공간적인 알리아싱을 포함한 탄성과 트레이스의 내삽을 위한 요소파 기반의 Matching Pursuit 기법

최지훈 · 변중무* · 설순지

한양대학교 자원환경공학과

Wavelet Based Matching Pursuit Method for Interpolation of Seismic Trace with Spatial Aliasing

Jihun Choi, Joongmoo Byun*, and Soon Jee Seol

Dept. of Natural Resources and Geoenvironmental Engineering, Hanyang Univ.

요 약: 탄성과 탐사자료의 획득 시, 기계적인 결함이나 지형적인 접근성 등으로 인하여 자료를 부분적으로 획득하지 못하거나, 해상 탐사의 경우 스트리머의 간격으로 인하여 공간적인 알리아싱(aliasing)이 발생할 수 있다. 이러한 불규칙하고 공간적인 알리아싱이 존재하는 자료는 추후 탄성과 자료처리과정에서 문제를 일으키게 된다. 만약, 정확하고 효율적인 내삽(interpolation) 기법을 보유하고 있다면, 이러한 문제를 해결할 수 있으며, 나아가 탐사를 수행할 때 송신원 또는 수신기의 수를 줄일 수 있으므로 탐사의 시간 및 비용이 줄어들게 된다. 여러 내삽 방법들 중 Matching Pursuit 기법을 이용한 내삽 방법은 고르기(sampling)의 형태와 상관없이 적용이 가능하다는 장점을 가지고 있다. 그러나 정현파 함수(sinusoidal function)를 기저함수로 이용하는 경우, 공간적인 알리아싱이 존재하는 탄성과자료에 적용시 정확한 내삽이 불가능하다는 한계를 지니고 있다. 따라서 본 연구에서는 공간적인 알리아싱의 문제를 해결하기 위하여, 정현파 함수가 아닌 요소파(wavelet)를 기저함수로 이용하는 요소파 기반의 Matching Pursuit 기법을 개발하였다. 또한, L-2 norm을 이용한 기존의 방법과 달리, 내적을 이용하여 내삽의 수행속도를 향상시켰다.

주요어: 내삽, 알리아싱, 요소파, Matching Pursuit

Abstract: Due to mechanical failure or geographical accessibility, the seismic data can be partially missed. In addition, it can be coarsely sampled such as crossline of the marine streamer data. This seismic data that irregular sampled and spatial aliased may cause problems during seismic data processing. Accurate and efficient interpolation method can solve this problem. Furthermore, interpolation can save the acquisition cost and time by reducing the number of shots and receivers. Among various interpolation methods, the Matching Pursuit method can be applied to any sampling type which is regular or irregular. However, in case of using sinusoidal basis function, this method has a limitation in spatial aliasing. Therefore, in this study, we have developed wavelet based Matching Pursuit method that uses wavelet instead of sinusoidal function for the improvement of dealiasing performance. In addition, we have improved interpolation speed by using inner product instead of L-2 norm.

Keywords: interpolation, aliasing, wavelet, Matching Pursuit

서 론

일반적으로 탄성과 자료를 얻을 때는, 기계적인 결함이나 지

형적인 접근성 등에 의해서 자료를 부분적으로 얻지 못하는 경우가 발생한다. 이외에 해상탐사의 경우에는 스트리머 내의 하이드로폰 사이의 간격보다 스트리머 사이의 간격이 넓어서 탐사방향에 수직인 방향으로 공간적인 알리아싱(aliasing)이 존재하는 자료를 획득하는 경우가 종종 발생한다(Vassallo *et al.*, 2010). 이러한 불규칙적이고 공간적인 알리아싱이 존재하는 자료는 추후 탐사자료처리를 효율적으로 수행하는데 문제가 된다. 하지만 정확하고 효율적인 내삽 기법을 사용할 경우 이러한 문제를 해결할 수 있고, 더욱이 이러한 내삽(interpolation) 기법을 적극적으로 탐사계획 시 활용한다면 탐사의 시간 및 비용을 줄일 수 있다. 내삽에 관한 연구는 LP (Linear Predic-

