패널법을 이용한 Vane-Wheel 성능해석 알고리즘

석우찬¹·서정찬^{2,†}

서울대학교 조선해양공학과¹

서울대학교 조선해양공학과/해양시스템공학연구소²

Algorithm for Performance Analysis of Vane-Wheel using Panel Method

Woo-Chan Seok¹·Jung-Chun Suh^{2,†}

Department of Naval Architecture & Ocean Engineering, Seoul National University¹

Department of Naval Architecture & Ocean Engineering/Research Institute of Marine System Engineering, Seoul National University²

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

In this paper, we establish an analysis algorithm and a design procedure for a Vane-Wheel which is a freely rotating device behind a propeller, by using a panel method. Vane-Wheel's function is to extract energy from the propeller slipstream in turbine part which is inner part of the Vane-Wheel, and convert this energy into an additional propulsive thrust in propeller part which is outer part of the Vane-Wheel. Two parts must satisfy torque balance and thrust has to act to the ship's forward direction. A Vane-Wheel has large interaction effect with propeller since it is placed behind of the propeller. Therefore, in order to consider interaction effect correctly, incoming velocity to the Vane-Wheel in a circumferential mean wake was calculated considering induced velocity from propeller to the Vane-Wheel. Likewise, incoming velocity to the propeller was calculated considering induced velocity from the Vane-Wheel to the propeller. This process is repeated until a converged result is obtained.

Keywords : Vane-Wheel(베인휠), Panel method(패널법), Interactive induced velocity(유기속도), Design algorithm(설계알고리즘)

1. 서론

국제해사기구(IMO)가 2013년부터 선박 온실가스 배출을 줄이기 위한 EEDI(Energy Efficiency Design Index, 선박제조 연비지수)를 적용하며 전 세계 온실가스 배출량의 3.3%를 차지하는 선박에 대해 2025년까지 온실가스 배출량을 30% 줄이도록 의무화했다. 이번 결정으로 인해 2015년부터 해당 규정에 부합하지 않은 선박은 유럽 일부 지역의 운항에 제한을 받게 될 것이다. 특히 이미 운항중인 선박에 대해서는 SEEMP(Ship Energy Efficiency Management Plan)에 대한 명확한 규정을 내놓으며 각국 조선업계에 이 시스템을 적용할 것이라는 계획이다. 이로 인해 추진효율 향상을 위하여 에너지 절감장치(Energy Saving Devices)에 대한 관심이 크게 증가하고 있으며, 이에 대한 많은 연구가 이루어졌으며 Pre-swirl Stator, Saver Fin, Thrust Fin, CRP(Contra Rotating Propeller)등의 새로운 장치의 개발에 노력을 하고 있다. Grim (1980), Blaurock (1986)은 실험을 통해서 Guide mechanism을 적용한 프로펠러인 경우는 일반 프로펠러보다 효율이 5.32%증가하고, Vane-Wheel을 설치한 경우는 Vane-Wheel의 직경에 따라 4.38~9.19%효율이 증가됨을 보였다. 1969년 개발된 이후 운항상 파손 가능성 때문에 보편적으로 적

용되지 못하고 있었으나, 추진 효율 향상은 5%이상으로 다른 장치들에 비하여 큰 Vane-Wheel에 대해서 관심이 있었다. Vane-Wheel은 프로펠러 바로 뒤에 설치되어 프로펠러와 상호간섭 효과가 커서 설계 시 이를 고려할 수 있는 해석 프로그램의 개발이 필수적이다 (Benjamin, et al., 1989).

본 논문에서는 프로펠러 뒤에 설치되어 프로펠러축의 토크 없이 자유롭게 회전하는 Vane-Wheel을 패널법(Panel Method)을 이용한 성능해석 프로그램 개발 및 Vane-Wheel 설계과정을 확립하고자 한다. 설계과정에 있어서 Vane-Wheel은 프로펠러 후류 회전에너지를 터빈부에서 흡수하여 Vane-Wheel을 회전하게 함으로써 프로펠러부가 추진력을 갖도록 하는 방식이다. 여기서 터빈부와 프로펠러부의 토크가 균형을 이루고 추력이 배가 전진하는 방향

