합리적인 터널설계정수 산정을 위한 역해석 프로그램 개발

김영준¹ · 이용주^{2*}

¹정회원, (주)태조엔지니어링 지반부 이사

²정회원, 서울과학기술대학교 건설시스템디자인공학과 교수

Development of a back analysis program for reasonable derivation of tunnel design parameters

Young-Joon Kim¹, Yong-Joo Lee^{2*}

¹TESO Engineering Co.,Ltd., Director

²Department of Civil Engineering, Seoul National University of Science & Technology, Professor

ABSTRACT: In this paper, a back analysis program for analyzing the behavior of tunnel-ground system and evaluating the material properties and tunnel design parameters was developed. This program was designed to be able to implement the back analysis of underground structure by combination of using FLAC and optimized algorithm as direct method. In particular, Rosenbrock method which is able to do direct search without obtaining differential coefficient was adopted for the back analysis algorithm among optimization methods. This back analysis program was applied to the site to evaluate the design parameters. The back analysis was carried out using field measurement results from 5 sites. In the course of back analysis, nonlinear regression analysis was carried out to identify the optimum function of the measured ground displacement. Exponential function and fractional function were used for the regression analysis and total displacement calculated by optimum function was used as the back analysis input data. As a result, displacement recalculated through the back analysis using measured displacement of the structure showed 4.5% of error factor comparing to the measured data. Hence, the program developed in this study proved to be effectively applicable to tunnel analysis.

Keywords: Back analysis, Tunnel design, Design parameters, Rosenbrock method

초 록: 본 논문에서는 터널-지반 시스템의 거동을 합리적으로 해석하고 재료의 특성과 터널설계정수 평가를 위한 역해석 프로그램을 개발하였다. 이 프로그램은 유한차분법과 직접법을 조합한 역해석 기법을 이용하기 위하여 상용 프로그램인 FLAC(Fast Lagrangian Analysis of Continua)과 최적화 알고리즘을 이용하여 지하구조물의 역해석이 가능하도록 구성되었다. 역해석 알고리즘으로는 최적화 기법 중 미분계수를 구하지 않고 직접탐색이 가능한 로젠브록법(Rosenbrock Method)을 이용하였다. 이 연구를 통하여 개발된 역해석 알고리즘의 현장 적용성 검증을 위하여 4개 구간의 실제현장을 대상으로 현장 계측결과를 이용하여 역해석을 수행하였다. 역해석 과정에서 현장계측 변위에 대한 해석 대상지반의 최적함수를 파악하기 위하여 비선형 회귀분석(nonlinear regression analysis)을 실시하였다. 회귀분석은 지수함수와 분수함수를 이용하였으며, 이를 통하여 결정된 최적함수를 이용하여 계산된 총 변위를 역해석 입력 자료로 활용하였다. 이 연구결과로써 대상구조체의 실측변위를 이용한 역해석을 수행한 결과는 계측변위와 평균 4.5%의 오차를 보였다. 따라서 이 연구에서 제안하는 역해석 기법이 터널 해석에 유용하게 적용될 수 있음을 알 수 있었다.

주요어: 역해석, 터널설계, 설계정수, 로젠브록법

1. 서 론

터널 설계에 이용되는 주요 지반정수는 변형계수(E), 포아송비(ν), 점착력(c)과 내부마찰각(Φ) 등이 있다. 변형계수는 터널 굴착주변의 응력과 변형 분석을 위한 수치 해석시에 사용되는 인자들 중에서 가장