2014년 5월 1일 접수; 2014년 5월 2일 수정; 2014년 5월 21일 채택

*Corresponding author

E-mail: jbyun@hanyang.ac.kr

Address: Dept. of Natural Resources and Geoenvironmental Engineering, Hanyang University, 222 Wangsimni-ro, Seongdong-gu, Seoul, Korea

©2014, Korean Society of Earth and Exploration Geophysicists

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

tion) 기법(Spitz, 1991; Porsani, 1999)과 같이 규칙적으로 고르기(sampling)된 자료에 대한 내삽부터 시작되었다. 그러나 실제 탄성과 탐사자료는 불규칙적으로 고르기되는 경우가 대부분이므로, 최근에는 POCS (Projection Onto Convex Sets) 기법(Kim *et al.*, 2012; Yang *et al.*, 2012), ALFT (Anti-Leakage Fourier Transform) 기법(Schonewille *et al.*, 2009; Xu *et al.*, 2010), MWNI (Minimum Weighted Norm Interpolation) 기법(Liu and Sacchi, 2004; Naghizadeh and Sacchi, 2010) 등 불규칙적으로 고르기된 자료의 내삽에 대한 연구가 활발히 수행되었다. 그러나 이러한 방법들은 불규칙적으로 고르기된 자료에만 적용가능하며, 규칙적으로 고르기된 자료에는 적용이 불가능하다는 한계를 지니고 있다.

그러나 최근 Ozbek *et al.* (2009)에 의해 제안된 Matching Pursuit 기법을 이용한 내삽을 사용할 경우, 규칙적 또는 불규칙적으로 고르기된 자료에 모두 적용이 가능하며, 변환(transform)을 사용하는 내삽 방법에 비해 트레이스의 벌림(offset)값을 정확히 사용할 수 있으므로, 불규칙적으로 고르기된 자료에 대해서도 더 정확한 고려가 가능하다는 장점을 지니고 있다. 하지만 정현파 함수(sinusoidal function)를 기저함수로 이용하므로 공간적인 알리아싱이 존재하는 자료에 적용할 경우, 정확한 내삽이 불가능하다. 이러한 공간적인 알리아싱 문제를 해결하기 위하여, Vassallo *et al.* (2010)은 압력(pressure) 외에 운동방정식(equation of motion)을 통해 압력과 연결시킬 수 있는 입자가속벡터(particle acceleration vector)를 동시에 이용하였다. 그러나 이 방법에서는 압력과 입자가속벡터를 간단하게 연결하기 위하여, 수신기가 물속에 있다고 가정했기 때문에 해상탐사자료에만 적용이 가능하며, 또한 두 자료를 동시에 이용하기 위해서는 압력과 입자가속벡터를 동시에 얻을 수 있는 부가적인 장비가 필요하게 된다.

이 연구에서는 앞서와 같은 다른 부가적인 자료의 획득이 없이도 정현파 기반의 Matching Pursuit 방법의 알리아싱 문제를 해결하는 방법을 연구하였다. 이를 위해, 먼저 기존의 정현파 기반의 Matching Pursuit 기법을 이용한 트레이스 내삽에 관하여 간략히 소개하고, 이 연구에서 개발한 요소파(wavelet) 기반의 Matching Pursuit 기법을 이용한 트레이스 내삽에 관하여 기술하였다. 또한 요소파를 이용하여 내삽을 할 때 필요한 적절한 입력변수의 범위에 대하여 제시하였다. 마지막으로 기존의 방법과 요소파 기반의 Matching Pursuit 내삽 기법을 공간적인 알리아싱이 존재하는 합성탄성파탐사자료에 적용하고 이를 비교하였다.