으로 작용해야 한다. 상호간섭효과를 고려하기 위해 Vane-Wheel에 유입되는 속도는 프로펠러가 Vane-Wheel에 유기하는 속도를 고려하여 계산한다. 프로펠러에 유입되는 속도는 Vane-Wheel이 프로펠러에 유기하는 속도를 고려하여 계산하였으며, 이와 같은 반복적인 과정을 통해 프로그램의 엄밀성을 보였다. Vane-Wheel 성능해석을 위해서 프로펠러로부터 임의의 떨어진 거리에서의 유속도 계산하였다 (Kerwin & Lee, 1978). 이는 프로펠러 표면에 특이점(singularity)을 분포하여 유기하는 속도를 계산하는

방법을 적용하였으며, 패널수를 바꿔가며 수렴성을 확인하였다 (Hsin,1990). 또 다른 논문의 실험결과와 CFD결과를 비교하여 본 논문의 계산결과와 타당성을 검증하였다.

2. Vane-Wheel 이론

2.1 Vane-Wheel 추력과 토크 관계

Vane-Wheel 시스템의 최적화는 다음 두 가지 조건을 요구한다. 우선 Vane-Wheel 날개의 안쪽부분은 터빈으로서 역할을 하며 바깥부분은 프로펠러로서 역할을 한다. (Fig.1) 그러므로 Vane-Wheel의 형상은 다음 두 관계식들이 만족되도록 설계해야 한다 (Carlton, 1994).

$$\int_{r_t}^R \frac{dQ}{dr} dr + \int_{r_0}^{r_t} \frac{dQ}{dr} dr = 0 \quad (1)$$

$$\int_{r_t}^R \frac{dT}{dr} dr + \int_{r_0}^{r_t} \frac{dT}{dr} dr > 0$$

dT 는 날개 단면에 작용하는 추력, dQ 는 토크, R 은 Vane Wheel tip 반경, r_t 는 프로펠러부와 터빈부의 transition, r_o 는 boss 반경을 의미한다.

프로펠러부와 터빈부의 토크균형이 맞아야 하고 프로펠러와 터빈부의 추력은 배가 전진하는 방향을 양수로 둔다면 그 값은 0 보다 커야 한다. 여기서 Vane-Wheel의 회전수는 프로펠러보다 30~50%정도로 늦게 회전하기 때문에 미찰에 의한 영향을 무시하기로 한다.

Fig. 1 Schematic concept of Vane-Wheel (Carlton, 1994)

2.2 설계 시 유의점

터빈부의 피치와 프로펠러부의 피치차가 커서 프로펠러 후류의 정확한 slipstream을 파악한 다음 그 점을 기준으로 피치 분포가 급격히 변하도록 설계해야 한다. 정확한 slipstream을 찾기는

어려우나 통상적으로 프로펠러의 0.9R 위치이다. 좀 더 정도를 높이기 위해 대상선 프로펠러의 slipstream 반경을 확인해야 할 것이다. 또한 Vane-Wheel의 설치위치는 프로펠러 직경의 약 25% 정도 떨어진 위치로 정하였다. (Fig. 2)

Fig. 2 Transition point of geometry in Vane-Wheel design

3. 성능해석 방법

3.1 유입속도 결정

Vane-Wheel의 유입속도는 프로펠러로부터 Vane-Wheel에 유기하는 속도를 반경방향으로 $r/R=0.289\sim 1.2$ 위치까지 계산한다. 계산결과를 식(2)와 같이 불균일 선체 반류속도와 합하며 반경으로 무차원화 되어 있기 때문에 Vane-Wheel의 크기가 고려되도록 유기속도의 반경 방향위치를 프로펠러와 Vane-Wheel의 직경비인 1.2로 나누어서 Vane-Wheel의 유입속도를 결정한다. (Fig. 3)

$$\vec{V}_{wheel} = \vec{U}_0(r) + \nabla \phi_{prop} \quad (2)$$

Fig. 3 Inflow velocity of Vane-Wheel and propeller

프로펠러 유입속도는 Vane-Wheel이 프로펠러에 반경방향 $r/R=0.241\sim1.0$ 까지 유기하는 속도를 계산한다. 계산결과를 불균일 선체 반류속도와 더하고 마찬가지로 프로펠러의 크기가 고려 되도록 유기속도의 반경 방향위치에 1.2를 곱해서 식(3)과 같이 유입속도를 결정한다. (Fig. 3)

$$\vec{V}_{prop} = \vec{U}_0(r) + \nabla \phi_{wheel} \quad (3)$$

3.2 후류 모델링

프로펠러가 회전하는 동안 후류는 수축이되며 이를 고려하기 위해 수치적으로 팁 보우텍스에서의 수축각(contraction angle, δ_c)은 15° 로 결정한다. (Greeley & Kerwin, 1982).

