식 전개과정에 대해 고찰 하였다. 위와 같은 전개과정의 이해와 별도로 이 산식들을 통해 산정된 결과값이 갖는 의미는 아직 토론의 여지가 남아있다고 본다.

Arbil 등 [17]은 해석적 방법에 의한 선로용량의 평가 결과가 대체로 이론적인 한계 값을 대변한다고 설명하였다. 그러나 다양한 속도종별을 갖는 열차들이 병행 운영되는 복선 구간에서 선로용량에 대한 이론적 한계값은 지금까지 설명한 복잡한 산식 보다 다음 (성질 1)에서 정의하는 단순한 원칙에 의해서 결정된다.

(성질 1) 열차종별이 다양한 복선구간의 이론적인 선로용량의 한계는 열차간 추월·대피 없이 속도종별 순으로 배열될 경우에 얻는다.

(증명) 이 운영조건은 중간역에서 열차간 추월·대피가 발생하지 않으므로 시발역과 종착역이 각각 처리장치(Machine)에 상응하고, 이 두 역 사이를 운행하는 열차들이 작업(Job)에 상응하는, 고전적인 ‘Two machines n job’ 일정계획 문제(Scheduling problem)에 해당한다. 이러한 문제에 대해 ‘Johnson’s rule’ (즉 작업시간의 크기에 따른 순차적인 작업 순서 규칙)은 최소의 작업 종료시간(Minimum makespan)을 보장한다[37].

따라서 (사례 1)에서 산출된 ‘141 회’는 이론적인 한계값이라기보다 138회라는 ‘Used capacity’의 실적자료를 통해 산정된 ‘Practical capacity’의 한 예로 볼 수 있다. 그러나 이 값이 모든 사람들에게 같은 의미로 이해되기 위해서는 이 값을 산정하기 위해 가정된 열차종별간 혼합 방식과 추월·대피 방식이 같이 언급되어야 한다. 실제로 다양한 열차종별이 혼합하여 운행될 경우 적절한 추월·대피 계획을 수립함으로써 열차 설정 효율을 향상할 수 있음은 일반적으로 알려진 사실이다.

아마기시 산식의 결과 값에 대한 이해를 일반화하기 위해서는 (사례 1)에서 제시하는 기초자료에 열차종별간 혼합 및 추월·대피 방식에 대한 정보가 추가적으로 보완될 필요가 있다. 이것은 사실상 UIC 406에 의한 선로용량 평가 방법의 기초자료 요구조건을 충족하는 것이 된다. 따라서 국제적으로 선호되고, 보다 구체적인 상황에 대한 선로용량의 평가가 가능한 것으로 알려진 UIC 406 방법의 국내 현업 적용을 검토해 볼 가치가 충분하다. 김명규, 서선덕, 이재훈과 양근을 [8]은 이미 이 방법의 국내 적용에 대해 검토한 바 있다. 다음 절에서는 UIC 방법에 대한 세부적인 사항들을 고찰한다.

4. UIC 방법

1983년에 제정된 UIC 405-1R[11]은 과거 유럽에서 철도 선로용량 산정 업무의 표준 방법으로 활용되었던 대표적인 해석적 방법 중 하나이다. UIC 405-1R에 따른 선로용량 산식은 다음 식 (13)과 같다.

$$C = \frac{T}{t_{fm} + t_r + t_{zu}} \quad (13)$$

여기서 t_{fm} 은 가장 빈번한 정차역의 평균시각, t_r 은 주행시간의 여유(Margin)이고, t_{zu} 은 열차시각의 여유(Buffer)이다. t_{fm} 은 다음 식 (14)를 통해서 산정된다. 여기서 t_{fij} 은 열차종별 i 에 후속하는 열차종별 j 의 최소시각이고, n_i 는 열차종별 i 의 열차횟수이다.

$$t_{fm} = \frac{\sum n_i \times n_j \times t_{fij}}{\sum n_i \times n_j} \quad (14)$$

1996년 UIC 405-1R은 UIC 405 [12]의 좀 더 일반적인 개념으로 개정된다. UIC 405에서 여유시분은 다음과 같이 산정하도록 제안되었다.

$$t_r = 0.67 \times t_{fm} \text{ (선로이용이 0.6인 경우)}$$

$$t_r = 0.33 \times t_{fm} \text{ (선로이용이 0.75인 경우)}$$

$$t_{zu} = 0.25 \times a \text{ (a는 고려대상 선구의 수)}$$

현재 UIC에서는 기존 표준인 405-1R과 405를 모두 폐기하고, 독일 Aachen 공대를 주축으로 추진된 ‘Capacity Management’ 프로젝트[31]의 결과를 중심으로 UIC 406 [13]을 표준 선로용량 산정법으로 제정하고 있다.