Matching Pursuit 기법을 이용한 탄성과 트레이스의 내삽

Matching Pursuit 기법은 신호처리분야에서 Mallat and Zhang (1993)에 의하여 처음 소개되었다. Matching Pursuit 기

법을 이용하면 신호를 설정한 기저함수들의 합으로 나타낼 수 있다. 여기서 신호를 탄성과 자료 $f(x)$ 라고 한다면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$f(x) = \sum_{i=1}^{\infty} g(x; \theta_i) \quad (1)$$

여기서 $g(x; \theta_i)$ 는 기저함수, θ_i 는 기저함수를 구성하는 변수를 의미한다. Ozbek *et al.* (2009)이 제시한 바와 같이 기저함수로 정현파를 이용하면 기저함수는 다음과 같이 된다.

$$g(x; \theta_i) = a_i \cos(2\pi k_i x) + b_i \sin(2\pi k_i x) \quad (2)$$

여기서 a_i 는 cosine 함수의 진폭, b_i 는 sine 함수의 진폭, k_i 는 파수, x 는 벌림을 의미한다.

식 (1)을 만족하기 위해서는 탄성과 자료를 가장 잘 표현할 수 있는 변수들을 찾아야한다. 정현파 함수를 기저함수로 이용하는 경우, 찾아야하는 변수는 식 (2)에서 볼 수 있듯이 cosine과 sine 함수들의 진폭과 파수가 된다. Ozbek *et al.* (2009)은 탄성과 자료를 가장 잘 표현할 수 있는 기저함수의 변수를 찾기 위해서 L-2 norm을 이용하여 파수의 값에 따른 sine과 cosine 함수들의 진폭을 구하였다. 따라서 sine과 cosine 함수들의 진폭은 파수에 따라 정해지며, 파수는 탄성과 자료와 해당 기저함수의 차를 구했을 때 에너지를 가장 작게 만들 수 있는 값으로 결정된다. 탄성과 자료와 구해진 기저함수의 차는 다음 반복에서 입력 자료로 이용되게 되며, 다음 반복에서는 입력 자료를 가장 잘 표현하는 기저함수를 찾게 된다. 미리 설정한 기준값보다 입력 자료의 에너지가 작아질 때까지 반복을 수행하게 되면, 최종적으로 탄성과 자료를 표현하는 연속적인 함수인 기저함수들을 구할 수 있게 된다. 따라서 기저함수를 이용하여 고르기된 위치의 트레이스뿐만 아니라 임의의 벌림에서 트레이스의 내삽을 수행할 수 있다. 정현파 함수를 이용하여 2차원 내삽을 수행할 경우, 시간영역의 자료를 푸리에변환을 이용하여 주파수영역으로 변환하여 수행하게 된다. Fig. 1은 정현파 함수 기반의 Matching Pursuit 내삽 기법의 순서도이다.

정현파 함수를 기저함수로 사용하여 탄성과 자료를 표현하는 것은 탄성과 자료를 푸리에 급수로 표현하는 것과 같다. 따라서 정현파 함수 기반의 Matching Pursuit 내삽 기법은 푸리에 영역에서 발생하는 공간적인 알리아싱의 문제를 해결할 수가 없다. Fig. 2는 공간적인 알리아싱이 존재하는 탄성과 자료에 정현파 함수를 기저함수로 내삽을 수행한 결과이다. 입력 자료 Fig. 2(a)가 가지는 공간적인 알리아싱은 주파수-파수 영역인 Fig. 2(c)에서 쉽게 확인할 수 있다. 정현파 함수를 기저함수로 할 경우, 내삽을 수행한 결과의 주파수-파수 영역인 Fig. 2(d)를 보게 되면 공간적인 알리아싱이 해결되지 않았으며, 이것으로 인하여 시간-공간영역인 Fig. 2(b)에서 넓은 범위에 걸쳐 잡음이 발생하게 된다.

Fig. 1. Flowchart of the sinusoidal function-based Matching Pursuit interpolation method.

Fig. 2. Sinusoidal function-based Matching Pursuit interpolation results. (a) is aliased input data and (b) is interpolation result. (c) and (d) are their f - k spectrums, respectively. Note that the range of wavenumber 0.05 m^{-1} after the trace interpolation in (d) is extended.

