파라메트릭 횡동요 수치해석의 민감도 및 불확실성에 대한 연구

박동민¹·김태영¹·김용환^{1,†}
서울대학교 조선해양공학과¹

Study on Numerical Sensitivity and Uncertainty in the Analysis of Parametric Roll

Dongmin Park¹·Taeyoung Kim¹·Yonghwan Kim^{1,†}
Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Seoul National University¹

Abstract

This study considers the numerical analysis on parametric roll for container ships. As a method of numerical simulation, an impulse–response–function approach is applied in time domain. A systematic study is carried out for the parametric roll of two container ships, particularly observing the sensitivity of computational results to some parameters which can affect the analysis of parametric roll. The parameters to be considered are metacentric height (GM), simulation time window, and the discretization of wave spectrum. Based on the result of parametric roll simulation, numerical sensitivity and uncertainty in computational analysis are discussed.

Keywords : Parametric roll (파라메트릭 횡동요), Impulse–response–function (IRF, 충격응답함수), Nonlinear ship motion (비선형 선박 운동), Sensitivity analysis (민감도 해석)

1. 서 론

파라메트릭 횡동요 (Parametric roll)의 예측은 선박의 안정성 분야에서 중요한 문제 중 하나이다. 파라메트릭 횡동요가 발생하게 되면 선박의 횡동요 운동이 급격하게 커지며, 이는 선박의 안정성을 위협하게 된다. 실제 사례로 1998년 Post-Panamax, C11 급 선박이 극심한 파라메트릭 횡동요로 인해 많은 화물을 분실한 사례가 보고된 바 있다. 이러한 문제로 최근 국제해사기구 (IMO, International Maritime Organization)에서는 파라메트릭 횡동요를 포함하는 선박의 동적 안정성에 관한 규제를 마련할 계획이다.

파라메트릭 횡동요는 복원력의 변화로 발생하는 대표적 비선형 현상으로, 통상 횡동요 고유 주파수의 2배에 해당하는 입사파에서 발생한다. 이에 대해 Paulling and Rosenberg (1959), Nayfeh (1988)는 복원력의 주기적 변화를 가정한 Mathieu equation을 이용하여 파라메트릭 횡동요의 발생 특성을 연구하였다. Dunwoody (1989)는 배의 무게중심점에서 메타센터높이까지의 거리 GM의 변동을 스펙트럼 형태로 이용하여 파라메트릭 횡동요에 적용하였다. 수치적 접근으로, France, et al. (2003)과 Shin, et al. (2004)이 랭킨패널법 (Rankine panel method)을 이

용하여 파라메트릭 횡동요를 계산하였다. 다른 접근 방법으로 Spanos and Papanikolaou (2007)는 충격응답함수를 이용하여 어선의 파라메트릭 횡동요에 관해 연구한 바 있다.

국내 연구로는 Lee and Lee (2004)는 Damped Mathieu equation 및 실험을 이용하여 파라메트릭 횡동요에 관한 연구를 수행하였다. 또한 Kim and Kim (2011)은 GM variation, 충격응답함수, 3차원 Rankine panel 방법을 이용하여 파라메트릭 횡동요에 관한 연구를 수행한 바 있다.

파라메트릭 횡동요에 관한 수치적 접근은 발생을 예측하는 데 있어서는 비교적 좋은 결과를 주지만, 그 진폭에 관해서는 계산결과와 신뢰성에 의문이 많다. 이는 우선적으로 큰 운동에서 발생하는 비선형 파랑 하중을 정확하게 계산하는 것이 쉽지 않기 때문이다. 그리고 해석 과정과 결과 해석에 있어서도 특정 인자에 따른 민감도와 그로 인한 불확실성이 개입되기 때문이다.