Vane-Wheel은 터빈부와 프로펠러부로 나뉘어지고 프로펠러부에서는 후류가 수축되며 터빈부에서는 후류가 확장되기 때문에 이를 고려하여 팁에서의 수축각을 결정해야 한다. 이로 인해 Vane-Wheel에서의 후류는 터빈부에서의 수축과 프로펠러부의 확장이 상쇄가 된다고 생각하여 Vane-Wheel에서의 수축각을 0° 로 정하였다. (Fig. 4)

Fig. 4 Wake modeling of Vane-Wheel and propeller

3.3 성능해석 알고리즘

우선 불균일 선체 반류에서 작동하는 프로펠러에 대해서 패널법을 사용하여 성능해석을 수행한다. (Fig. 5) 패널법으로 프로펠러에 의해 Vane-Wheel에 유기하는 속도를 계산한 후 선체 반류속도와 합하며 Vane-Wheel의 유입속도를 결정한다. 계산된 Vane-Wheel의 유입속도를 이용하여 Vane-Wheel에 대해서 패널법을 사용하여 성능해석을 수행한다. 마찬가지로 Vane-Wheel이 프로펠러에 유기하는 속도를 계산한 결과와 선체 반류속도를 합하여 프로펠러의 유입속도를 결정한다. 이와 같은 방법을 반복적으로 3번 수행한다. 반복횟수는 유기속도의 수렴성을 고려하여 결정한다.

식(1)과 같이 Vane-Wheel의 설계조건인 토오크 균형과 추력이 0보다 큰 조건을 만족하는지 확인한다. 두 조건 중에 토오크 균형이 만족하는지 우선 확인하여 만약에 토오크가 0보다 크다면

Vane-Wheel의 전진비를 h 만큼 증가시키고, 0보다 작다면 전진비를 h 만큼 감소시킨다. 여기서 h 는 전진비를 증가시키고 감소시키는 값의 크기이다. h 를 결정하기 위해 수치기법 중에 Bisection 방법을 사용한다. 이 방법은 수렴은 느리지만 계산이 발산하지 않고 항상 계산결과가 출력된다. Bisection 방법을 위해 h 의 초기값은 0.01, K_Q 의 초기값은 0.01으로 하였다 (Wood, 1992). K_Q 를 수치적으로 엄밀히 0으로 수렴시키기 어렵기 때문에 허용 오차를 10^{-5} 로 정하여 토오크계수의 절대값이 허용오차보다 작으면 만족한 것으로 간주하였다. 이와 같은 방법으로 토오크 균형이 맞도록 위의 과정을 반복적으로 수행한다. 그리고 토오크 균형이 맞다면 추력이 0보다 큰지 아닌지를 판단하여 만약에 추력이 0보다 크다면 프로그램을 종료시키며 추력이 0보다 작다면 Vane-Wheel 형상을 바꾸어 동일한 과정을 수행한다.

Fig. 5 Chart of algorithm for performance analysis of Vane-Wheel

4. 프로펠러 유기속도 계산 검증

4.1 정상상태에서의 프로펠러유기속도 계산 검증

Chang (1997)은 실험결과와 CFD결과를 전류면 $x/R=-0.3$, 후류면 $x/R=0.328$ 에서 원주방향 평균속도와 2개의 일정한 반경선($r/R=0.3$)에서 원주방향 속도를 보여준 바 있다. 대상 프로펠러는 스큐와 레이크가 없는 상대적으로 단순한 형상을 가지는 DTNSRDC-P4119 프로펠러이다.

Fig. 6은 후류면 $x/R=0.328$ 에서 원주방향 평균속도를 보여준다. 축 방향 속도성분과 접선방향 성분은 허브근처($0.2 < r/R < 0.3$)에서는 다소 높게 나오며 이를 제외하고는 약 3% 오차가 있다.

