알갱이 군의 무더기 현상에 관한 연구

한지흠¹ · 한원흠^{2†} · 이광희¹

¹세화 고등학교, ²고려대학교 물리학과
(2013년 10월 21일 접수, 2013년 12월 16일 수정, 2013년 12월 17일 채택)

A Study on Heaping of Granules

Ji Heum Han¹, Won Heum Han^{2†}, and Kwang-Hee Lee¹

¹Sehwa high school, 56-7 Shinbanpo-ro, Seocho-gu, Seoul 137-040 Korea

²Department of Physics, Korea University, Anam-dong, Seongbuk-gu, Seoul 136-701 Korea

(Received October 21, 2013; Revised December 16, 2013; Accepted December 17, 2013)

요약: 알갱이 군에 형성되는 무더기 현상을 이해하기 위하여, 좁쌀, 모래, 은박 원판 등의 알갱이 군에 대하여 수직진동 및 회전진동을 적용하여 이들의 움직임을 조사하였다. 수직진동의 경우, Gerner의 연구처럼 무더기가 형성되었으나, 알갱이 무게와 관계없이 좁쌀, 모래, 은박원판의 무더기가 순으로 형성되었고, 은박원판의 무더기는 좁쌀과 모래에 비해 훨씬 복잡하게 나타났다. 또 회전진동의 경우, 알갱이는 용기 벽과 중력 및 알갱이 끼리 탄성 밀리기에 의해 중앙부위가 위로 솟아오르는 현상이 나타났으며, 회전진동 진폭이 큰 경우엔 나선형 모양이 나타나기도 했다. 이는 알갱이 군에 원심력, 알갱이 간 인력 및 세차운동 등이 가해지면, 무더기 현상이 지연되거나 더 난잡해짐을 의미한다. 이러한 사실로부터 화공재료 등의 알갱이의 무더기 현상은 용기의 진동 특성뿐 아니라 알갱이 간 인력의 유무에 따라서도 결정됨을 알 수 있다.

Abstract: In order to elucidate the granular heaping phenomenon, the movement behaviors of 3 different types of granule (millet, sand and thin foil disc) have been investigated by applying the vertical or the rotational vibration to each of the 3 vessels, respectively containing one of the 3 types of granule. In case of vertical vibrations, all of them showed the heaping phenomenon like Gerner's simulation, and that in the order of the millet, sand and thin foil disc, regardlessly of weight. Especially, a heaping of disc granules was proven to be relatively delayed, and that with several small complex clutters. For rotational vibration, the central area of vessel turned out to rise up due to the repulsive force by vessel wall as well as the collision between elastic granules, right after the turning point of vibration. Even spiral pattern was made when the rotational vibration amplitude got higher. From these facts, one can see that the heaping be characterized by the inclusion of attractive granules as well as the vibrational type applied to granule vessel.

Keywords: faraday heaping, newtonian force, stokesian force, air drag, granular dynamics

1. 서 론

최근에 각광받는 하이브리드 구리 페이스트는 전기적 특성을 갖는 구리 분말에 솔더 분말, 플라스틱 접착제를 혼합하여 제작한다. 이 접착제는 PCB 기판(인쇄회로 기판)의 핵심재료로 활용될 뿐만 아니라 전 산업영역에 적용 가능한 전도성 접착제이다[1]. 일반적으로 기능성 접착제 핵심 구성 원료는 분말(알갱이) 형태이며, 여기에

수지를 섞어 제조한다. 이때 이종의 알갱이를 잘 섞이게 하는 것이 중요하며, 이를 위해 알갱이 용기를 적절하게 진동시켜 혼합한다. 이 때문에 알갱이 군(=알갱이들의 모임)에 진동이 가해졌을 때 그 응답에 대하여 기본적으로 이해할 필요가 있다.

알갱이란 수십 마이크로 이상의 입자들을 말한다. 이런 알갱이들을 담은 용기를 수직으로 진동시키면, 알갱이에 작용하는 Newtonian 힘과 Stokesian 힘이 서로 균형을 이루면서 알갱이들이 한쪽으로 쏠려 알갱이 무더기(heap)를 형성하는데, 이것을 Faraday heaping이

[†]Corresponding author: Won Heum Han (psa231@naver.com)

Figure 1. Sand ripples due to (a) the desert wind and (b) the sea water[5].