UIC 406에서는 기존 해석적 선로용량 산정법의 개념과 상당히 다른 시각으로 접근한다. 즉, 선로용량 자체는 값으로 산정될 수 없는 개념이며, 단지 선로 (Infrastructure)가 사용되는 방법(Capacity consumption)에 따라 결정될 따름이라고 정의한다. 따라서 UIC 406에서는 사전에 주어진 검토대상 시각표를 기본으로 한다. 검토 대상의 시각표를 최대한 압축(Compressing)한 후 기준이 되는 시간(Time window, U, 통상 1일 또는 1시간 등) 대비 압축된 스케줄의 시간(Timetable compression)의 비율로 표시한다.

$$K = \frac{A+B+C+D}{U} \times 100 [\%] \quad (15)$$

Fig. 1에서 나타난 바와 같이 주어진 시각표를 압축한 후 얻게 되는 시간의 여유(Unused capacity)가 추가로 열차를 설정할 수 있는 부분이다. 이와 같은 절차에서 알 수 있는 것과 같이 주어진 시각표를 압축하는 과정이 UIC 406에 따른 선로용량 평가 방법의 핵심이라고 할 수 있다. 시각표 압축 방법으로는 그래픽으로 표현되는 소프트웨어 및 전용 알고리즘이 개발되기도 하였으나 전문적으로 개발된 프로그램 내부에 시각표 압축 알고리즘을 탑재하는 것이 최근의 주요한 방향이다.

UIC 406에서는 시각표 압축관련 구체적 방법에 대해서는 별도의 제한을 두고 있지 않으나, 주어진 시각표의 기본구조(Timetable structure)는 변경되지 않아야 함을 규정하고 있다. 여기서 변경될 수 없는 시각표 기본구조의 요소는 주어진 시각표에서 설정한 열차별 운행시간(Running times) 및 정차시간(Stopping times), 열차간 추월(Overtaking) 및 대피

Fig. 1 Constitution of track capacity

(Crossing)에 관한 계획이다.

UIC 406에 따른 시각표 압축에서 독일(DB)과 오스트리아(BB)는 압축대상 열차를 선정방법에 있어 상이한 방법을 취하고 있다.

4.1 DB 방식

4.1.1 시각표 압축의 시작

대상 선로구간 최초 진입열차의 진입시간은 미리 정의된 선로용량 계산주기 시작 시점과 동일시점 또는 그 이후에 있어야 한다. 또한 첫 열차의 선로구간 전체 운전선도는 계산주기 내에 포함되어 있어야 한다(Fig. 2 열차3). 따라서 시각표 압축 시 첫 열차(Fig. 2 열차3)의 선로구간 진입은 계산주기 시작시점으로 옮겨진다.

4.1.2 시각표 압축의 종료

계산주기가 끝나기 전에 대상 선로구간에 진입하는 마지막 열차까지 압축대상 열차가 된다. 따라서 운전선도의 일부는 계산주기 외부에 놓여 있을 수 있다(Fig. 2 열차4).

압축계산과 관련된 첫 번째 열차를 마지막 열차 뒤에 “더미 열차(Fig. 2 열차D)”로 놓는다. 압축과정 종료 후 해당 선로의 점유시간은 계산주기 시작시점에서 “더미열차”의 첫 번째 폐색구간 점유 시작시점(Fig. 2 점E)까지로 산정된다.

4.2 ÖBB 방식

4.2.1 시각표 압축의 시작

운전선로 전체 또는 일부분이 선로용량 계산주기에 포함된 경우, 해당 열차들은 전부 압축대상 열차에 포함된다. (Fig. 2 열차1-3) 계산주기 시작시점 전에 대상 선로에 진입한 열차들의 운전선도는 압축과정에서 움직일 수 없고 압축되지도 않는다. (Fig. 2 열차1-2)

압축과정에서 계산주기 시작시점 이후에 대상 선로구간에 진입한 첫 번째 열차는(Fig. 2 열차3) 바로 선행열차의 폐색점유시간(blocking time stairway)에 바로 접할 때 까지 밀어 올려지거나, 첫 번째 폐색구간의 폐색점유시간 계단이 계산주기 시작시점에 도달할 때 까지 압축된다.