본 연구에서는 파라메트릭 횡동요의 발생과 진폭을 수치적으로 계산함에 있어서, 영향을 미치는 인자의 민감도와 그로 인한 해석 결과의 불확실성을 확인하는 것을 목표로 한다. 민감도와 불확실성을 야기하는 파라미터로 GM의 불확실성, 운동 해석 시간간격 (time-window)과 시작 시간, 스펙트럼의 성분파 선택이 고려되었다. 수치계산은 충격응답함수 접근법을 이용하였으며, 27지 컨테이너선에 대해서 계산을 수행하였다. 계산을 통해서, 관련 인자에 대한 파라메트릭 횡동요의 민감도와 불확실성을 고찰하였다.

2. 배경 이론

충격응답함수를 이용한 해석은 Cummins (1962)에 의해 선박 운동 해석에 도입된 방법이다. 이 방법은 비선형 Froude-Krylov 힘과 복원력 (restoring force)를 적용하여 비선형 선박운동으로 확장할 수 있다 (Ballard, et al., 2003). 본 연구는 이에 기반하여, 충격응답함수에 매 순간 비선형 Froude-Krylov 힘과 복원력을 적용하였다.

충격응답함수를 이용한 해석은 주파수 영역의 유체동역학적 계수들을 시간 영역의 방사력 (radiation force) 및 회절력 (diffraction force)으로 변환하여 이용한다. 선박 운동이 기인하는 선형 방사력은 컨볼루션 (convolution) 적분에 기반하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$F_{Rad}(t) = -M_{\infty} \ddot{\xi}(t) - \int_0^t R(t-\tau) \dot{\xi}(\tau) d\tau \quad (1)$$

여기서 M_{∞} 는 무한주파수 부가 질량 (infinite frequency added mass)이며, $R(t)$ 는 Retardation function 으로 선형 시스템의 충격응답함수에 대응되는 함수이다. 시간 영역 해법에 사용되는 무한주파수 부가 질량과 Retardation function은 유체동역학적 계수들로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$M_{\infty} = M(\omega) + \frac{1}{\omega} \int_0^{\infty} R(t) \sin(\omega t) dt \quad (2)$$

$$R(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} b(\omega) \cos(\omega t) d\omega \quad (3)$$

비선형 Froude-Krylov 힘과 복원력을 포함하여 시간영역에서의 선박 운동 방정식은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$(M + M_{\infty}) \ddot{\xi} + \int_0^t R(t-\tau) \dot{\xi}(\tau) d\tau = (F_{F.K.})_{nonlinear} + (F_{Rest.})_{nonlinear} + F_{Diff.} + F_{external} + F_{viscous} \quad (4)$$

여기에서 우변은 비선형 Froude-Krylov 힘, 비선형 복원력, 회절력, 외력 (external force), 점성력 (viscous force)로 구성되어 있다. 비선형 Froude-Krylov 힘과 비선형 복원력은 매 순간마다 선박의 실제 위치에서 침수표면적에 작용하는 힘으로 계산된다. 비선형 Froude-Krylov 힘은 입사파의 속도 포텐셜을 이용하여 구하였으며, 비선형 복원력은 실제 위치와 평균 위치에서 유체정역학적 힘의 차이로부터 구하였다. Fig. 1에서 점선 아래 부분이 선박의 실제 위치에서 침수표면적이며, 선박의 운동과 입사파의 영향으로 침수표면적은 매 시간 변한다. 회절에 의한 힘은 주파수 영역의 해로부터 얻을 수 있다. 6자유도 운동 중에서 복원력이 없는 전후동요, 좌우동요 및 선수동요 운동은 수치적으로 발산할 수 있으며 이를 방지하기 위하여 가상의 복원력으로서 소프트 스프링 (soft-spring)을 도입하였다. 소프트 스프링의 복원력 계수는 식 (5)와 같이 정의된다.

$$c_{ii} = (m_{ii} + m_{ii}(\infty)) \times \left(\frac{2\pi}{T_i} \right)^2 \quad (5)$$