라고 한다. 이러한 진동이 계속되면, 작은 무더기들이 서로 뭉쳐 더욱 커지게 된다[2-4]. Newtonian 힘은 알갱이들끼리 또는 알갱이와 벽이 충돌(collision)해 나타나는 힘이나 알갱이에 작용하는 중력(gravity) 등의 힘을 말하며, Stokesian 힘은 알갱이와 이를 둘러싼 유체(공기저항(air drag)이나 대기압(air pressure)) 간의 상호작용에 의한 힘을 의미한다. Stokesian 힘은 알갱이 무더기로 알갱이를 모아주는 반면에 Newtonian 힘은 알갱이를 흩어지도록 작용한다. 자연에서 볼 수 있는 문양들 중에서 대표적인 것은 사막이나 강가에 생기는 문양이다. 바람이 많이 부는 사막에서는 군데군데 또는 길게 모래 무더기 문양을 볼 수 있고, 강가의 모래는 물결의 흔적을 그대로 반영한다(Figure 1).

그러나 실제 자연의 알갱이에 작용하는 힘은 여러 힘들의 합력이므로 수직진동만으로 해석할 수 없으며, 알갱이도 단순히 구형이 아니다. 따라서 본 연구에서는 알갱이 계에 수직 상하운동뿐 아니라 수평 회전운동을 적용하여 무더기 효과를 조사하고, 이와 병행하여 알갱이 종류를 모래, 좁쌀, 소형 은박원판으로 나누어 조사함으로써, 알갱이에 미치는 힘 및 알갱이 모양 효과를 정성적으로 비교 분석하였다.

2. Faraday Heaping 현상론

일반적으로 알갱이 군은 고체와 유체의 성질을 모두 갖고 있다. 예를 들면 평판 위의 모래더미는 고체 성질이 있지만 여기에 진동과 같은 자극을 주면 유체처럼 흐르거나 뭉치기도 한다[6]. Faraday heaping 실험은 구형 알갱이를 담은 용기를 수직으로 진동시키면서 알갱이 군 표면에 형성되는 문양을 관측하며, 표면 아래에서 일어나는 알갱이들의 운동을 파악하는 실험이다. 용기를 수직으로 진동시킬 때, 용기 내의 알갱이들의 궤적은 알갱이를 지탱하는 바닥판과의 상대적인 운동에 의해 나타나는데, 진동수가 특정 진동수 이상이면 알갱이들이 바닥으로부터 위로 떠올랐다가 다시 바닥과 충돌하는 운동을 반복한다. 이때 알갱이에 미치는 힘과 이들을 둘러싼 기체 영향으로 무더기가 형성된다

Figure 2. Numerically simulated Faraday heaping in a vibrated granular bed ($f = 6.25$ Hz, $a = 10$ mm) after 0, 30, 55, 240 driving cycles (DC)[4].

[2-4].

Faraday heaping에 대한 연구들 중에서, Gerner 등이 컴퓨터 코드(hybrid granular dynamics[7], computational fluid dynamics[8])로 알갱이의 무더기 효과를 시뮬레이션한 결과[4]에 의하면, 알갱이가 담긴 용기를 수직 진동(진동수 = 6.25 Hz, 진폭 = 10 mm)시키되 진동횟수를 증가시키면서 알갱이 군의 변화를 조사한 결과, 진동횟수 = 30 일 때 작은 ripple들이 생겼고, 55번 진동시킨 후에 ripple들이 서로 뭉치면서 커졌으며, 240번 진동시킨 뒤에는 한 개의 큰 heap이 형성되었다. 또 이 상태에서 진공으로 만든 후 15번 진동시켰을 때 heap이 사라졌다고 보고하였다. 이 연구를 통해 Gerner 등[4]은 “알갱이들의 무더기 현상은 알갱이에 미치는 공기저항이 있어야 하고, Newtonian 힘과 Stokesian 힘이 서로 균형을 이룰 때 무더기가 형성되며, 진동수가 증가할 수록 작은 무더기들이 서로 합쳐진다고 설명하였다(Figure 2).

Gerner 등[4]은 Faraday heaping의 주 원인은 공기 저항력(air drag) F_{drag} [9]과 알갱이에 미치는 중력 F_g 이며, 무더기 형성 과정은 다음과 같이 Newtonian과 Stokesian 힘 사이의 비(ratio : P)에 의존한다고 발표하였는데, P 는 다음과 같다.

Figure 3. Heap angle as a function of drag factor β .