이러한 문제를 해결하기 위하여, Vassallo *et al.* (2010)은 압력과 입자가속벡터를 동시에 이용하여 공간적인 알리아싱이 존재하는 자료에 효과적인 내삽 방법을 제안하였다. 하지만 해상 자료에서만 적용이 가능하며, 압력과 입자가속벡터를 동시에 측정할 수 있는 부가적인 스트리머가 필요하다는 한계가 있다. 앞서 언급한 것과 같이, Matching Pursuit 내삽 기법은 설정한 기저함수로 입력 자료를 표현하는 것이므로, 이 연구에서는 정현파 함수보다 탄성과 자료를 잘 표현할 수 있는 요소파를 기저함수로 이용하여, 부가적인 장비로 얻어진 자료가 없이도 공간적인 알리아싱 문제를 해결하고자 하였다. 또한 탄성과 자료를 잘 표현하는 기저함수의 변수를 찾기 위하여 L-2 norm이 아닌 Mallat and Zhang (1993)에 의해 제안된 내적을 이용한 방법을 사용하여, 계산 속도를 향상시켰다.

요소파 기반의 Matching Pursuit 내삽 기법

요소파에는 리커(Ricker), 몰렛(Morlet), 처플렛(Chirplet) 등 여러 종류의 요소파가 있다. 기저함수로 리커 요소파를 이용하게 되면, 식 (1)과 (2)는 다음과 같이 표현이 된다.

$$f(x) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i g(x; \theta_i) \quad (3)$$

$$g(x; \theta_i) = (1 - 2\pi^2 k_i^2 (x - \tau_{x,i})^2) \exp(-\pi^2 k_i^2 (x - \tau_{x,i})^2) \quad (4)$$

여기서 a_i 는 요소파의 진폭, k_i 는 주요파수(main wavenumber), $\tau_{x,i}$ 는 공간지연이다. 이 연구에서는 기저함수의 변수를 찾는 방법으로 L-2 norm이 아닌 내적을 이용하였다. L-2 norm을 이용하면 기저함수와 입력자료의 곱셈과 변수를 찾기 위하여 추가적인 연산이 필요하지만, 내적을 이용할 경우 기저함수와 입력자료의 곱셈만 수행하면 되므로, 계산량이 줄어들게 된다. 식 (4)의 기저함수는 연속적인 함수이므로, 내적을 이용하기 위해서는 입력 자료의 별림에 맞게 이산신호화 해주어야 한다. 먼저, 요소파 기저함수를 결정짓는 변수인 k_i 와 $\tau_{x,i}$ 에 주어진 범위 내의 값들을 넣어 탄성과 자료를 표현할 가능성 있는 기저함수들을 만들어준다. 다음으로 형태가 정해진 기저함수들을 입력 자료의 별림에 맞게 이산신호화를 해주어 기저함수벡터를 만든다. 이렇게 기저함수벡터들의 집합을 만들었으면, 기저함수벡터들을 각각 크기가 1이 되도록 단위벡터로 변환을 해주게 된다. 요소파의 진폭 a_i 는 내적을 수행하는 과정에서 자동적으로 얻어지게 되므로 기저함수벡터의 집합을 만들 때 고려를 해주지 않아도 된다. 이렇게 얻어진 벡터집합 내의 기저함수들을 탄성과 자료의 각각의 시간에서의 x 방향의 자료와 내적을 수행하게 된다. 이러한 탄성과 자료 $f(x)$ 와 기저함수 $\vec{x}_i (i = 1, 2, \dots)$ 를 벡터의 형태로 표현하게 되면, Fig. 3과 같이 나타나게 된다. 앞서 벡터집합 내의 기저함수들을 크기가 1인 단위벡터로 만들어 주었으므로, 내적을 수행하게 되면, 탄성과

Fig. 3. The inner product of seismic data $\overrightarrow{f(x)}$ and normalized basis function vectors $\vec{x}_i$ ($i = 1, 2, \dots$). Each dashed line A_i corresponds to the magnitude of $\vec{x}_i$ component in $\overrightarrow{f(x)}$.