Fig. 7은 전류면 $x/R=-0.3$ 에서 원주방향 평균속도를 보여준다. 후류면에서의 평균속도보다 전체적으로 낮으며 축 방향 평균 속도성분은 실험값에 비해 약 1% 높으며 반경 방향 평균속도는 낮은 속도 분포를 보인다. 그러나 포텐셜 코드에 의한 결과(PSF, VSAERO)와 유사하다.

Fig. 8은 후류면 $x/R=0.328$ 에서 일정한 반경선을 따라 원주방향 속도변화를 보여준다. 계산위치와 날개의 반류가 지나는 위치가 가까운 범위를 제외하고는 2%이내의 오차를 보여준다. 후류

Fig. 6 Circumferential averaged velocity at downstream $x/R=0.328$

Fig. 7 Circumferential averaged velocity at upstream $x/R=-0.3$

Fig. 8 Circumferential distribution velocity at downstream $x/R=0.328$

Fig. 9 Circumferential distribution velocity at upstream $x/R=-0.3$

의 일정한 반경선을 따라 원주방향 속도변화는 날개의 반류가 지나는 구간을 제외하고 실험결과와 일치한다.

Fig. 9는 전류면 $x/R=-0.3$ 에서 일정한 반경선을 따라 원주방향 속도변화를 보여준다. 포텐셜 코드, 실험결과와 상당히 유사함을 보여주지만 축 방향 속도성분은 약간 x 축으로 이동한 것처럼 보인다.

5. 정상상태에서 Vane-Wheel 성능해석결과

5.1 Vane-Wheel 제원

Otto Grim이 1986년 미국 특허청에 특허를 제출한 피치분포를 기초로 하여 Vane-Wheel의 초기설계를 수행하기로 하였다. Vane-Wheel은 프로펠러 보다 늦게 회전하기 때문에 피치가 1.7~4.3까지 변화가 상당히 크며, 캠버분포는 터빈부에서 음의 값으로 프로펠러부에서 양의 값으로 분포되는 것을 확인할 수 있다. 날개의 개수는 9개이며 단면의 평균선과 두께분포는 프로펠러와 동일하다. (De Cock, 1989).

Vane-Wheel의 제원은 Table 1에 형상은 Fig. 10에 나타내었다.

Table 1 Data of Vane-Wheel

Properties	
No. of blades	9
Hub ratio	0.1375
Section meanline	NACA $a=0.8$
Section thickness distribution	NACA66(modified)

r/R	C/D	P/D	θ_s (deg)	t_0/D	f_0/C
0.137	0.0485	4.2696	0.0000	0.0229	0.0000
0.165	0.0600	4.1547	0.0000	0.0221	-0.006
0.200	0.0727	4.0086	0.0000	0.0211	-0.013
0.250	0.0875	3.7998	0.0000	0.0196	-0.021
0.300	0.0989	3.5910	0.0000	0.0181	-0.026
0.400	0.1109	3.1733	0.0000	0.0152	-0.029
0.500	0.1097	2.7565	0.0000	0.0122	-0.028
0.600	0.1022	2.3449	0.0000	0.0096	-0.022
0.700	0.0908	1.9052	0.0000	0.0074	-0.009
0.750	0.0848	1.7912	-0.0724	0.0064	-0.001
0.800	0.0788	1.7433	0.0114	0.0055	0.0064
0.850	0.0721	1.7190	0.2629	0.0045	0.0112
0.900	0.0613	1.7122	0.7657	0.0036	0.0122
0.950	0.0399	1.7114	1.6038	0.0026	0.0086
0.975	0.0224	1.7113	2.1067	0.0021	0.0048
1.000	0.0000	1.7118	2.6933	0.0017	0.0000

Fig. 10 Vane-Wheel geometry

5.2 프로펠러면에서의 반류분포

대상선으로는 1996년에 개발된 이후 가장 많이 적용된 특정 유조선으로 정하였다. 대상선 결정 후 Vane-Wheel의 정상성능을 계산하거나 비정상 성능해석을 통하여 프로펠러의 축 기진력 등을 계산하는데 프로펠러면 전체에서의 3차원 반류분포의 정보가 필요하다.

본 논문에서는 Vane-Wheel 성능해석 시 정상상태에서 수행되기 때문에 예측된 프로펠러 면에서의 반류분포 중에 원주방향으로 평균속도(0-차 조화차수 속도)의 분포를 이용하였다. 원주방향 평균속도는 Table 2에 보였다.