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{F_{drag}}{F_g} \beta \\
 &= \frac{3\pi\mu d U f(\varphi, R_e)}{\frac{1}{6}\rho\pi g d^3} \beta \\
 &= \frac{18\mu U}{\rho g d^2} f(\varphi, R_e) \beta
 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,

μ : 유체(공기)의 점성

d : 알갱이의 직경

U : 알갱이에 대한 공기의 상대속도

$f(\varphi, R_e)$: 알갱이 군의 packing fraction (ψ)와 Reynold 수 R_e 와 관련된 무차원 경험함수

ρ : 알갱이의 밀도

β : drag factor (무차원의 경험 값)

인데, (1)식에서 경 μ , d , ρ , g 는 제어 파라메타이며, φ , R_e 는 알갱이 군의 응답 파라메타이다. 응답파라메타는 제어 파라메타를 바꾸면 덩달아 변하고 제어 파라메타들 끼리도 서로 얽혀 있어서 제어 파라메타 중의 하나를 바꾸어 시스템적으로 P 를 변경하기 어렵다. 이런 이유로 Germer 등[4]은 heaping 현상을 모델링하기 위해 기존의 F_{drag} 관계식에 새로운 무차원의 경험 값 β 를 도입했는데, $0.05 < \beta < 20$ 의 범위에서 β 에 따라 P 와 함께 무더기의 경사(heap slop)가 증가함을 제시하였다(Figure 3).

Figure 4. Experimental setup for Faraday heaping.

3. 실험

본 실험에서 변인은 알갱이의 크기, 밀도, 탄성에 의한 상대속도, 유체의 점성계수(상온에서 공기 = 1.78×10^{-4} g/(cm · sec), 물 = 0.0085 g/(cm · sec)) 등이지만 입자를 바꾸면, 앞의 3개 요소는 동시에 변한다. 즉, 이들 변인들을 개별적으로 제어할 수 있는 것이 아니라 모두 바뀌게 되어 각 변인들이 heaping에 미치는 감도(sensitivity)를 정확하게 조사할 수 없다. 따라서 여기서는 실험에 사용한 알갱이의 무더기 현상(외력과 알갱이 종류에 따른 실험결과)을 서로 정성적으로 비교하기로 하며, 이를 위해 진동조건(진동회수 및 진동형태[수직진동, 수평회전진동])을 제어하기로 한다.

3.1. 실험 장치

Figure 4는 Faraday heaping 실험장치이다[10]. 이 장치는 수직 상하진동과 수평 회전진동을 발생시키는 장치로서, 알갱이를 담을 수 있는 투명한 아크릴 용기(높이 $H = 10$ cm, 지름 $D = 17$ cm), 수직 또는 수평진동 발생 기구(driving force input), 초고속 카메라로 구성되며, 필요시 일반 카메라를 병행하여 촬영하였다.

3.2. 진동 실험

3.2.1. 수직 상하진동 효과

수직 상하진동 실험은 상하 진폭 $a = \pm 3$ cm, 진동수 $f = 2$ Hz를 유지하고, 총 진동수 = 0~200회 범위 내에서 진동시키면서 무더기 현상을 관측하였다. 이때 실험에 사용한 알갱이는 좁쌀($d = 1.1$ mm)과 모래($d = 0.5$ mm) 및 원판형 은박($\phi = 1$ mm)이고, 각 물리량들의 측정오차는 $\pm 15\%$ 이다.

3.2.2. 수평 회전진동 효과

수평 회전진동 실험은 진동수 $f = 2.5$ Hz를 유지하고, 진폭 $a = \pm 4$ cm와 ± 7 cm에서 실험하되, 총 진동수 = 0~125회 범위 내에서 진동시키면서 관측하였다. 이때 실험에 사용한 알갱이는 좁쌀($d = 1.1$ mm)이며, 이 들의 측정오차는 $\pm 15\%$ 이다.

4. 실험결과 및 분석

일반적으로 $10^{-8} \sim 10^{-3}$ m 범위의 직경(d)을 갖는 알갱이들의 운동 영역을 Stokes 유동 영역이라 하는데[11], 이 영역에서 알갱이 운동묘사 방법은 알갱이들의 속도와 그에 작용하는 힘 사이에 선형적인 관계가 있다는 가정에서 출발한다. 특히 $d = 10^{-4} \sim 10^{-3}$ m 범위의 알갱이의 운동방정식은

$$m \frac{d\vec{U}}{dt} = \vec{F}^H + \vec{F}^P \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \vec{F}^H &= \text{Stokes drag force} \\ &= -\vec{R} \cdot \vec{U} f(\varphi, R_e) \\ \vec{F}^P &= \text{Newtonian force} \\ &= \text{gravitational force} \\ &\quad + \text{others} \end{aligned}$$

으로 표현된다. 여기서 $\vec{F}^H$ 는 Hydrodynamic Force로서 유체의 Stokes drag에 의한 힘이고, $\vec{F}^P$ 는 알갱이에 미치는 Newtonian 힘으로서 알갱이의 중력을 비롯해, 알갱이의 kinetic 운동, 충돌 및 마찰 등을 포함한다.