자료와의 내적 값을 통해 탄성과 자료가 가지는 해당 기저함수의 성분의 크기(식 (3)의 a_i)를 구할 수 있게 된다. 따라서 해당 기저함수가 가지는 진폭을 구할 수가 있다. 또한 탄성과 탐사자료를 잘 표현하는 기저함수일수록, 내적 값이 크게 된다. 이를 이용하여, 가장 적합한 기저함수를 구할 수 있으며, 해당 기저함수를 구성하는 주요파수와 공간지연 값을 벡터집합을 통하여 구할 수가 있다. 이렇게 구해진 기저함수를 입력 자료에서는 빼고 출력 자료에서는 더하게 된다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같이 된다.

$$f_{out,j+1}(x) = f_{out,j}(x) + \langle f_{out,j}, \vec{x}_j \rangle \vec{x}_j \quad (5)$$

$$f_{in,j+1}(x) = f_{in,j}(x) + \langle f_{in,j}, \vec{x}_j \rangle \vec{x}_j \quad (6)$$

여기서 $f_{out}(x)$ 는 출력 자료, $f_{in}(x)$ 는 입력 자료, j 는 반복횟수를 의미한다. 그러나 기저함수벡터 $\vec{x}_j$ 는 입력 자료의 별림에 맞게 이산신호화 되었으므로, 내삽을 위해서는 연속적인 함수인 기저함수 $g(x)$ 로 표현이 되어야한다. 앞서 기저함수벡터

Fig. 4. Flowchart of the wavelet based-Matching Pursuit interpolation method.

를 단위벡터로 만들어주었으므로, 기저함수를 기저함수벡터의 진폭과 맞춰주기 위해서 기저함수벡터를 단위벡터로 만들 때 나누어주었던 값 h 로 곱해주어야 한다. 따라서 식 (5)와 (6)은 다음과 같이 변형된다.

$$f_{out,j+1}(x) = f_{out,j}(x) + \langle f_{out,j}, \vec{x}_j \rangle h g_j(x) \quad (7)$$

$$f_{in,j+1}(x) = f_{in,j}(x) - \langle f_{in,j}, \vec{x}_j \rangle h g_j(x) \quad (8)$$

이렇게 구해진 출력 자료 및 입력 자료는 다음 반복에서 다시 사용되게 된다. 입력 자료의 에너지가 미리 설정해둔 값보다 작아질 때까지 반복을 수행하면, 최종적으로 내삽이 완료된 출력 자료를 얻을 수 있다. Fig. 4는 요소파 기반의 Matching Pursuit 내삽 기법의 순서도이다.

요소파 기반의 Matching Pursuit 기법을 이용할 때 최적의 내삽 결과를 위한 변수 분석

앞에서 내적을 이용하여 기저함수의 변수를 구하기 위해서 공간지연과 요소파의 주요파수에 따른 기저함수벡터의 집합을 만들었다. 이때 공간지연과 주요파수의 최대값을 어떻게 설정해주는지에 따라 내삽결과에 영향을 주게 된다. 공간지연의 경우, 탄성과 트레이스의 별림의 최대값까지 사용하면 된다. 그러나 주요파수 k_j 의 경우, Fig. 5에서 볼 수 있듯이 요소파의 공간영역에서의 폭과 파수영역에서의 파수범위와 관련이 있는 변수이므로, 적절한 범위의 고려가 필요하다. 따라서 최적의 k_{max} 를 구하기 위하여, 입력 자료의 나이퀴스트 파수 (Nyquist wavenumber)를 기준으로 하여 다음과 같은 식을 구성할 수 있다.

$$\frac{1}{(2dx)p_1} < k_{max} < \frac{1}{(2dx)p_2} \quad (9)$$

$$p_2 < p < p_1 \quad (10)$$

여기서 k_{max} 는 입력 변수인 요소파의 주요파수의 최대값, dx 는 입력 자료의 트레이스 간격, p 는 최적의 k_{max} 를 찾기 위한 변수이다. 우선 요소파가 파수영역에서 가지는 파수범위에 관해서 고려를 해주어야한다. 요소파의 주요파수 k_j 와 파수범위는 비례하므로, 요소파의 파수범위는 $(0 \sim \alpha k_j)$ 를 가진다고 설정할 수 있다. 이 때 내삽이 수행된 출력 자료가 가지는 파수 범위는 입력 자료의 파수 범위보다 커야하므로, 주요파수의 최대값은 입력 자료의 나이퀴스트 파수의 $(1/\alpha)$ 보다 커야한다. 따라서 p 의 최대값은 다음과 같이 정해진다.

$$\frac{1}{(2dx)\alpha} < k_{max}, p_1 = \alpha \quad (11)$$

다음으로 요소파가 공간영역에서 가지는 너비를 고려해주어야

Fig. 5. (a) Ricker wavelet with the wavenumber of 0.004 m^{-1} in time domain and (b) its spectrum in the wavenumber domain, respectively. k_j is a main wavenumber of the Ricker wavelet.