*Corresponding author: Yong-Joo Lee
E-mail: ucesyjl@seoultech.ac.kr

Received May 10, 2013; Revised May 20, 2013;
Accepted May 28, 2013

중요한 것이다. 변형계수를 얻기 위하여 사용되고 있는 모든 측정방법들은 시간과 비용뿐만 아니라 기술적으로도 많은 어려움이 있으며 시험 방법에 따라 매우 상이한 결과를 보이고 있다. Bieniawski (1989)에 의하면 상당히 균질하고 양호한 암반 상태에서 집중적인 원지반 시험을 수행하는 경우라도 변형률 자료는 25% 정도의 편차, 혹은 평균 원지반 변형계수가 40 GPa인 경우에 10 GPa까지 차이를 보일 수 있다고 하였다. 따라서 한 가지 현장시험으로 변형계수를 선정하는 것은 바람직하지 않고 두 가지 이상의 방법이 서로 비교 검토되어야 한다고 하였다. 또한, Clerici (1993)는 변형계수 결정의 어려움 때문에 직접 현장에서 변형계수를 측정할 경우라도 절대값을 구하기보다는 변형계수의 대략적인 크기를 산정하는 것을 목표로 해야 한다고 결론지었다. 일반적으로 무결암의 변형계수는 현장암반보다 5~20배 더 큰 것으로 조사되었는데 이는 암반에 존재하는 절리의 정도차이가 이러한 변형계수의 다양성을 야기시킨다고 하였으며, Bieniawski (1978)와 Heuze (1980)는 현장과 실험실에서의 변형계수비를 도표로 제시하였다.

포아송비는 일축압축시험 등을 통해 구하는데, 일반적으로 경암에서 0.1~0.25, 연약지반에서는 0.45의 분포를 보인다. 수치해석에서는 터널 내공변위의 형상, 즉, 천단침하량과 측방 변위량의 비율이 포아송비가 높은 경우가 전단면 변형을 일으키기 쉬우므로 측방 변형률이 커진다. 포아송비 산정은 일축압축 시험과 같은 실내시험, RMR 암반분류를 이용한 김교원 (1993)의 경험식 등에 의해 구할 수 있다.

점착력과 내부마찰각은 현장 시료를 이용한 삼축압축시험이나 직접전단시험을 통하여 구한다. 실내시험을 할 수 없는 경우에는 암반등급 등을 이용하여 추정하는 방법이 있다. RMR 분류를 이용한 경험식은 Bieniawski (1989), Trueman (1988), Kim (1993)에 의하여, GSI (Geological Strength Index)를 이용한 방법은 Hoek & Brown (1988)에 의하여 제시되었다.

한편, 터널 역해석 문제는 직접법(direct method)과

역산법(inverse method)의 두 가지 방법에 의하여 접근할 수 있다. 직접법은 계측값과 계산값의 오차를 목적함수(object function)로 정의하고 이를 최소화하는 방법이다. 여기서 목적함수는 미지변수인 지반의 물성에 따라 변하므로 지반물성의 함수가 된다. 따라서 목적함수를 최소화시키도록 지반의 물성을 결정하는 것이 수치해석을 통하여 실물을 잘 나타내는 것으로 간주하는 방법이다. 그런데 목적함수는 일반적으로 비선형이며, 해석적 방법으로 미분계수를 정의하기 어려우므로 최적의 미지변수를 구하는 방법으로는 직접탐색법(direct search method)을 많이 사용한다. 직접탐색법은 복잡한 수학적인 바탕 없이도 기존의 유한요소 프로그램에 약간의 수정을 하여 사용할 수 있고, 적용성이 광범위하여 비선형문제에도 적용이 가능하며 실측값의 횡수가 작을 경우에도 역해석이 가능하다.

역산법은 일반적인 응력해석 방법의 역으로, 응력해석의 미지수인 변위나 응력을 입력값으로 하여 암반의 변형계수, 초기응력을 구하는 방법이다. 따라서 응력해석의 지배방정식을 역순으로 하여 전산용 프로그램을 다시 만들어야 한다. 즉 해석하고자 하는 미지변수에 따라 각각 다른 방법의 프로그램이나 계산방법이 필요하다. 이 역산법에 대한 연구현황을 살펴보면 지하공동 굴착시의 암반 변형을 실측한 현장 계측치로부터 역해석으로 암반의 탄성계수와 암반내 초기지압을 구한 연구, 암반의 이방성과 불균질성을 고려하여 역해석을 실시한 연구, 암반 사면의 역학적 안정성을 역해석하기 위한 연구 등이 보고되고 있다. 특히 역산법은 직접법보다 프로그램을 작성하는데 많은 시간이 걸리나 일단 프로그램이 완성되면 다른 방법에 비하여 계산시간을 절약할 수 있다(Kim, 1996).