4.1. 외부 운동 효과

4.1.1. 수직 상하진동

모래(크기 : 약 5×10^{-4} m) 용기를 수직으로 진동시킬 때, 운동방정식은 다음과 같다[11].

$$\begin{aligned} m \frac{dU}{dt} &= -3\pi\mu d U f(\varphi, R_e) \\ &\quad + \rho_P V_P g \\ &\quad + \text{others} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, ρ_P 와 V_P 는 각각 모래 알갱이의 밀도와 체적이다. 수직 진동 실험의 경우, 상하 진폭 $a = \pm 3$ cm, 진동수 $f = 2$ Hz를 유지하면서 총진동수 범위(0~200회) 내에서 진동시키면서 무더기 현상을 관측하였다. 진동 초기에는 군데군데 무더기가 약하게 나타나다가 진동 회수가 거듭될 수록 이들이 모여면서 하나의 큰 무더기가 형성되었는데(Figure 5), 이 결과는 Gerner 등[4]의

Figure 5. One appreciable heap due to the vertical vibration of DC = 200.

Figure 6. Formation of a small heap by relatively low air pressure due to upward lifting of granules[4,7,8].

연구결과와 유사하였다.

위의 실험결과와 경우, 다음과 같이 정성적으로 이해할 수 있다. 상하 운동시 모래 알갱이에 작용하는 힘은 공기의 drag 힘 외에도 모래 알갱이에 미치는 중력과 알갱이의 kinetic 운동, 충돌 및 마찰 등으로 구성된다[8,9]. 동종의 모래 알갱이라 해도 크기, 밀도, 탄성 및 거칠기 등이 약간씩 서로 달라서 알갱이에 미치는 중력, 충돌력 및 마찰력이 다르기 마련이다. 이 때문에 알갱이 계의 분포마다 비교적 무거운 곳과 탄성반발이나 마찰이 강한 곳이 있게 되는데, 이로 인해 진동 초기에는 작은 무더기들이 형성되기에 충분한 계곡형성 경계(nodal boundary for valley formation : N_b) 조건이 내재되어 있다. 이렇게 잠재된 경계를 기준으로 Figure 6에 보인 바와 같이, 가벼운 모래 알갱이가 모인 곳이 용기 바닥으로부터 위로 좀 더 높이 떠 올라가서 공간이 많이 생기고, 이때 나타난 저기압에 의해 모래 알갱이들이 점차 중앙으로 모여서 무더기가 생겨나게 된다[4,8,9]. Figure 6에 보인 무더기는 진동 초기에 용기 내에 형성된 여러 작은 무더기 중의 하나이다.

한편, 진동이 거듭되면서 어느 정도 커진 무더기의 중앙이 오히려 무거워 지면서 좀 더 큰 새로운 heap

Figure 7. Simplified model : Aggregation of small heaps by nodal boundary formation ($N_b \rightarrow N_b' \rightarrow N_b''$).

형성의 경계(N_b') 조건이 되어, 작은 무더기 사이의 계곡이 오히려 높이 상승하면서 두 개의 작은 무더기가 합쳐져 좀 더 큰 무더기가 형성되게 된다($N_b \rightarrow N_b'$). 이러한 과정이 반복되면서($N_b \rightarrow N_b' \rightarrow N_b''$) 결국엔 하나의 큰 무더기가 형성되는 것으로 판단된다(Figure 7). 최종적으로 알갱이가 용기의 중앙으로 모여 단 하나의 무더기가 형성된 이유는 용기의 벽에 의한 영향이다. 즉, 용기 벽에서는 벽과 알갱이 간의 충돌과 마찰에 의해 모래가 수직 운동하기가 용기 중앙보다 어렵지만, 용기 중앙의 모래는 비교적 수직 운동 폭이 커서 모래가 용기바닥으로부터 떠 올랐을 때 공간이 많이 생기고, 이때 나타난 상대적 저기압에 의해 모래알이 점차 중앙으로 모여서 무더기가 생겨난 것으로 볼 수 있다(Figure 6).