상대적으로 점성의 영향이 큰 횡동요에 대해서는 점성력 항을 추가 하였으며, 점성력 항은 등가 선형 감쇠 (equivalent linear damping) 방법을 적용하였다 (Himeno, 1981). 점성 감쇠 계수 값을 결정하는 것은 쉽지가 않다. 감쇠 계수는 선형, 선박의 속력, 선박의 횡동요, 파의 주파수 등과 같은 인자의 영향을 받기 때문이다. 수치적 적용을 쉽게 하기 위해서 아래와 같은 선형 감쇠 계수를 사용하였다.

$$F_{viscous} = -b_{equi-viscous} \dot{\xi} = -2\gamma \sqrt{(M + M_{\infty})C} \dot{\xi} \quad (6)$$

여기서 γ 는 임계 감쇠 (critical damping) 계수에 대한 비율을 나타내며, 일반적으로 0.05~0.1의 범위를 가진다. C는 복원력 계수를 나타낸다.

Fig. 1 Definition of wetted body surface

3. 수치 결과 및 토의

3.1 수치 해석 모델

수치계산을 위하여 파라메트릭 횡동요에 민감한 컨테이너선을 선종으로 선택하였다. Figs. 2~3은 파라메트릭 횡동요 계산에 적용된 6500 TEU 컨테이너선과 MARIN Model 8004-2 선형의 선도를 나타낸 것이다. Table 1은 모델의 주요 치수를 보여준다.

Fig. 2 6500 TEU container ship

Fig. 3 MARIN model 8004-2

Table 1 Principal dimensions of test ship models

Designation	6500 TEU container ship	MARIN Model 8004-2
LBP (m)	286.30	262.00
Beam (m)	40.30	40.00
Draft (m)	13.13	12.86
GM (m)	1.14	2.07
Natural period (sec)	30.86	25.17
Froude number	0.049	0.051

3.2 GM의 불확실성에 의한 민감도

GM은 파라메트릭 횡동요에 영향을 미치는 가장 중요한 인자 중 하나이다. 그러나 실제 선박, 실험에 사용되는 모형선, 수치계산에 사용되는 모델의 GM은 그 값에 불확실성을 가진다. 실제 선박의 경우 화물을 어떻게 배치하느냐에 따라서 GM이 변하며, GM을 측정하는 과정에서 측정의 불확실성을 가진다. 실험에 사용되는 모형선의 경우 모형선의 제작, 질량 분포 등에서 GM의 불확실성이 발생한다. 수치 계산에 사용되는 모델은 선형 모델링에서의 차이, 질량 분포의 오차, 또는 사용자의 잘못된 정보 입력으로 GM은 불확실성을 가진다.

수치 계산에서 GM의 불확실성을 고려하기 위해서, GM 값을 변화시키는 방법을 이용하였다.

$$GM_{calculated} = GM_{target} + \delta GM \quad (7)$$

여기서 δGM 은 정확한 GM에 대한 변화 혹은 오차를 의미한다.

Fig. 4은 파라메트릭 횡동요의 안정성 도해 (stability diagram)와 횡동요 크기의 등고선 (contour)을 나타낸 것이다. X 축은 GM 값의 변화량을 백분율로 나타내었으며, Y 축은 파의 조우 주파수 (encounter wave frequency)를 나타내었다. Fig. 4로부터 GM의 변화가 횡동요 운동 불안정 영역의 범위와 횡동요 크기의 영향에 미치는 것을 확인 할 수 있다. 이는 선박의 횡동요 공진 주파수 (resonance frequency)가 메타센터높이 GM의 영향을 받기 때문에 발생하는 것으로 자연스러운 결과이다. Fig. 4에서 의미 있는 것은 두 컨테이너선이 메타센터높이 GM의 변화에 대하여 다른 경향을 가진다는 것이다.