한다. 요소파의 주요파수와 공간영역에서의 너비는 서로 반비례한다. 따라서 요소파의 주요파수가 매우 커지게 되면, 공간영역에서의 너비는 줄어들게 되고, 입력 자료의 벌림에 맞게 이산신호화 하였을 경우 요소파를 충분히 나타내지 못하는 문

제가 발생하게 된다. 이를 고려하기 위하여, 요소파의 공간영역에서의 너비를 $(-\beta/k_j \sim \beta/k_j)$ 로 설정하고, 요소파를 표현하기 위해 필요한 최소격자수를 n_{grid} 라고 하면 다음과 같은 수식을 만들 수 있다.

Fig. 6. The comparison of interpolated results with various p value. Views (a-d) are expressed in the t - x domain and (e-h) are expressed in the f - k domain: (a) and (e) are aliased input data; (b) and (f) are interpolated data using $p = 1$; (c) and (g) are interpolated data using $p = 1.3$; (d) and (h) are interpolated data using $p = 1.7$. Note that the range of the wavenumber in (f), (g), and (h) are extended to 0.05 m^{-1} after the trace interpolation.

$$\frac{2\beta}{k_{\max}} > n_{\text{grid}} dx \quad (12)$$

이 식을 식 (9)와 같이 표현해주게 되면, p 의 최소값을 구할 수 있다.

$$k_{\max} < \frac{1}{2} \frac{4\beta}{dx n_{\text{grid}}}, p_2 = \frac{n_{\text{grid}}}{4\beta} \quad (13)$$

따라서 최적의 $k_{\max}$ 값을 구하기 위한 변수 p 의 범위는 다음과 같이 된다.

$$\frac{n_{\text{grid}}}{4\beta} < p < \alpha \quad (14)$$

p 값이 커질수록, 요소파가 표현할 수 있는 파수의 영역이 줄어들게 되므로, 요소파를 충분히 표현할 수 있는 격자수를 유지하면서, p 값을 작게 해줄수록 좋은 내삽결과를 얻을 수 있다. 그러므로 요소파를 표현하기 위한 최소격자수 n_{grid} 의 값을 정확히 아는 것이 중요하다.

Ryan (1994)은 리커 요소파의 주요파수에 따른 폭($-0.7797/k_j \sim 0.7797/k_j$)을 제시하였다. 그리고 Fig. 5(b)에서 볼 수 있듯이, 리커 요소파는 파수영역에서 ($0 \sim 3k_j$)의 너비를 가진다. 그러므로 기저함수로 리커 요소파를 사용할 경우 α 는 3, β 는 0.7797이 되므로 식 (14)는 다음과 같이 된다.

$$\frac{n_{\text{grid}}}{3.1188} < p < 3 \quad (15)$$

Fig. 6은 리커 요소파를 이용하였을 때, p 값에 따른 내삽결과를 도시한 그림이다. Fig. 6(a)에서 볼 수 있듯이 입력 자료로는 공간적인 알리아싱이 존재하는 자료를 사용하였으며, 공간적인 알리아싱은 Fig. 6(e)에서 쉽게 확인할 수 있다. Fig. 6(b)는 p 가 1일 때의 결과이다. p 가 1일 때는 요소파를 표현하는

Fig. 7. P-wave velocity model to test the wavelet based matching pursuit interpolation method.

Table 1. Parameters used in numerical modeling with the velocity model shown in Fig. 7.