4.1.2. 수평 회전진동

실제 좁쌀(크기 : 거의 1×10^{-3} m)을 용기에 담고 수평

회전진동 운동시켰는데, 이때의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 m \frac{d\vec{U}}{dt} &= \vec{F}^H + \vec{F}^P \\
 &= -3\pi\mu d \vec{U} f(\varphi, R_e) \\
 &\quad + \rho_P V_P g \\
 &\quad + \sum_i \rho_P V_P r_i \left(\frac{d\alpha_i}{dt} \right)^2 \\
 &\quad + \text{others}
 \end{aligned} \tag{4}$$

여기서, $\vec{r}_i$ 는 회전운동 중심을 기준으로 i 좁쌀의 위치벡타이고, α_i 는 i 좁쌀이 회전 진동하는 각 진폭 (angular amplitude)이다. (4)식에서 첫째, 둘째, 셋째 항은 각각 Stokesian 힘, 중력 및 원심력이다. 수평 회전진동 실험은 진동수 $f = 2.5$ Hz를 유지하고, 총진동수를 0~125회 범위 내에서 진동시키면서 관측하되, 진동진폭 a 는 각각 ± 4 cm 및 ± 7 cm에서 실시하였다.

실험결과는 진동횟수 $N = 35$ 회 일 때, 좁쌀의 윗면에서 반경 3.5 cm 지점에서 원형의 계곡(valley)이 생겼고(Figure 8(a)), 진동횟수 = 80회 일 때에는 계곡의 깊이가 더 깊어졌고, 중앙부분이 블록하게 상승하였다(Figure 8(c)). Figure 8(b)는 $N = \sim 45$ 회 일 때, 초고속 카메라로 촬영한 동영상상을 캡처한 것인데, 중앙부위가 위로 솟아오르고 있음을 알 수 있다.

Figure 9는 무더기 형성 초기(Figure 8(a))부터 성숙기(Figure 8(c))의 과정을 알기 쉽게 도안식으로 보인 것이다. Figure 9(a)에 보인 것처럼, 회전운동이 있으면 알갱이는 원심력과 중력에 의해 비스듬하게 아래로 향한다. Figure 9(b)은 회전진동 횟수 $N = 35$ 일 때 알갱이 군의 모습을 도안으로 보인 것으로서, 회전운동이 있을 때, 알갱이(1, 2)의 이동방향을 보인 것이다. 표면의 알갱이 1은 튀어 올라가 용기의 가장자리로 이동하고, 표면 아래의 알갱이 2는 원심력과 중력에 의해 약간 아래로 향한다. Figure 9(b)에서 볼 수 있듯이, 용기 내의 모든 알갱이가 용기의 가장자리로만 향하는 영역

Figure 8. Heaping due to the rotational vibration with (a) $N = 35$, (b) $N = \text{around } 45$ (high speed camera photo) and (c) $N = 80$.

Figure 9. Doughnut typed pattern formation process (a) force vector acting on particles, (b) movement of particles 1 and 2 due to rotation, (c) particle movement at turning point with no rotation.

만 존재하는 것이 아니라, 움직임 현상이 다른 2개의 영역이 더 존재한다(여기서는 $\hat{r}$ 방향만 고려하고, $\hat{r}$ 에 수직방향은 고려하지 않는다.). 즉, 알갱이 이동이 있는 Moving 영역(I), 위에 쌓인 알갱이의 중력과 마찰력 등에 의해 $+\hat{r}$ 방향 운동량이 없는 Static 영역(II), 용기의 회전진동 회귀점(turning point) 직후, 영역(I)의 알갱이들이 $-\hat{r}$ 방향으로 이동할 때, 이들(알갱이 1, 2)을 위로 떠올려 받침대 역할을 하는 Meta static 영역(III) 등 3개의 영역으로 크게 나눌 수 있다.

Figure 9(c)은 영역(I)에서 알갱이의 $\hat{r}$ 방향움직임 상태를 묘사한 것이다. 용기 표면의 알갱이 1은 원심력에 의해 알갱이가 $+\hat{r}$ 방향으로 이동한 다음, 원운동 회귀점 직후 중력에 의해 아래로 내려가고, 표면 바로 밑의 알갱이 2는 원심력과 중력에 의해 비스듬하게 아래로 향하며, 용기의 벽과 알갱이의 탄성에 의해 회귀점에서는 오히려 $-\hat{r}$ 방향(원의 중심)으로 향한다. 이와 동시에 중심의 알갱이는 위쪽으로 이동하여 중앙부분이 볼록하게 솟아오른다. 영역(II)에서는, 용기 벽과 서로 알갱이들이 밀착되어 있고 또 알갱이들의 중력 때문에 지름방향으로 이동은 거의 없다. 영역(III)의 경우, 회귀점 직후 원운동이 멈출 때 안쪽으로 밀려오는 알갱이에 의해 힘을 가장 많이 받는 부분인데, 이 영역(III)의 알갱이는 밀려오는 알갱이의 중력과 탄성력 및 자체 마찰력 등으로 알갱이 1과 2를 위로 밀어 올린다(여기서 $r_i \neq 0$ 위치의 모든 알갱이는 원운동에 의해 접선방향의 관성 운동량을 갖고 있지만, 본 실험에서는 $\hat{r}$ 방향의 이동경로만 고려한다.).