2. 역해석 프로그램 개발과 검증

2.1 역해석 이론

일반적인 해석은 하중과 재료의 역학 정수를 입력

해서 정해진 경계조건 아래 응력, 변형률, 변위를 구하는 방법인 반면에 역해석은 응력, 변형률 또는 변위를 입력하여 제시된 경계 조건 아래에서 하중 및 재료 정수를 구하는 기법이다. 역해석기법은 역정식화법(inverse formulation method)과 직접정식화법(direct formulation method)으로 분류된다. 역정식화법은 계측변위량을 기지량으로 하여 일반적인 구조해석을 역으로 정식화 하고 초기응력, 하중, 재료 정수를 얻는 방법이다. 다음 그림 Fig. 1은 정해석과 역해석의 관계를 표시하고 있다.

역해석은 미지량을 취하는 방법에 따라 각종 정식화가 가능하게 된다. 직접정식화법은 다음 식 (1)에서 제시하는 바와 같이 오차함수가 최소가 되도록 초기 응력이나 재료정수를 최적화 기법을 사용하여 반복 계산을 하는 방법이다.

$$J = \text{Error} - \frac{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u}_i)^2}{\sum_{i=1}^n \bar{u}_i} \quad (1)$$

여기서, u_i 및 $\bar{u}_i$ 는 변위를 나타내고 각각 계산값과 계측값이다. n 은 측정값의 수를 나타낸다.

이 연구에서는 다양한 지반모델에 적용할 수 있는 직접법을 사용하였다. 직접법(direct method)은 계측 결과와 해석결과를 비교하여 그 차이가 최소화될 때까지 수치해석 과정의 반복연산을 통하여 역해석 대상인 미지 매개변수를 수정하는 방법이다.

2.2 역해석 알고리즘

2.2.1 최적화 기법(optimization)

최적화기법은 이공학뿐만 아니라 경제학, 사회학 등 각 분야에서 큰 역할을 하고 있다. 각 분야에서 취급되고 있는 문제는 주로 정적인 최적화문제로서 다음과 같이 정식화할 수 있는 경우가 많다. 즉, 목적함수 $f(x)$ 를 최소 또는 최대로 하는 변수 x 를 구하는 문제를 생각할 수 있다. 여기서 변수 x 에 제약조건이 있는 경우와 제약조건이 없는 경우가 있다. 또한 제약조건이나 목적함수가 선형인지 비선형인지에 따라서 선형계획문제(linear programming)와 비선형계획문

Fig. 1. Comparison between the procedures of forward analysis and back analysis (Sakurai, 1997)

Fig. 2. Unconditional nonlinear programming

제(nonlinear programming)로 분류된다.

비선형문제의 해석법은 크게 구배법(gradient method)와 직접탐색법(direct search method)의 두 종류로 분류할 수 있다. 구배법은 목적함수 $f(x)$ 의 구배(도함수)를 이용하여 시행착오적으로 국부최소값(local minimum)을 탐색해 가는 방법이다. 직접탐색법은 도함수를 이용하지 않고, 제시된 몇 개의 점에서의 목적함수값을 이용하여 최소점을 탐색하는 방법이다. 최적화기법의 방법을 살펴보면 다음 Fig. 2와 같다. 본 연구에서는 직접탐색법 중의 하나인 로젠브록 알고리즘을 적용하였다.