Table 2 Circumferential mean velocity in wake

r/R	0.289	0.434	0.579	0.820	0.964	1.109
VA	0.296	0.327	0.313	0.493	0.691	0.817
VR	-0.023	-0.030	-0.031	-0.086	-0.068	-0.056
VT	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

5.3 Vane-Wheel 추력과 토크 수렴성

Fig. 11에서는 성능해석 시 Vane-Wheel의 설계조건인 식(1)을 만족하도록 추력과 토크가 수렴하는지를 보여주고 있다.

우선 Vane-Wheel성능해석을 하기 위해서 선속에 의한 Vane-Wheel전진비의 초기값을 결정해야 하며 여기서는 1.5로 정하여 계산을 수행하였다. 반복 계산결과 전진비는 1.695으로 수렴하며 전진비가 1.5일 때 추력계수는 0.158, 토크계수는 0.0317이며 전진비가 1.695로 수렴하는 동안 추력계수는 0.0680, 토크계수는 0.000로 두 성분이 비슷한 경향으로 수렴함을 알 수 있다. 전진비의 초기값을 어떻게 결정하는지에 따라 성능해석 계산 시간과 수렴성의 경향이 다를 것이다. 성능해석 시 계산시간을 줄이기 위해서는 전진비의 초기결정이 중요하며, 본 논문에서는 시간을 줄이기 위해서 대략적인 추정을 통해 전진비의 초기값을 정하였다. 전진비의 초기값 결정방법은 우선 추정된전진비값을 결정하고 계산을 수행한다. 토크계수값이 양의 값으로 0에서 너무 벗어나면 전진비를 증가시키고, 토크계수값이 음의 값이

된다면 전진비를 줄여서 토오크계수의 값이 0 근처일 때의 전진비를 초기값으로 결정한다.

Fig. 11 Convergence of thrust and torque for Vane-Wheel

5.4 Vane-Wheel 압력과 속도분포

Vane-Wheel의 압력분포도 전체적으로 압력면이 흡입면보다 좀 더 높은 압력분포를 보여준다. 프로펠러와 달리 Vane-Wheel의 압력분포는 터빈부와 프로펠러부로 나뉘질 수 있다. 터빈부에서는 흡입면의 앞날 압력분포가 최대값을 가지며 압력면에서는 최소값을 보여준다. 반면에 프로펠러부에서는 압력면의 앞날에서 압력의 최대값을 가지며 흡입면에서 최소값을 보여준다. 이를 통해 터빈부의 경우 추력은 압력의 최대, 최소값이 분포하는 면이 프로펠러와 반대이기 때문에 추력이 반대방향으로 작용한다. (Fig. 12)

Vane-Wheel의 축 방향 속도분포는 터빈부에서는 압력면에서의 속도분포가 흡입면보다 높게 보이지만, 프로펠러부에서는 속도분포의 큰 차이를 보이지 않고 약간의 차이를 보인다. (Fig. 13) Vane-Wheel의 프로펠러 부에서의 압력차이가 크지 않는 것을 확인 할 수 있으며 상대적으로 프로펠러보다 Vane-Wheel의 추력의 크기가 작다.

Fig. 12 Pressure distribution of Vane-Wheel

Fig. 13 Velocity distribution of Vane-Wheel

5.5 Vane-Wheel 성능해석 결과

정상상태에서 Vane-Wheel의 성능해석을 통하여 Vane-Wheel 설치된 경우와 설치되지 않은 경우에 대해서 그 결과를 비교하였다. 여기서 프로펠러와 Vane-Wheel 각각의 추력계수, 토오크계수를 합하고 효율을 계산할 때 무차원화에 유의해야 한다. 프로펠러와 Vane-Wheel의 직경과 공칭반류계수가 다르기 때문이다.

본 논문에서는 프로펠러와 Vane-Wheel의 성능해석결과인 추력계수와 토오크계수를 차원량의 추력과 토오크로 바꾸어 각각 더한 후 프로펠러 직경과 회전수로 무차원화를 하였다. 그리고 Vane-Wheel 없는 경우의 프로펠러 성능해석결과와 비교하기 위해 계산된 추력과 토오크를 프로펠러를 기준으로 무차원하여 최종적인 추력계수와 토오크 계수를 계산한다. 여기서 마찰저항계수는 0.0005로 결정하였다 (Lee, 1987).