4.2.2 시각표 압축의 종료

계산주기가 끝나기 전에 대상 선로구간에 진입하는 마지막 열차까지 압축대상 열차가 된다. 따라서 운전선도의 일부는 계산주기 외부에 놓여 있을 수 있다(Fig. 2 열차4).

압축과정 종료 후 해당 선로의 점유시간은 계산주기 시작시점에서 마지막 열차의 첫 번째 폐색구간 점유 종료시점(Fig. 2 점E) 까지로 산정된다.

다음에 제시하는 (사례 2)는 판교~여주 철도건설선에 대해 UIC 406 방법에 따른 선로용량을 독일 RMCON에서 개발한 소프트웨어(Railsys®)를 사용하여 산정한 절차와 방법이다.

(사례 2) 판교~여주 철도건설선, 총 연장 : 56.01km, 총 역수 : 11 역, 최고운행속도 250km/h의 고속 급행열차와 120km/h

Fig. 2 DB & ÖBB method for calculation of the interlinked level of occupation [38, p.318]

Fig. 3 Conflict resolution in a schedule for Case 2

h의 저속 완행열차가 운행. 차상거리 연산제어 ATP 신호시스템. 피크시 편도 기준 완행열차 5회, 급행열차 3회, 출발역 기준 열차출발 운전시각 7.5분, 열차운행 패턴 : (완행1, 완행2, 급행1), (완행3, 완행4, 급행2), (완행5, 급행3).

(사례 2)의 운행조건에 따른 열차 간 간섭/경합 관계를 검토한 결과 완행열차 일부는 곧지압 정거장에서 급행열차 대피를 위하여 부분선에서 정차 및 정차시간 연장이 필요하며, 출발역에서의 출발시각 조정도 필요한 것으로 검토되었(Fig. 3).

Fig. 4와 Fig. 5는 Fig. 3과 같이 제공된 시각표를 기반으로 UIC 406에 따라 피크시간 1시간(6:00 ~ 7:00)에 상응하는 시각표를 압축한 결과들을 나타낸다.

Fig. 4는 DB 방식에 따른 것으로서 완행열차1을 제외한 7개의 열차가 시각표 압축의 대상이 되고, Fig. 5는 BB 방식에 따른 것으로서 완행열차1을 포함한 8개의 열차가 시각표 압축의 대상이 된다.

Table 3은 서로 다른 시각표 압축 방법에 따른 (사례 2)

Fig. 4 Timetable compression by DB method

Fig. 5 Timetable compression by ÖBB method

의 선로용량 평가 결과를 나타낸다. Table 3에서 보는 바와 같이 ÖBB 방식은 DB 방식에 비해 대상으로 설정하는 열차가 많으므로 선로의 점유 측면에서 높게 평가한다. Table 3의 선로용량 평가에 있어 열차간 여유시간(Buffer time), 유지보수 시간 및 서비스 품질 관련 시간적 요소는 계산에 포함하지 않았다.

UIC 406에 따른 선로용량 평가 방법이 유럽에서 철도 선로용량 산정의 표준적인 방법으로 인식되고 있음에도 불구하고 최근 몇 가지 연구에서 이 방법에 대한 한계점들이 지적되고, 이에 대한 보완책들이 제시되고 있다.

먼저 Emery [32]는 기존 UIC 406에서 거론하는 4가지 기본 파라미터들은 대부분(Heterogeneity, Stability, Average speed) 정량화하기 어려운 개념으로서 선로용량 사용량과 정량적인 연관관계를 분석하기 어려운 점을 지적한다. 이 논문에서는, 스위스의 88개 단선 노선에 대한 사례분석을 통해, 단선 노선의 선로용량 평가의 경우, 기존 UIC 406에서 언급한 4가지 파라미터들에 비해 주요 교행역(Crossing station) 사이의 운행시간, 중간역 정차시간, 열차종별의 혼합, 교행역 사이 핵심구간(Critical section)을 구분하는 폐색

Table 3 Results of the compression for Case 2

Compression methods		DB	ÖBB
Trains compressed		7	8
Infrastructure occupation (min.)		38.95	50.01
Capacity consumption	(min.)	38.95	50.01
	(%)	64.9	83.4
Unused capacity	(min.)	21.05	9.99
	(%)	35.1	16.6

구간의 수 그리고 교행하는 방향의 순서 등과 같은 파라미터들이 오히려 큰 영향을 미친다고 주장하고 있다.