2.2.2 로젠브록(Rosenbrock)법

도함수 계산이 곤란한 경우 목적함수의 값만을 이용하는 최적화수법을 일반적으로 직접탐색법이라고 부른다. 이 절에서는 대표적인 방법의 하나인 로젠브록(Rosenbrock)법에 대하여 설명하기로 한다. 목적함수 $f(x)$ 에서, 각 축의 방향에 평행한 단위벡터 $t_i (i=1,2,...,n)$ 를 택하고 각 축의 방향으로의 스텝폭을 $s_i (i=1,2,...,n)$ 로 한다. 출발점 x_o 로부터 t_i 방향으로 탐색을 하여 새로운 점

$$x < x_o + s_i \cdot t_i \quad (2)$$

에서의 목적함수 $f(x)$ 를 계산한다. 이때, 만약

$$f(x) < f(x_o) \quad (3)$$

이라면, $f(x)$ 의 값이 감소하는 방향으로 개선되므로, x 를 택하고 스텝 폭 s_i 를 α 배한다.

$$x \leftarrow x_o, \quad s_i \leftarrow \alpha s_i \quad (\alpha > 1) \quad (4)$$

한편, 식 (5)가 성립하지 않을 때에는, x 를 버리고, s_i 의 부호를 바꾼 후 β 배한다. 즉,

$$x_o \leftarrow x_o, \quad s_i \leftarrow -\beta s_i \quad (0 < \beta < 1) \quad (5)$$

Fig. 3. Rosenbrock method (Hong, 1991)

로 한다. $i = 1 \rightarrow 2 \rightarrow \dots \rightarrow n$ 의 순서로 모든 방향의 탐색을 한다. 최초의 $i = 1$ 의 방향으로 되돌아와서 모든 방향으로 식 (5)가 성립하지 않을 때까지, 또는 한 바퀴 돌 때 까지의 제한횟수 $S_{\max}$ 까지 반복한다. 그 다음, 벡터 t_i 를 직교화법으로, Fig. 3에 표시한 것과 같이 회전시켜, 앞에서와 같은 탐색을 t_i 를 구하는 최대횟수 $T_{\max}$ 까지 반복한다.

2.3 역해석 프로그램 개발

본 연구에서 개발한 역해석 프로그램은 고속철도, 도로, 지하철 터널 등의 설계와 시공관리에 효율적으로 적용할 수 있는 해석·역해석 자동화 프로그램이다. 이 프로그램은 Fig. 4와 같이 크게 역해석 모듈(back analysis module)과 수치해석 모듈(numerical analysis solver)로 구분된다. 역해석 모듈은 현장 계측결과를 입력하여 계측결과를 분석하는 전처리 모듈(pre-process module), 로젠브록 알고리즘의 최적화 기법을 이용한 역해석 주모듈 그리고 해석 결과를 분석하고 최적 지반정수를 추정하는 후처리 모듈(post module)로 구분된다. 전·후 처리 프로그램은 비주얼베이직

(visual basic)으로 작성하였으며, 역해석 프로그램은 포트란(FORTRAN)으로 작성하여 상호 유기적인 관계를 갖도록 구성하였다. 또한, 수치해석 모듈은 상용 유한차분 프로그램인 FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continua)을 이용하였다.

그림 Fig. 5와 같이 해석대상의 비선형성 등 다양한 문제에 적용할 수 있는 직접법을 적용하였으며, 최적화 방법으로 도함수를 구하지 않고 목적함수 값만을 이용하여 매개변수 탐색이 빠른 로젠브록(rosenbrock)법을 사용하여 프로그램을 작성하였다. 역해석 모듈은 포트란(FORTRAN)을 이용하여 작성하였으며, 프로그램 코딩 후 컴파일·링크하여 실행파일을 작성하면 입력파일(input file)과 출력파일(output file)에 의해 최적화된 지반정수를 산정하도록 프로그래밍 하였다.

입력파일은 현장계측자료를 회귀분석하여 목적함수(object function)을 작성한 후 구하고자 하는 지반정수의 최적값을 산출한다. 따라서, 입력파일을 준비하기 위해서는 현장계측자료에 대한 분석이 필수적이다. 정밀도 높은 지반정수 값을 산정하기 위해서는 현장계측 자료에 대한 정확한 분석이 필요하다. 현장 계측결과에 대한 분석과 목적함수 작성이 완료되면

Fig. 4. Flow of back analysis program

Fig. 5. Flow of direct search method

Fig. 6. Input of multiple parameters

Fig. 7. Result of back analysis

역해석을 위한 입력파일을 작성한다. 입력파일의 작성은 Fig. 6과 같이 프로그램 화면에서 입력한다. 결과는 변수(parameter), 반복횟수, 목적함수 값, 지반정수 값의 순으로 출력된다. 결과는 전산출력물 형태의 파일로 저장되며, 사용자의 편의를 고려하여 후처리 모듈에서 목적함수 값과 지반정수 값을 그래프 형태로 표현한다.