GM 변화가 없는 경우 ($\delta GM = 0$)의 횡동요 크기를 Fig. 5에 나타내었다. 6500 TEU 컨테이너선의 경우 최대 횡동요는 불안정한 영역 내에서 조우 주파수가 큰 경우에 발생하였다. 이보다 더 큰 주파수에서는 급격하게 횡동요가 감소하며, 결국 파라메트릭 횡동요가 발생하지 않게 된다. 이는 해당 주파수 부근에서 파라메트릭 횡동요를 관찰하는 경우, 작은 GM의 변화가 횡동요 진폭을 급격하게 감소시킬 수 있다는 것을 의미한다. 또한 횡동요 진폭을 계산 하는 경우, 그 값의 신뢰도에 큰 영향을 미칠 수 있다.

6500 TEU 컨테이너선과 비교해서 MARIN 모델은 GM의 변화에 비교적 덜 민감하다. 이는 선형의 차이에 따라 파라메트릭 횡동요의 발생 및 크기가 달라짐을 의미한다.

6500 TEU 선형처럼 GM의 변화에 파라메트릭 횡동요가 민감한 선형의 경우 수치 계산 및 실험에서 GM의 결정에 주의가 필요하다. 더욱이 이러한 해석은 파라메트릭 횡동요의 과도한 횡동요를 피하기 위한 중요한 정보가 된다.

(a) 6500 TEU container ship

(b) MARIN model 8004-2

Fig. 4 Stability diagram for GM variations on two container ships: A/L=0.01, head sea

(a) 6500 TEU container ship

(b) MARIN model 8004-2

 Fig. 5 Amplitude of roll motion on two container ships: $\delta GM = 0$, $A/L = 0.01$, head sea

 Fig. 6 Roll motion in irregular waves: MARIN model 8004-2, number of wave components=120, $H_s=5.25\text{m}$, $T_p=12.5\text{sec}$, head sea

3.3 Time-window에 의한 민감도

실제 해상에서 파라메트릭 횡동요를 관측하기 위해서 불규칙 파에서의 실험 및 수치 계산이 많이 진행되고 있다. 불규칙파에서의 해석은 파라메트릭 횡동요의 비선형적 특성으로 인해 결정적 (deterministic)인 과정이 아니다. 따라서 신뢰도에 기반한 확률적 (stochastic)인 접근이 필요하다. 파라메트릭 횡동요의 확률적 접근에서 도출되는 통계적인 특성 값은 해석에 쓰인 Time-window, 스펙트럼의 성분파, 성분파의 위상 등에 민감한 영향을 받는다. Time-window에 따른 파라메트릭 횡동요의 통계적 특성을 파악하기 위하여 불규칙파에서 24시간 (86400초)의 계산을 수행하였다. 24시간의 계산은 일반적인 계산이나 실험에서 보다 훨씬 더 긴 시간이다. 계산에 사용된 스펙트럼은 유의 파고 (H_s)가 5.25m 이고 modal period (T_p)가 12.5초 이다. Fig. 6은 불규칙 파에서 계산한 파라메트릭 횡동요의 예를 보여준다. Fig. 6로 부터 어떤 시간 영역에서는 횡동요의 크기가 40°를 넘을 수 있고, 어떤 시간 영역에서는 횡동요가 거의 없는 것을 볼 수 있다.

Fig. 7은 1800 초 동안 같은 파 상태에서 파 위상을 달리하여 계산한, 20 번 결과의 누적 분산 (cumulative variance)을 나타낸 것이다. 파 (wave), 상하동요 (heave), 종동요 (pitch) 운동과 비

교해서 횡동요 운동 (roll)은 분산 값이 수렴되지 않은 것을 확인할 수 있다. 많은 연구자들이 이러한 가능성에 대해서 언급하였으며 (e.g. Belenky, et al., 2003), 1800 초 동안의 운동 결과는 횡동요의 Non-ergodic한 특성을 분명하게 보여준다.