Table 3 Results of performance analysis for Vane-Wheel

	J	K_T	K_Q	η
Propeller only	0.2860	0.2650	0.0287	0.4205
Propeller + Vane-Wheel	0.2762	0.2900	0.0291	0.4383
Change in %	1.2381	9.43%	1.39%	4.23%

Vane-Wheel은 프로펠러보다 늦게 회전하기 때문에 전진비는 프로펠러보다 큰 값을 결과를 보여준다. 추력계수의 변화를 보면 프로펠러는 Vane-Wheel의 영향으로 인해 추력계수는 0.025증가하며 Vane-Wheel의 추력부에서 추력증가를 확인 할 수 있다. 토

오크계수의 변화는 Vane-Wheel의 영향으로 프로펠러의 토오크가 0.0004 증가하며, Vane-Wheel의 설계조건을 만족시켜야 하기 때문에 프로펠러부와 터빈부의 토오크는 0이 된다. 결과적으로 프로펠러와 Vane-Wheel을 함께 작동하는 경우와 프로펠러만 작동하는 경우의 추력, 토오크와 효율을 비교해보면, 추력은 9.43%, 토오크는 1.39%, 효율은 4.23% 증가한다.

6. 결 론

본 연구를 통해 Vane-Wheel은 프로펠러 바로 뒤에 설치되어 프로펠러와의 상호간섭 효과가 크며, 이를 고려하기 위해 프로펠러와 Vane-Wheel이 상호 유기하는 속도의 영향을 최종유입속도에 포함시켜 계산하였다. 이와 같은 반복적인 과정을 통해 프로그램의 엄밀성을 보였다. Vane-Wheel의 성능해석 결과는 Vane-Wheel이 없는 경우의 프로펠러 성능해석결과보다 추력과 효율에서 증가를 확인하였다. 앞서 언급한 것처럼, 본 논문의 Vane-Wheel형상은 Grim이 제시한 피치분포를 이용하여 대략적으로 설계하였기 때문에 만약 Vane-Wheel형상이 최적화 과정을 수행한다면 좀 더 높은 추력과 효율증가가 예상된다. 성능해석결과 타당성을 보이기 위해 모형시험을 통해 비교 검증하는 단계도 필요할 것이라고 생각된다.

후 기

본 연구는 RIMSE(서울대 해양시스템공학연구소)발전기금 과제와 MOERI 산업원천과제의 지원으로 진행되었으며 지원에 감사드립니다.

References

- Blaurock, J., 1983. Propeller plus Vane Wheel an unconventional propulsor system. *International Symposium on Ships Hydrodynamics and Energy Saving*, El Pardo, 6-9 September 1983.
- Chen, Benjamin Y. Reed, Arthur M. Kim, K.H., 1989. *A Vane-Wheel Propulsor for a Naval Auxiliary*, David Taylor Research Center Bethesda MD.

- Carlton, J., 1994. *Marine Propellers and Propulsion*. Butterworth Heine: Oxford, England, pp.325-326.
- Chang, B.J., 1997. *Application of CFD to marine propellers and propeller-hull interactions*. Ph.D. London, Department of Mechanical Engineering.
- De Cock, J., 1989. Designing Vane Wheel System. *Schiff & Hafen*, 41(11), pp.1-7.
- Greeley, D.S. & Kerwin, J.E., 1982. Numerical Methods for Propeller Design and Analysis in Steady Flow. *Society of Naval Architects and Marine Engineers*, 90(3), pp.415-453.
- Grim, O., 1980. Propeller and Vane Wheel Second Georg Weinblum Memorial Lecture. *Journal of Ship Research*, 24(4), pp.203-226.
- Hsin, C.Y., 1990. *Development and analysis of panel method for propellers in unsteady flow*. Ph.D. MIT, Department of Ocean Engineering.
- Kerwin, J.E. & Lee, C.S., 1978. Prediction of Steady and Unsteady Marine Propeller Performance by Numerical Lifting Surface Theory. *Society of Naval Architects and Marine Engineers*, 86(6), pp.218-253.
- Lee, J.T., 1987. *A potential based panel method for the analysis of marine propellers in steady flow*. Ph.D. MIT. Department of Ocean Engineering.
- Wood, G.R., 1992. The Bisection Method in Higher Dimensions. *Mathematical Programming*, 55, pp.319-337.

석우찬

서정천