Figure 9(c)에 정의된 바와 같이, 벽 근처의 알갱이 높이(I), 용기 중앙에서 무더기의 높이(h), 용기 중앙으로부터 계곡의 위치까지의 거리($r = D/2 - R$)의 변화를 회전진동에 관측하였는데, Figure 10은 I, h, r의 값의 변화를 보인 것이다. 그림에 보인 것처럼, I와 h값은 진동 횟수가 증가할수록 약간씩 증가하였지만, R 값은 약 3.7 cm로서 실험오차 범위 내에서 거의 변하지 않았다.

Figure 10. Evolution of donut typed heap : changes in I, h and R with increasing N.

이 실험으로부터, 용기를 수평 회전 진동시키면 좁쌀 표면 위에 원형 계곡이 형성되고, 또 진동회수가 많아지면서 골이 더 깊어지며 용기의 중앙이 위로 솟아오르는 것을 알 수 있었는데, 이는 Figure 9에 보인 것처럼, 원심력이외에도 중력과 알갱이들끼리 마찰저항, 용기 벽에 의한 반발력 및 탄성밀림 현상 때문인 것으로 이해할 수 있다.

만일, 알갱이 군에 수직운동과 원운동이 동시에 적용된다면, (1)식의 P' 는 아래와 같이 변경된다(즉, $P \rightarrow P'$).

$$\begin{aligned}
 P' &= \frac{F_{drag}}{F_g + F_C} = \frac{P}{1 + \frac{F_C}{F_g}} \\
 &= \frac{P}{1 + \frac{r_i \left(\frac{d\alpha_i}{dt}\right)^2}{g}} = \frac{P}{1 + \frac{r_i \omega_i^2}{g}}
 \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 F_C 는 알갱이 i 에 작용하는 원심력이다. (5)식은 수직 상하운동 외에도 알갱이에 원운동($\omega_i \neq 0$)이

Figure 11. Changes in P' due to horizontal rotation ($P \rightarrow P'$).

Figure 12. Spiral heaping due to the rotational vibration with (a) $N = 35$ and (b) $N = 80$.

작용하면, 수직진동에 의한 무더기와 비교할 때 $P \rightarrow P'(P > P')$ 이 되어 무더기 경사가 낮아짐을 의미한다. 이는 원운동이 무더기 형성을 방해하는 것이라고 직관적으로도 알 수 있다. Figure 11은 (5)식에서 P 의 변화($P \rightarrow P'$)를 회전진동 각속도($\omega_i = d\alpha_i/dt$)를 매개변수로 하여 알갱이 i 의 위치(r_i)의 함수로 보인 것이다.

한편, 또 진폭을 7 cm로 크게 한 경우, 나선형 무늬가 나타났다(Figure 12). Figure 12는 $N = 35, 80$ 회 진동시켰을 때 촬영한 사진이다. 진폭을 4 cm $\rightarrow$ 7 cm한 경우 원형 계곡이 아니라 나선형 계곡이 생긴 이유는 회전축이 흔들리면서 세차(precession) 운동했기 때문인

Figure 13. Heaping of circular foil due to vertical vibration with (a) $N = 35$ and (b) $N = 125$.

것으로 이해된다. 이때의 운동은 수직상하운동과 수평 원운동 및 용기 바닥의 중앙을 기준으로 세차운동이 혼합된 것으로, 수직진동만 있을 때 형성되는 무더기 경사를 방해하기 때문에 경사가 크지 않게 된다. 이는 Figure 3과 (5)식으로도 어느 정도 예측할 수 있다.

4.2. 알갱이 모양 효과

원판형 은박지(circular thin foil 또는 silver disc, 1 mm 이내)를 용기에 담고 수평 회전진동 운동시켰는데, 이때의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 m \frac{d\vec{U}}{dt} &= \vec{F}^H + \vec{F}^P \\
 &= -R \cdot \vec{U} f(\varphi, R_c) \\
 &\quad + \rho_P V_P g \\
 &\quad + \sum_{i,j} \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_i q_j}{r_{ij}^2} \hat{r} \\
 &\quad + \text{others}
 \end{aligned} \tag{6}$$

여기서, q_i 와 q_j 는 각각 i, j 알갱이의 유도 전하량이고, r_{ij} 는 i, j 알갱이들 간의 거리이다.