전처리와 후처리 프로그램은 역해석 결과를 바탕으로 사용자가 쉽게 해석결과를 분석하고 시공에 적용할 수 있도록 하기 위하여 Fig. 7과 같이 해석결과를 가시화 하였다.

2.4 역해석 프로그램 검증

2.4.1 이론해에 의한 검증

등방 탄성 매질 내에 존재하는 원형공동을 대상으로 탄성계수를 역해석을 수행하였다. 반경 5.0 m의 원형공동에 대한 Kirsch 해를 이용한 변위를 산정하고, 산정된 변위값을 역해석의 입력자료로 활용하여 역해석을 수행하였다. 또한 공동 주변에 발생하는 변위나 응력 등의 이론해와 해석결과를 비교하였다. 역해석의 입력 자료인 계측변위는 원형공동의 일반해인 Kirsch의 해를 이용하였으며, 반경방향 및 접선방향의 변위는 다음 식 (8)과 같이 표현할 수 있다.

$$u_r = \frac{p_1 + p_2}{4G} \frac{a^2}{r} + \frac{p_1 - p_2}{4G} \frac{a^2}{r} \left[4(1 - \nu) - \frac{a^2}{r^2} \right] \cos 2\theta \quad (6)$$

$$r_\theta = -\frac{p_1 - p_2}{4G} \frac{a^2}{r} \left[2(1 - 2\nu) + \frac{a^2}{r^2} \right] \sin 2\theta \quad (7)$$

Table 1. Material properties of the analysis model

Elastic modulus (E)	4,500 MPa	Radius of tunnel (a)	5.0 m
Poisson's ratio (ν)	0.21	Distance from tunnel center (r)	5.0 m
Vertical and Horizontal stress (p_1, p_2)	10.0 MPa	Shear modulus (G)	206.61 MPa

여기서, u_r , r_θ 원형공동의 반경방향 및 접선방향의 변위이고, G 는 전단탄성계수이다.

역해석의 입력자료인 측측변위는 Kirsch의 해를 이용하였으며, 이때 사용된 지반의 탄성계수(E)와 포아송비(ν)는 각각 Table 1과 같이 4.5 GPa와 0.21을 적용하였다.

식에서 수평방향 응력(p_1)과 수직방향 응력(p_2)이 서로 같으므로

$$u_r = \frac{p_1 + p_2}{4G} \frac{a^2}{r} \quad (8)$$

$$r_\theta = 0 \quad (9)$$

즉, 원형공동의 접선방향 변위는 0이 되고, 반경방향의 변위만 존재하게 된다. 원형공동의 벽면으로부터 일정한 거리로 이격된 지점의 반경방향의 변위는 Table 2와 Fig. 8a와 같다.

역해석 대상인 탄성계수는 초기치 10 GPa을 가정하여 해석을 수행하였으며, 반복연산 18회에 오차범위로 수렴되었다. 반복연산 결과 탄성계수(E)는 4.504 GPa로 추정되었으며, 오차율은 1.0%미만으로 확인되었다. 따라서 탄성모델에 대한 역해석 프로그램의

신뢰성을 검증할 수 있었다. Fig. 8b~8c는 탄성계수의 역해석 결과와 목적함수의 수렴을 나타낸다.