Fig. 8은 24시간 동안의 횡동요와 횡동요 진폭 (amplitude)의 분산을 나타내었다. 여기서 횡동요 진폭은 횡동요 변위의 절대값을 의미한다. 비록 수렴하는 범위가 좁지는 않지만, 시간이 60000 초 이상이 되면 수렴된 분산의 범위를 얻을 수 있다.

Fig. 9은 서로 다른 Time-window에 따른 횡동요 진폭의 평균과 분산을 나타낸 결과이다. 즉, 같은 파 상태에서 파의 위상을 달리하여 계산한 40번의 결과를 다른 시간 간격 (1800, 3600, 7200, 14400, 43200, 86400 초)으로 나누어 평균과 분산을 구한 것이다. 이 그림으로부터 Time-window의 길이가 같다고 하더라도, Time-window의 위치에 따라 결과가 큰 차이를 보이는 것을 확인할 수 있다. 이는 파라메트릭 횡동요의 Non-ergodic 특성을 극명하게 보여주는 결과로, Time-window가 해석의 중요한 불확실성 인자임을 의미한다. 일반적인 통계적 특성과 유사하게, Time-window에 의해서 발생하는 불확실성은 Time-window를 길게 가져갈수록 그 영향이 줄어든다.

Fig. 7 Cumulative variances of wave, heave, pitch, and roll: MARIN model 8004-2, wave components=120, $H_s=5.25\text{m}$, $T_p=12.5\text{sec}$, head sea

Fig. 8 Cumulative variances of roll motion and amplitude: MARIN model 8004-2, wave components=120, $H_s=5.25\text{m}$, $T_p=12.5\text{sec}$, head sea

(a) Mean of roll amplitude

(b) Variance of roll amplitude

Fig. 9 Mean and variance of roll amplitude with respect to time-window(time-window axis is log scale): MARIN model 8004-2, number of wave components=120, $H_s=5.25\text{m}$, $T_p=12.5\text{sec}$, head sea

Time-window가 길지 않은 경우, 서로 다른 파의 위상 또는 서로 다른 Time-window에 대해서 매우 많은 계산을 수행하여 결과를 얻어야 Time-window에서 발생하는 불확실성을 줄일 수 있을 것으로 기대할 수 있다. 그러나 Fig. 9 (b)의 결과는 분산의 평균이 Time-window가 길어지면 어떤 값까지는 증가하는 것을 보여준다. 이는 짧은 Time-window에서 구한 분산의 단순한 평균과 긴 Time-window의 분산 값이 다르다는 것을 의미한다. 분산의 평균이 증가하는 것은 Time-window 구간에서 파라메트릭 횡동요의 발생 빈도에 영향을 받는 것으로 Time-window가 충분히 길어지면 일정한 범위 안의 값을 가진다. 지금까지 많은 연구들은 대부분 시간적, 공간적 한계 때문에 1시간보다 훨씬 더 짧은 Time-window를 사용하였다. 이러한 경우 수치 계산 또는 예인수조 실험에서 얻은 결과는, 신뢰도에 대한 검증이 필요할 것으로 보여진다.

3.4 스펙트럼의 성분파에 의한 민감도

수치 계산 및 실험에서 불규칙파를 생성하는 일반적인 방법은 스펙트럼의 성분파를 중첩하는 것이다. 통상 100개 이상의 주파수 성분을 포함할 경우, 주파수 선택에 따른 결과의 차이는 크지 않을 것으로 생각하고 계산이나 실험이 이루어졌다. 그러나 본 연구의 수치 계산으로 얻은 결과는, 비록 스펙트럼이 같더라도 성분파의 선택과 그 간격에 따라 파라메트릭 횡동요 결과가 달라질 수 있음을 확인하였다.

이러한 영향을 파악하기 위해, 하나의 스펙트럼을 120개의 성분파로 이산화 하였다. 스펙트럼을 이산화할 때, 성분파를 다르게 구성하여 2가지 시험 경우, Case A, Case B를 만들었다. 특히, Case B의 경우에는 파라메트릭 횡동요가 발생할 것으로 예상되는 주파수를 포함하도록 스펙트럼을 이산화 하였다.