원판형 은박지(circular thin foil, 1 mm 이내)를 진동 용기에 넣고 용기를 상하로 운동시키면서(상하 진폭 3 cm, 진동수 2 Hz, $N = 0 \sim 200$ 회), 알갱이 무더기가 일어나는 현상을 관측했는데, 특히, 원판형 은박지에 대한 실험결과는 작은 언덕들이 난잡하게 나타났다(Figure 13). 그러나 횡수를 거듭할수록 무더기가 서로

Table 1. Comparison of Heapings Due to Different Force Origins

Vibration Condition		Vertical vibration			Rotational vibration	
		f = 2 Hz, a = ± 3 cm			f = 2.5 Hz	
					a = ± 4 cm	a = ± 7 cm
Particle	Shape	Millet	Circular foil granule	Sand granule	Millet	Millet
	Diameter	1 mm	1 mm	0.5 mm	1 mm	1 mm
	Stokesian	Air drag			Air drag	
Force origin	Newtonian & others	- Gravity	- Gravity	- Gravity	- Gravity	- Gravity
			- Electrostatic force		- Centrifugal force	- Centrifugal force
		- Collision	- Collision	- Collision	- Collision	- Precession motion
		- Friction	- Friction	- Friction	- Friction	- Collision
Final result	Patterns	- One big heap	- Big heap with Small heaps (complicated)	- One big heap	- Donut typed heap	- Spiral typed heap

Figure 14. Differences in heap formation of millet (○), sand (◆) and circular foil (-) due to vertical vibration.

몽치는 현상이 나타났으나 좁쌀과 모래보다 훨씬 늦게 나타났으며, 큰 무더기에 작은 무더기들이 기생하는 형태이다(Figure 13(b)).

Figure 14는 수직 진동수에 따라 단일 heap으로 진화하는 속도를 비교한 것인데, 모래가 은박지보다 약 2배 빠르게 형성됐음을 알 수 있다. Gerner 등의 모델에 의하면, 원래 동일한 크기의 알갱이라도 무게가 가벼우면 heaping이 더 빨리 일어난다. 그런데, 은박지가 모래보다 가벼운데도 더 늦게 형성된 이유는 은박지 간의 정전기력 또는 은박지 원판이 서로 붙어 있는 경우 이들이 떨어지는 것을 방해하는 진공 때문에 무더기의 진화가 더 늦게 나타난 것으로 해석된다. 마찬가지로 알갱이가 자성을 띠고 있더라도(예, 자철석 모래 등), 이와 유사한 현상이 나타날 것으로 생각된다.

위의 분석내용을 정리하면, 좁쌀, 은박지와 모래알 모두 Faraday heaping (무더기) 현상이 나타났지만, 모

래알에 비해 은박지의 무더기는 난잡했는데, 그 이유는 중력과 충돌력 이외에도 은박지에는 정전기력이 더 있고, 다른 한편으로는 원판 사이의 진공에 의해 난잡한 무더기가 일어났을 것으로 생각된다(Figure 13). Table 1은 본 연구를 통해 얻은 실험결과와 그 원인을 요약한 것이다.

일반적으로 알갱이의 무더기(사막의 모래, 지각의 흩이나 곡물, 소형 장식용 구슬, 접착재료 및 플라스틱 성형용 재료 등) 현상을 보면, 주기적인 문양뿐만 아니라 복잡한 혼돈의 문양도 나타나기도 하는데[12], 본 연구는 자연의 문양 형성 원인이 진동 형태(또는 바람의 특성)뿐 아니라 알갱이의 성질과 모양도 관계된다는 사실을 알려준다. 특히 알갱이 성질 중에서 표면특성(예, 표면에너지)도 응집현상과 아주 밀접한데, 본 연구에서 사용한 좁쌀, 모래, 은박원판 알갱이의 표면에너지(broken bond에 의한 에너지를 서로 비교하면 은박원판 알갱이가 가장 크다. 만일 은박원판 알갱이에 유도 정전기가 없다면, 은박원판 알갱이의 난잡한 무더기 현상의 결정적인 원인이 은박지의 표면에너지라고 단정할 수 있다. 참고로, 알갱이 군과 유사한 현상을 점성 유체에 대한 실험에서도 볼 수 있는데, 알갱이 군을 낮은 진동수로 진동시킬 때는 낮은 점성의 유체와 비슷한 특성을 보이고, 높은 진동수일 때는 높은 점성의 유체와 비슷한 특성을 갖는다고 알려져 있다[13].