Lindner [33] 및 Landex [34]는 기존 UIC 406 방법이 선로구간에 비해 정거장 내부 여건에 따라 전체 노선의 선로용량 사용에 영향을 미칠 수 있음을 지적하고, 정거장 내부에 대해 UIC 406을 적용하는 방법을 제시하였다.

5. TCRP 방법

앞에서 소개한 2 가지 방법들이 주어진 시간 동안 운행되는 열차의 횟수를 산정하는 것과 달리 TCRP 방법은 주어진 시간 (특히 1시간) 동안 수송하는 승객의 수라는 점에서 개념적인 차이점을 가지고 있다. Fig. 6은 TCRP-13[14]의 수송(또는 선로)용량 산정 체계를 나타낸다. 여기서 설계용량(Design capacity)은 시간·방향당 단일 노선을 통해서 수송 가능한 최대 승객수를 나타내고, 가능용량(Achievable capacity)은 설계용량에 대해 각 객실별 혼잡 편차(Diversity)를 고려하여 수송하는 승객수를 나타낸다. 객실별 혼잡 편차는 (0~1) 사이의 값을 갖는다. 모든 객실의 혼잡율이 정확히 일치하는 경우 1이 되고, 완전히 다를 경우 0이 된다. 이 숫자는 관찰과 통계분석을 통해 계수화되는 숫자(복미의 경우, Heavy rail: 0.8, Light rail: 0.75, Commuter rail: 0.6) 이다. 따라서 가능용량은 설계용량 보다 작은 승객수가 된다.

Fig. 6의 선로용량이 앞 절에서 검토한 것에 해당하는 산식이다. 다만 여기서의 선로용량은 한 시간 동안 가능한 열차수로 표시되며 최소 안전시격(Minimum train control system separation), 피크시 최대 정차시간(Maximum peak-in-peak

Fig. 6 Capacity calculation category in TCRP-13

Fig. 7 Headway components in TCRP-13

Fig. 8 Process to calculate achievable capacity in TCRP-13

station dwell) 및 운영여유(Operating margin)를 고려하여 산정된다. 위 선로용량 산식의 분모 부분에 해당하는 3 가지 요소는 열차시격(Train headway)을 구성하는 요소이기도 하다. TCRP-13에서는 열차시격에 대한 3 가지 요소의 구성비에 대해 Fig. 7과 같은 대소 관계를 복미 도시철도 운행사례 분석을 통해 제시하고 있다.

Fig. 7에서 보는 바와 같이 열차시격 구성 요소들 중에서

정차시간의 비중이 가장 크고 다음으로 열차간 최소 안전시격의 비중이 중요하다. 정차시간은 피크시 혼잡 정거장의 승하차 승객에 따라 변화할 수 있다. 또한, 최소 안전시격은 신호시스템의 성능(예컨대, 3현시 고정폐색 신호 시스템 또는 이동 폐색 시스템)에 따라서 단축이 가능하다.

Fig. 6에 나타난 열차용량은 편성당 객차의 수와 각 객실별 탑승정원의 곱 (열차용량 = 객실별 탑승정원 × 편성당 객차의 수)으로 정의된다. 따라서 객실의 크기와 열차별 편성의 길이가 설계용량에 직접적인 영향을 미친다. 즉 객실의 크기가 클수록 그리고 열차별 편성이 길수록 설계용량은 커진다. 주어진 철도 노선에 대해 TCRP-13에 따라 가능용량을 산정하는 절차는 Fig. 8과 같다.

TCRP-13이 다른 방법과 달리 승객을 수송하는 수송용량에 주목함에 따라 다른 방법에서 고려하지 않는 승객의 승하차 문제를 고려할 수 있다. 따라서 승하차 출입문의 설계, 플랫폼(고상홈/저상홈)의 형태, 승차권 검표 및 장애인 통행 지원 등 다양한 승객 편의시설 요건들을 검토할 수 있다. 이 방법은 주로 열차종별이 동일한 도시철도에 적용하기 적합한 기준으로서 열차종별이 다양하고, 배선이 복잡한 노선에서 선로용량 산정에는 적합지 않은 방법으로 판단된다.