(a) Wave spectrum

(b) Wave components

Fig. 10 Wave spectrum and wave components: number of wave components=120, $H_s=5.25\text{m}$, $T_p=12.5\text{sec}$

(a) Case A

(b) Case B

Fig. 11 Probability density functions of roll motion in irregular waves(histogram: computation, dot line: Gaussian distribution): MARIN model 8004-2, number of wave components=120, $H_s=5.25\text{m}$, $T_p=12.5\text{sec}$, head sea

Fig. 10 (a)는 유의파고가 5.25m이고 modal period가 12.5 초인 ISSC 스펙트럼이며, Fig. 10 (b)는 0.45 ~ 0.55 rad/sec 부분의 성분파를 나타낸 것이다. 스펙트럼은 같은 간격을 가지는 성분파로 이산화 되었으며, 시작하는 성분파의 주파수를 약간 다르게 하여 27가지 경우의 성분파를 만들었다. 27가지 경우에 대하여, 파의 위상을 다르게 하여 각각 100번의 계산을 86400 초 동안 수행하였다.

Fig. 11은 앞서 설명한 27가지 성분파에 대하여 파라메트릭 횡동요 진폭의 평균을 확률밀도함수로 나타낸 것이다. 히스토그램

은 계산 결과를 나타낸 것이며, 점선은 가우스 분포 (Gaussian distribution)을 나타낸 것이다. 이 계산 결과를 통해 Case A의 파라메트릭 횡동요의 진폭 평균은 7.0 deg를 중심으로 분포되어 있으며 Case B의 경우 9.7 deg를 중심으로 분포되어 있는 것을 볼 수 있다. 이러한 차이의 원인을 파악하기 위하여 횡동요의 고유 진동수의 2배를 Fig. 10 (b)에 표시하였다. Case B의 성분파 중 하나가 횡동요 고유 진동수의 2배에 더 가까운 반면, Case A의 경우 횡동요 고유 진동수의 2배에 근접하는 성분파가 비교적 떨어져 있는 것을 볼 수 있다. 이 결과로부터, 같은 스펙트럼을 사용하더라도 횡동요 고유 진동수의 2배에 근접한 성분파를 포함하는 경우 파라메트릭 횡동요의 진폭이 크게 예측될 수도 있다는 것을 알 수 있다. 이것은 스펙트럼의 이산화 성분파가 불규칙 파에서 파라메트릭 횡동요의 민감한 인자이며 불확실성을 만드는 중요한 인자임을 의미한다.

(a) Mean of roll amplitude

(b) Significant roll amplitude

Fig. 12 Mean and significant roll amplitude with respect to δGM : MARIN model 8004-2, number of wave components=500, $H_s=5.25\text{m}$, $T_p=12.5\text{sec}$, headsea

성분파 및 GM의 불확실성 영향을 알아 보기 위하여, $-15\% \sim 15\%$ 의 범위 내에서 정규분포가 되도록 GM을 200개 랜덤 생성하고 계산을 수행하였다. 계산에 사용된 성분파는 랜덤 간격으로 이산화한 500개의 성분파를 이용하였다. Fig. 12는 파라메트릭 횡동요 진폭의 평균과 유효 진폭을 나타낸 것이다. 하나의 파에 대해서 200개의 서로 다른 GM에 대하여 계산결과를 나타내었으며, 각각의 계산 시간은 24 시간이다. Fig. 12에서 파라메트릭 횡동요 진폭의 평균과 유효 진폭이 값에 따라서 변동하는 것을 볼 수 있다. 이러한 결과로부터 MARIN Model 8004-2의 경우 성분파의 수를 늘리더라도 파라메트릭 횡동요는 성분파의 영향을 받는 것을 볼 수 있다. 이 결과는 동일한 스펙트럼의 성분파에서 나타난 결과이며, 성분파 분포를 달리할 경우 그 영향은 더 클 것으로 예상할 수 있다. 본 연구에서 관찰된 결과는 수치 계산뿐만 아니라 실험에서도, 결과를 검증함에 있어서 유효하게 작용할 것으로 판단된다.