Number of shots	1 ($x = 1020$ m / $z = 20$ m)
Source wavelet	Ricker wavelet ($f_{\text{main}} = 30$ Hz)
Number of receivers	133 ($x = 1035$ m $\sim$ 3015 m)
Receiver interval	15 m
Sampling interval	2 ms
Recording time	2 sec

최소 격자의 수가 3개가 되어 요소파를 충분히 표현하지 못한다. 따라서 Fig. 6(b)에 잡음이 발생하게 되고, 주파수-파수 영역인 Fig. 6(f)에서는 넓은 영역에 걸쳐 잡음이 발생하는 것을 확인할 수 있다. p 가 1.3이 되게 되면(Fig. 6(c)), 요소파를 표현하는 최소 격자의 수가 4개가 되어 내삽이 안정적으로 수행되게 된다. 그러나 p 를 1.7을 사용하였을 경우(Fig. 6(d)), 요소파를 표현하는 최소 격자의 수는 5개가 되어 요소파를 표현하기에 충분하지만, 파수 복구능력이 낮아지게 되어 높은 파수는 복구가 되지 않기 때문에 공간적인 알리아싱이 여전히 존재하는 것을 Fig. 6(h)를 통해 쉽게 확인할 수 있다. 따라서 리커 요소파의 경우, 요소파를 표현하기 위한 최소 격자의 수를 4로 하면서 p 값을 낮출수록 좋은 내삽 결과를 얻을 수 있다.

Fig. 8. The comparison of interpolation results in (a) spatial aliased input data (trace interval = 15 m). (b) and (c) are the interpolation results (trace interval = 5 m) of sinusoidal based Matching Pursuit method and wavelet based Matching Pursuit method, respectively.

합성탄성파탐사자료를 통한 내삽결과 비교

이 연구에서 개발한 요소파 기반의 Matching Pursuit 기법을 통한 내삽 방법의 공간적인 알리아싱이 존재하는 자료에 대한 성능을 분석하기 위하여, Fig. 7과 같이 여러 개의 반사면이 존재하는 속도 모델을 만들었다. 합성탄성파탐사자료는 탐사변수를 Table 1과 같이 하여, 2차원 유한 차분 모델링 코드(Han *et al.*, 2012)를 이용하여 생성하였다. 이렇게 생성된 공간적인 알리아싱이 존재하는 자료(15 m 벌림 간격)를 기존의 정현파 기반의 Matching Pursuit 내삽 기법과 이 연구에서 제안한 요소파 기반의 Matching Pursuit 내삽 기법을 수행한 결과(5 m 벌림 간격)를 Fig. 8에 도시하였다. Fig. 8(b)에서 볼 수 있듯이, 기존의 정현파 함수를 기저함수로 이용하는 방법은 공간적인 알리아싱으로 인하여 내삽 결과에 넓은 범위에 걸쳐 잡음이 존재하며, 이러한 잡음이 여러 이벤트의 진폭에 영향을 주는 것을 알 수 있다. 그러나 요소파 기반의 Matching Pursuit 내삽 기법을 수행할 경우(Fig. 8(c)), 약간의 잡음은 남아있으나 공간적인 알리아싱으로 인한 잡음이 상당히 줄어들었음을 확인할 수 있다. 또한, L-2 norm을 이용한 기존의 방법은 입력 자료의 에너지가 초기의 에너지의 10^{-20} 배가 될 때까지 수행하였을 때, 약 6.9 시간이 걸린 반면, 이 연구에서 개발한 내삽적 요소파를 기저함수로 하는 내삽 방법은 약 2.2 시간으로 계산 속도를 현저히 향상시킬 수 있었다.

결론

이 연구에서는 Ozbek *et al.* (2009)에 의해 제안된 정현파 기반의 Matching Pursuit 내삽 기법이 가지는 공간적인 알리아싱 문제를 해결할 수 있는 요소파 기반의 Matching Pursuit 내삽 기법을 제안하였다. 공간적인 알리아싱이 존재하는 탄성파 자료에 대한 내삽 성능을 검증하기 위하여, 합성탄성파탐사자료를 통해 개발한 요소파 기반의 Matching Pursuit 내삽 기법을 정현파 기반의 방법과 비교한 결과, 공간적인 알리아싱으로 인하여 생기는 잡음이 상당히 줄어드는 것을 확인하였다. 또한 계산 속도를 향상시키기 위하여, 기저함수의 변수를 구할 때 L-2 norm을 이용한 기존의 방법과 달리, 내적을 사용함으로써 합성탄성파탐사자료를 통해 계산 속도가 약 3배 정도 빨라진 것을 보여주었다.