6. 방법별 비교 검토 및 결론

Table 4는 앞에서 설명한 철도 선로용량 산정에 관한 국내외의 주요한 3가지 방법론에 대한 비교 검토 내용이다. 표에서 보는 바와 같이 TCRP-13의 방법은 다른 2 가지 방법과 적용 목적 및 활용방안에 다소 차이가 있음을 알 수 있다.

먼저 야마기시 방법은 다른 해석적 산식에 비해 비교적 다양한 운영적 상황을 고려하면서도 해석적 산식이 갖는 편리성의 장점을 동시에 갖고 있다. 이는 UIC 406 방법 등 보다 구체적인 분석의 좋은 출발점이 될 수 있을 것으로 판단된다. TCRP-13의 방법은 도시철도의 수송용량 산정에 매우 적합한 방법으로 판단되나 지역간 철도와 같이 열차종별이 다양한 노선에 적용할 경우 다른 2가지 방법을 같이 고

Table 4 Comparison between the 3 methods

Methods	Yamagishi	UIC-406	TCRP-13
Unit of calculation	Trains	Trains	Passengers
Period of calculation	1 day (1440 min.)	Adjustable	1 hour
Features	· Closed form equation	· A target timetable should be given · Assessment with capacity consumption	· Useful for metro railways
Pros	· Required parameters are simple, easy to use · Various operational conditions are considered compare to other analytical models	· More practical and specific results are possible	· Passenger convenience facilities are considered
Con	· Limited correctness in results · Identification of train groups(High speed, Low speed etc.) is not clear	· Large amount of infrastructure data base is required and professional analysis S/W is required	· Heterogeneous train classes are not considered

려해야 할 것으로 판단된다. 마지막으로 UIC 406 방법은 복잡한 노선과 운영환경에서 현실에서 발생하는 매우 구체적인 상황을 고려한 선로용량 평가가 가능할 것으로 판단된다.

지금까지의 검토 및 고찰 결과로부터 국내 철도 선로용량 산정 연구 및 적용을 위하여 다음과 같은 시사점들을 제시할 수 있다.

첫째, 국내 선로용량 산정 연구는 주로 야마기시 방법을 중심으로 이루어지고 있다. 본 논문에서는 이 산식들의 전개 과정들을 자세하게 고찰하여, 이 산식들을 현장에서 적용할 경우 보다 깊은 이해를 바탕으로 개별적인 상황에 적합한 활용에 기여하고자 하였다.

둘째, 최근 실용적인 목적의 철도 선로용량 산정법에 대한 연구는 유럽을 중심으로 UIC 406 방법을 활용하여 이루어지고 있다. 이때 해석적 방법은 UIC 406 방법을 사용한 철도 선로용량 분석 방법의 출발점으로서 적합할 것으로 판단된다. 이 방법과 관련한 최근 연구 동향은 현행 UIC 406 방법의 문제점들을 도출하고, 이를 극복하기 위한 대안 제시의 방향으로 진행되고 있다.

마지막으로, 철도 선로용량의 산정 및 평가 과정에서 운영·서비스의 신뢰도와 관련된 부분이 함께 연구될 필요가 있다. 이는 지난 춘계학술대회 정책운영분과위원회 분과회의에서도 거론된 바 있다. 또한 미국의 FTA에서 TCRP-13에 이어 TCRP-100 [15]와 같이 보강된 보고서를 발행하는 것도 같은 맥락으로 이해할 수 있다.