4. 결 론

본 연구에서는 계산 인자에 따른 파라메트릭 횡동요의 민감도와 불확실성에 대하여 다루었다. 두 가지 컨테이너선 모델에 대하여 수치계산을 수행하였으며, 계산 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

- GM의 불확실성은 파라메트릭 횡동요 발생 기준과 그 크기에 영향을 준다. 민감한 정도는 선박의 형상에 따라서 다르다.

- 불규칙파에서 파라메트릭 횡동요의 통계적 수치는 Time-window에 매우 민감하다. 통계적 수치의 신뢰도를 높이기 위해서는 긴 계산 시간과 많은 수의 계산이 필요하다.

- 파라메트릭 횡동요 진폭의 평균과 분산은 불규칙파의 성분파에 매우 민감하다. 불규칙파에서 파라메트릭 횡동요를 계산 또는 실험하는 경우, 파 성분의 선택에 주의가 필요하다.

앞으로 Time-window의 설정기준, 파 성분 주파수를 나누는 방법, 선형이 파라메트릭 횡동요에 미치는 영향 등에 대해서 체계적인 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

Ballard, E.J. Hudson, D.A. Price, W.G. & Temarel, P., 2003. Time Domain Simulation of Symmetric Ship Motions in Waves. Transactions of the Royal Institution of Naval Architects, Part A: *International Journal of Maritime Engineering*, 145(A2), pp.89-103.

- Belenky, V. Weems, K.M. Lin, W.M. & Paulling, J.R., 2003. Probabilistic Analysis of Roll Parametric Resonance in Head Seas. *8th International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles*, Madrid, Spain, 15-19 September 2003.
- Cummins, W.E., 1962. The Impulse Response Function and Ship Motions. *Schiffstechnik*, 47(9), pp.101-109.
- Dunwoody, A.B., 1989. Roll of a Ship in Stern Sea - Metacentric Height Spectra. *Journal of Ship Research*, 33(3), pp.221-228.
- France, W.N. et al., 2003. An Investigation of Head-Sea Parametric Rolling and its Influence on Container Lashing Systems. *Marine Technology*, 40(1), pp.1-19.
- Himeno, Y., 1981. Prediction of Ship Roll damping - State of the Art. *Report of NA & ME*, The University of Michigan, 239, Ann Arbor, MI.
- Kim, T.Y. & Kim, Y.H., 2011. Multi-level approach for parametric roll analysis. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 3(1), pp 53-64.
- Lee, Y.W. & Lee, J.H., 2004. Investigations into the head sea parametric roll resonance of a modern containership. *The 2nd Asia-Pacific Workshop on Marine Hydrodynamics*, Busan, Korea, 21-22 June 2004.
- Nayfeh, A.H., 1988. On the Undesirable Roll Characteristics of Ships in Regular Seas. *Journal of Ship Research*, 32(2), pp.89-103.
- Paulling, J.R. & Rosenberg, R.M., 1959. On Unstable Ship Motions Resulting from Nonlinear Coupling. *Journal of Ship Research*, 3(1), pp.36-46.
- Spanos, D. & Papanikolaou, A., 2007. Numerical Simulation of Parametric Roll in Head Seas. *International Shipbuilding Progress*, 54, pp.249-267.
- Shin, Y.S. Belenky, V.L. Weems, K.M. & Lin, W.M., 2004. Criteria for Parametric Roll of Large Container Ships in Longitudinal Seas. *SNAME Annual Meeting*, Washington DC, USA.

박 동 민

김 태 영

김 용 환