5. 결 론

알갱이의 무더기 현상(예, 모래문양, 분말형태의 접착제 원료 등 분말의 무더기 등)의 근원을 이해하기 위해, 좁쌀, 모래, 은박원판 알갱이에 대하여 수직진동 외에도 회전진동을 추가로 적용하여 알갱이의 움직임

현상을 연구하였다. 수직진동의 경우, Gerner 등의 모델[4]처럼 무더기가 형성되었는데, 좁쌀, 모래, 은박원판의 순으로 무더기 현상이 나타났고, 특히, 은박원판의 경우에 무더기 현상이 늦고 난잡하게 나타났다. 또 회전진동의 경우, 용기 벽과 중력 및 알갱이의 탄성 밀리기에 의해 알갱이가 회귀점 직후 용기중앙으로 이동하여 결국에는 중앙부위가 위로 볼록하게 솟아오르는 현상이 나타났고, 회전진동 진폭이 커지는 경우엔 나선형의 문양이 나타났다.

위의 사실로부터 Newtonian 힘에 알갱이 간 인력과 원심력 및 세차운동 등이 포함되면 Faraday heaping 현상은 더욱 복잡해짐을 정성적으로 확인하였는데, 이는 자연의 복잡한 무더기 현상을 보면, 그 지역의 풍향특징 또는 용기의 진동특성 및 알갱이 군에 정전기나 자기력을 일으키는 분말의 포함 여부 등을 간접적으로 판단할 수 있음을 의미한다.

한편, 알갱이들의 응집현상은 알갱이들의 표면특성, 크기, 첨가량 및 알갱이와 수지와와의 친화성 등에 의해 복합적으로 결정되는데, 이러한 요소들을 고려하여 진동이 가해지는 조건에서 알갱이와 수지의 혼합물(예를 들면, 자성이나 전기를 띤 분말을 이용한 기능성 접착제 등)에 대한 알갱이 응집현상을 추가로 연구할 수 있다면 실제 접착제 제조에 기초자료로 활용될 수 있을 것으로 생각된다[14].

참 고 문 헌

1. 이귀중, 이영일, 권지한, 김동훈, 구리분말과 구리 페이스트 및 구리분말 제조방법, 대한민국 등록특허 10-2011-0143416 (2011); 연합뉴스, “구리로 된 전기 통하는 접착제 개발”, jyoung@yna.co.kr (2011).
2. H. J. van Gerner et al., *Phys. Rev. Lett.*, **103**, 028001 (2009); H. M. Jaeger, S. R. Nagel, and R. P. Behringer, *Rev. Mod. Phys.*, **68**, 1259 (1996); M. Faraday, *Philos. Trans. R. Soc. London*, **121**, 299 (1831).
3. S. W. Morris, E. Bodenschatz, D. S. Cannell, and G. Ahlers, *Phys. Rev. Lett.*, **71**, 2026 (1993).
4. H. J. van Gerner et al., *Phys. Rev. E*, **76**, 051305 (2007).
5. 사막과 해변의 모래 문양 사진, 인터넷 네이버 블로그 (2012).
6. V. V. Sokolovski, *Statics of Granular Materials* Pergamon, Oxford (1965); R. M. Nedderman, *Statics and Kinematics of Granular Material* Cambridge, Cambridge (1992).
7. M. A. van der Hoef et al., *Adv. Chem. Eng. Sci.*, **31**, 65 (2006).
8. N. G. Deen et al., *Chem. Eng. Sci.*, **62**, 28 (2007).
9. M. A. van der Hoef et al., *J. Fluid Mech.*, **528**, 233 (2005).
10. W. H. Han, Presentation Report of 2011 KYPT Conference, Korea Univ. (2011).
11. J. F. Brady, Lecture of the Micro-mechanics of Colloidal Dispersions (Multiscale modeling and Simulation of complex fluids), Univ. of Maryland, jfbrady@caltech.edu (2007); J. F. Brady and G. Bossis, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **20**, 111 (1988); J. F. Brady and G. Bossis, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **20**, 111 (1988); J. F. Brady and A. Sierou, *J. Fluid Mech.*, **448**, 115 (2001).
12. M. C. Cross and P. C. Hohenberg, *Rev. Mod. Phys.*, **65**, 851 (1993).
13. F. Melo, P. Umbanhowar, and H. L. Swinney, *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 3838 (1995).
14. 한국 접착 및 계면학회 편집위원회, 한국 접착 및 계면 학회지 12월호 투고논문 심사평 (2013).