참고문헌

- [1] S.M. Oh (2012) Survey on railway track capacity, *Proceeding of The Korean Society for Railway - Spring Conference in 2012*.
- [2] S.H. Hong, S.M. OH, D.H. Kim, S.H. Kim (2002) Development of the Demand and Line Capacity Assignment System for the Conventional and High-Speed Line, *Korea Railroad Research Institute Research Report*.
- [3] H.S. Ki (2008) Estimating Line capacity Considering High-Speeding and Diversification of Trains, *Master Dissertation of University of Seoul*.
- [4] H.S. Ki, D.J. Park, J.B. Choi, J.S. Choo (2009) Estimating Line capacity Considering High-Speeding and Diversification of Trains, *Journal of The Korean Society for Railway*, 12(5), pp. 623-630.
- [5] H. Kim, C.S. Kim, Y.G. Kim (2006) Research on Development of Measures for Managing Regional Railway Track Capacity, *The Korea Transport Institute*.
- [6] J.H. Seo (1999) Increment of Railway Track Capacity, *Master Dissertation of Inha University*.
- [7] S.M. Noh (2009) A Study on the Analysis of the Influence of Gyeongchun Line Railroad's Double-Track · Electrification, *Research Institute for Gangwon*.
- [8] M.K. Kim, S.D. Seo, J.H. Lee, K.E. Yang (2007) Application of UIC 406 Leaflet to Determine Korean Regional Railroad Capacity and Level of Service, *Proceeding of The Korean Society for Railway - Spring Conference in 2007*.
- [9] Japan National Railway - Operation Department (1951) Theory and Practice on Railway Track Capacity.
- [10] S.D. Suh, S.H. Hong, D.H. Kim, Y.K. Kim, et al. (2005) Development of regional railroad line capacity calculation procedure for planning purpose in Korean context, *Proceedings of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, Vol. 5, pp. 190-198.
- [11] UIC 405-1 (1983) Method to be used for the determination of the capacity of Lines.
- [12] UIC 405 (1996) Links between railway infrastructure capacity and the quality of operations.
- [13] UIC 406 (2004) Capacity.
- [14] The Federal Transit Administration (1996), Rail Transit Capacity, *TCRP Report 13*.
- [15] The Federal Transit Administration (2003) TCRP Report 100 : Transit Capacity and Quality of Service Manual.
- [16] Harald Krueger (1999) Parametric Modeling in Rail Capacity Planning, *Proceedings of the 1999 Winter Simulation Conference*, P.A. Farrington, H.B. Nembhard, D.T. Sturrock, and G.W. Evans, eds.
- [17] M. Abril, F. Barber, L. Ingolotti, M. A. Salido, et al. (2008) An assessment of railway capacity, *Transportation Research-E*, Vol. 44, pp. 774-806.
- [18] R.L. Burdett, E. Kozan (2006) Techniques for Absolute Capacity Determination in Railways, *Transportation Research (B)* 40(8), pp. 616-632.
- [19] R.J. van Egmond Railway Capacity Assessment, an Algebraic Approach, *Trail report*.
- [20] A.F. de Kort, B. Heidergott, H. Ayhan A Probabilistic (max,+) Approach for Determining Railway Infrastructure Capacity, *Working Paper*.
- [21] R. Stok (2005) Estimation of railway capacity consumption using stochastic differential equations, *Ph. D Dissertation*. Univ. Di Treiste.
- [22] G. Confessore, P. Cicini, P.D. Luca, G. Liotta, et al. (2009) A Simulation-based Approach for Estimating the Commercial Capacity of Railways, *Proceedings of the 2009 Winter Simulation Conference*, M. D. Rossetti, R. R. Hill, B. Johansson, A. Dunkin and R. G. Ingalls, eds.
- [23] J. Pahl and T. White (2006) Analytical Capacity Management With Blocking Times, *Transportation Research Board : 83rd Annual Meeting on January 11-15, 2004*. Compendium of Papers CD-ROM
- [24] A. Kuckelberg, E. Wendler, Th. Groger, A UIC 406-compliant, practically relevant capacity-consumption evaluation algorithm, *RailROME-2011*
- [25] M.K. Sameni, A. Landex, J. Preston Developing the UIC 406 Method for Capacity Analysis, *Working paper*.
- [26] A. Landex, A.H. Kaas, J. Schneider-Tilli (2006) Evaluation of railway capacity, *Annual Transport Conference at Aalborg University 2006*
- [27] Vromans, M.J.C.M (2005) Reliability of Railway Systems, *PhD. thesis at Erasmus Research Institute of Management*,