내삽을 이용한 요소파 기반의 Matching Pursuit 내삽 기법을 사용하기 위해서는 중요한 입력변수인 요소파의 주파수 k 의 고려가 필요하다. 따라서 k 범위의 최대값 결정을 위한 변수 p 를 요소파의 파수범위 및 공간 영역에서의 너비를 고려하여, 파수범위와 관련된 변수 α , 공간 영역의 너비와 관련된 변수 β , 요소파를 표현하기 위한 최소격자수 n_{grid} 를 이용하여 표현하였다. 리커 요소파의 경우, α 와 β 는 각각 3과 0.7797이 되고, p 값에 따른 결과를 분석하여 n_{grid} 값이 4개가 됨을 확인하였다.

이 연구 외에 정현파 기반의 Matching Pursuit 내삽 기법이 가지는 공간적인 알리아싱 문제를 해결하기 위한 연구가 Vassallo *et al.* (2010)에 의해 수행된바 있으나, 해상탐사자료에만 적용이 가능하며, 부가적인 장비가 필요하다는 한계가 있었다. 하지만 이 연구에서 제안된 방법의 경우, 해상뿐만 아니라 육상 자료에도 적용이 가능하며, 부가적인 장비가 없어도 된다는 장점을 가지고 있다.

감사의 글

본 연구는 2013년도 산업통상자원부의 재원으로 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제입니다(No. 20134010200520).

References

- Han, B., Seol, S. J., and Byun, J., 2012, Elastic modelling in tilted transversely isotropic media with convolutional perfectly matched layer boundary conditions, *Exploration Geophysics*, **43**, 77-86.
- Kim, B., Jeong, S., and Byun, J., 2012, Curvelet transform-based POCS in $f-k$ domain, *SEG Expanded Abstracts of the 82nd Annual International Meeting*, 1-5.
- Liu, B., and Sacchi, M. D., 2004, Minimum weighted norm interpolation of seismic records, *Geophysics*, **69**, 1560-1568.
- Mallat, S. G., and Zhang, Z., 1993, Matching pursuit with time-frequency dictionaries, *IEEE Transactions on Signal Processing*, **41**, 3397-3415.
- Naghizadeh, M., and Sacchi, M. D., 2010, On sampling functions and Fourier reconstruction methods, *Geophysics*, **75**, WB137-WB151.
- Ozbek, A., Ozdemir, A. K., and Vassallo, M., 2009, Interpolation by Matching Pursuit, *SEG Expanded Abstracts of the 79th Annual International Meeting*, 3254-3258.
- Porsani, M. J., 1999, Seismic trace interpolation using half-step prediction filters, *Geophysics*, **64**, 1461-1467.
- Ryan, H., 1994, Ricker, Ormsby, Klauder, Butterworth – A Choice of Wavelets, *CSEG Recorder*, **19**, 8-9.
- Schonewille, M., Klaedtke, A., and Vigner, A., 2009, Anti-alias anti-leakage Fourier transform, *SEG Expanded Abstracts of the 79th Annual International Meeting*, 3249-3253.
- Spitz, S., 1991, Seismic trace interpolation in the $F-X$ domain, *Geophysics*, **56**, 785-794.
- Vassallo, M., Ozbek, A., Ozdemir, K., and Eggenberger, K., 2010, Crossline wavefield reconstruction from multicomponent streamer data: Part 1 – Interpolation by matching pursuit using pressure and its crossline gradient, *Geophysics*, **75**, WB53-WB67.
- Xu, S., Zhang, Y., and Lambare, G., 2010, Antileakage Fourier transform for seismic data regularization in higher dimensions, *Geophysics*, **75**, WB113-WB120.
- Yang, P., Gao, J., and Chen, W., 2012, Curvelet-based POCS interpolation of nonuniformly sampled seismic records, *Journal of Applied Geophysics*, **79**, 90-99.