- Erasmus University Rotterdam, 2005.
- [28] D.M. Burkolter (2005) Capacity of Railways in Station Areas using Petri Net, Swiss Federal Institute of Technology Zurich, Degree of Doctor Dissertation.
- [29] V. Ramunas, I. Gailiene, I. Podagelis (2011) Increment of Railway Line Capacity, Environmental Engineering, *The 8th International Conference*.
- [30] E. Kontaxi, S. Ricci (2009) Techniques and methodologies for railway capacity analysis : comparative studies and integration perspectives, *3rd International Seminar on Railway Operations Modelling and Analysis*.
- [31] G. Dalton (2005) UIC Capacity Management Project, *Infrastructure Management and User Charging (Seminar, Warsaw)*, 26-28 October 2005.
- [32] D. Emery (2010) Increasing the capacity of a single-track line, *10th Swiss Transport Research Conference*.
- [33] T. Lindner (2011) Applicability of the analytical UIC Code 406 compression method for evaluating line and station capacity, *Journal of Rail Transport Planning & Management* Vol. 1, pp. 49-57.
- [34] A. Landex (2011) Capacity at Railway Stations, 9th WCRR 2011 Lille.
- [35] V. Labouisse, H. Djellab (2001) Demiurge : A tool for the optimisation and the capacity assessment for railway infrastructure WCRR Köln, November 2001.
- [36] L. Lucchini, A. Curchod, R. Rivier (2001) Transalpine Rail Network: A Capacity Assessment Model (CAPRES), *1st Swiss Transport Research Conference*.

- [37] M.L. Pinedo (2007) Planning and Scheduling in Manufacturing and Services, Springer Series in Operations Research.
- [38] RMCON, Railsys[®] 7 User Manual, 2010.8

접수일(2012년 10월 4일), 수정일(2012년 11월 6일),
게재확정일(2012년 12월 5일)

Suk-Mun Oh : smoh@krri.re.kr

Convergence Technology Research Team, Korea Railroad Research Institute, #176 Railroad museum road, Uiwang-si Gyeonggi-do, 437-757, Korea

Hag-Lae Rho : hlrho@krri.re.kr

Convergence Technology Research Team, Korea Railroad Research Institute, #176 Railroad museum road, Uiwang-si Gyeonggi-do, 437-757, Korea

Young-Hoon Kim : yhkim@krri.re.kr

Convergence Technology Research Team, Korea Railroad Research Institute, #176 Railroad museum road, Uiwang-si Gyeonggi-do, 437-757, Korea

Soon-Heum Hong : shong@krri.re.kr

Convergence Technology Research Team, Korea Railroad Research Institute, #176 Railroad museum road, Uiwang-si Gyeonggi-do, 437-757, Korea

부록: 대피 증 소요 운행시분 추정

Fig. 9은 고속도 열차가 저속도 열차를 추월할 때 추월·대피 관계를 나타내는 운행 다이어그램의 일반적인 예시이다. 그림에서 실선으로 표시한 정차역은 추월·대피가 가능한 대피역이고, 점선으로 표시한 정차역은 추월·대피가 불가능한 일반역이다. 또한, 굵은 실선으로 표시한 열차 선도는 고속도 열차를 나타내고, 가는 실선으로 표시한 열차 선도는 저속도 열차를 나타낸다.

Fig. 9 A diagram of higher and lower speed-class trains running

고속도 열차가 저속도 열차를 대피역 d 에서 추월할 때, 최소 추정 증 소요 운행시분은 저속도 열차가 대피역 d 에 도착한 후, 곧 바로 고속도 열차가 도착하여, 저속도 열차의 추가적인 대기 없이 추월이 가능한 시간을 나타낸다. 반면, 최대 추정 증 소요 운행시분은 저속도 열차가 대피역 d 에 도착한 후, 일정 시간 이후(즉, 다음 대피역 h 에서 추월·대피가 일어날 수 있는 상황의 시간 직전)에 고속도 열차가 도착하여, 저속도 열차의 추가적인 대기가 필요한 시간을 나타낸다.

위와 같은 상황에서 저속도 열차의 대피에 따른 추정 증 소요 운행시분의 최소값(d')과 최대값(d'')은 각각 다음 산식 (A1) 및 (A2)와 같이 산정된다.

$$d' = \theta + t_c + s + t_d + \theta - s' = t_c + t_d + 2\theta - (s' - s) \quad (A1)$$

$$\begin{aligned} d'' &= \beta' + \alpha s' + \theta + t_g - (\beta + \alpha s) + t_d + \theta \\ &= \beta' - \beta + t_d + t_g + 2\theta + \alpha(s' - s) \end{aligned} \quad (A2)$$

여기서,

β, β' = 고속도 및 저속도 열차의 대피역간 무정차 운행시간

($\beta = t_d + \dots + t_g, \beta' = t_d' + \dots + t_g'$)을 나타내고,

t_i, t_i' = 고속도 및 저속도 열차가 정차역 i 에서 후속 정차역 사이의 운행시간을 나타내며,

s, s' = 고속도 및 저속도 열차의 정차시간을 나타낸다.

추정 증 소요 운행시분의 평균값이 $d(d' + d'')/2$ 와 같이 산정된다고 할 때, 식 (A1)과 (A2)의 평균값은 식 (A3)와 같다.

$$d = \frac{1}{2} \{ \beta' - \beta + t_c + 2t_d + t_g + 4\theta + (\alpha - 1)(s' - s) \} \quad (A3)$$

이와 같은 추월·대피가 q 개의 대피역에서 가능할 때, Fig. 10에 나타난바와 같이,

$(t)_1, (t)_2, (t)_3$ = 대피역 ~ 다음 정차역 사이의 고속도 열차 운행시분

t_1, t_2, t_3 = 직전 정차역 ~ 대피역 사이의 고속도 열차 운행시분으로 정의하면,

Fig. 10 Generalization in q passing stations

추정 증 소요 운행시분의 평균값을 나타내는 식 (A3)의 각 항은 다음 식 (A4-1), (A4-2) 및 (A4-3)으로 일반화된다.

$$\sum_{c=1}^q t_c = t_1 + t_2 + \dots + t_q \quad (A4-1)$$

$$\sum_{d=1}^q t_d = (t)_1 + (t)_2 + \dots + (t)_q \quad (A4-2)$$

$$\sum_{g=2}^{q+1} t_g = t_2 + t_3 + \dots + t_{q+1} \quad (A4-3)$$

위 식 (A4)를 식 (A3) 형태로 정리하면, 식 (A5)와 같다.

$$\begin{aligned} \sum_{c=1}^q t_c + 2 \sum_{d=1}^q t_d + \sum_{g=2}^{q+1} t_g &= t_1 - t_{q+1} + \\ &2 \{ (t)_1 + t_2 + (t)_2 + t_3 + (t)_3 + \dots + (t)_q + (t)_{q+1} \} \end{aligned} \quad (A5)$$

여기서,

$H = (t)_1 + t_2 + (t)_2 + t_3 + (t)_3 + \dots + (t)_q + (t)_{q+1}$ 로 정의하고, 식 (A5)의 처음 두 항의 값을 무시하면 식 (A6)을 얻는다.

$$\sum_{c=1}^q t_c + 2 \sum_{d=1}^q t_d + \sum_{g=2}^{q+1} t_g \approx 2H \quad (A6)$$

또한,

P = 고속도 열차가 고려대상의 전구간을 운행하는 데 소요되는 순 운전시분 (도중역에서 정차시분은 제외)

P' = 저속도 열차가 고려대상의 전구간을 운행하는 데 소요되는 순 운전시분 (도중역에서 정차시분은 제외)

α = 대피역 사이 중간 정차역의 수로 정의하면, 식 (A7)과 식 (A8)이 성립한다.

$$\sum_{i=1}^q (\beta'_i - \beta_i) = P' - P \quad (A7)$$

$$\sum_{i=1}^q \alpha_i = p - q \quad (A8)$$

식 (A6) ~ 식 (A8)을 식 (A3)에 적용하여 q 개의 대피역에 대한 추정 중 소요 운행시분의 평균값은 식 (A9)와 같다.

$$d = \frac{1}{2q} \{P' - P + 2H + p(s' - s)\} + 2\theta - (s' - s) \quad (A9)$$

$tn = P/p$, $tn' = P'/p$ 이므로 식 (A9)는 식 (A10)과 같이 전개된다.

$$d = \frac{P}{2q}(tn' - tn + s' - s) + \frac{H}{q} + 2\theta - (s' - s) \quad (A10)$$

대상 구간이 자동폐색 구간으로서, 및 일 때, 및 이므로, 식 (A12) 및 식 (A13)이 성립한다.

$$H = (u - \theta)q + (r - \theta)q = (r + u - 2\theta)q \quad (A12)$$

$$\frac{H}{q} + 2\theta = r + u \quad (A13)$$

식 (A13)을 식 (A10)에 대입하여 식(A14)를 얻는다.

$$d = \frac{P}{2q}(tn' - tn) + r + u - \left(1 - \frac{P}{2q}\right)(s' - s) \quad (A14)$$