2.4.2 수치해석 결과에 의한 검증

터널 굴착으로 발생하는 지반내의 응력상태는 주로 지반의 초기 지중응력상태와 터널단면형상에 관한 함수이다. 그러나 지반의 변형은 주로 지반의 탄성계수와 포아송비, 지보재의 지지력 등에 대한 함수로 표현된다. 식 (10)은 지반변위는 탄성계수와 측압계수의 함수이며, 등방하중조건인 경우 식 (11)은 지보재가 설치되기 전인 초기지중응력상태의 영향에 의해서만 발생하는 변형에 관한 식이다.

$$u = f(E, K_0) \quad (10)$$

$$u = \frac{(1+\nu)}{Er} D^2 P = \frac{(1+\nu)}{Er} D^2 \gamma H \quad (11)$$

여기서, D : 터널의 반경(m), H : 토피(m)
 ν : 포아송비, K_0 : 측압계수
 γ : 단위중량
 r : 터널 중심으로 부터 거리

Table 2. Calculated displacements from Kirsch's solution

	Distance from tunnel center					
	5.00 m	5.25 m	5.50 m	5.75 m	7.00 m	9.00 m
Radial displacement (u_r , mm)	13.44	12.80	12.22	11.69	9.60	7.46

Fig. 8a. Radial displacements

Fig. 8b. Result of back analysis (E)

Fig. 8c. Convergence of object function

Table 3. Material properties of the model for parameter study

Radius of tunnel (D)	5.0 m
Lateral stress ratio (K_0)	0.25, 0.50, 1.00, 1.50, 2.00
Elastic modulus (E)	5000, 10000, 20000, 30000, 40000, 50000, 1000000 kPa

위의 식 (13)은 앞서 설명한 바와 같이 $K_0=1.00$ 인 등방압축상태며, 단면형상이 완전 원형터널에 국한되어 적용된다. 따라서 $K_0 \neq 1.00$ 인 경우에 대해서는 회기분석을 통하여 경험식을 유추하였다.

목적함수의 구성은 Table 3과 같은 매개변수 변화 연구를 통하여 추정하였고, Fig. 9는 해석에 사용된 요소망이다. 또한, Table 4는 해석에 적용된 지반 물성값이다.

해석대상지층의 위치와 경계 등의 기하학적 자료를 알고 있는 경우에 대하여 대상지층의 탄성계수와 측압계수에 대해 역해석을 수행하였다. 먼저, 해석대상 지층에 대한 탄성계수를 추정하여 원지반의 탄성계수를 5,000에서 50,000 kPa로 바꾸어 가면서 수치해석

Fig. 9. Zone geometry for parameter study

을 수행하여 얻은 변위 결과를 현장의 계측변위로 가정하여 수치해석 시 적용하였던 지반의 탄성계수를 역해석 하였다. 탄성계수 추정값은 반복연산 20~22 회에서 수렴되었으며, 추정오차율은 0.24~1.73%로 분석되었다. Fig. 10은 탄성계수 역해석 수렴과정을 나타낸다. 또한, 해석대상 지층에 대한 측압계수를 추정하여 원지반의 측압계수를 0.25에서 2.50로 바꾸어 가면서 수치해석을 수행하여 얻은 변위 결과를 현장의 계측변위로 가정하여 수치해석 시 적용하였던 지반의 측압계수를 역해석 하였다. 측압계수 추정값

Table 4. Material properties for analysis

Density (γ , kN/m ³)	16.50	Friction angle (Φ , °)	30
Poisson's ratio (ν)	0.30	Cohesion (c, MPa)	20
Lateral stress ratio (K_0)	0.25 - 2.00	Elastic modulus (E, kPa)	5,000 - 1,000,000

(a) E = 5,000 kPa

(b) E = 10,000 kPa

(c) E = 20,000 kPa

Fig. 10. Convergence of the elastic modulus

은 반복연산 8~16회에서 수렴되었으며, 추정오차율은 0.15~1.96로 분석되었다. Fig. 11은 측압계수 수렴 과정을 나타낸다.

다음으로 계측지점의 수에 따른 역해석 결과의 정

확도 및 수렴도를 분석하였다. 탄성계수와 측압계수를 미지값으로 하여 역해석한 결과는 계측지점의 수가 증가할수록 신뢰성 있는 결과를 보여주며, Fig. 12~13은 탄성계수와 측압계수의 계측지점 수에 따

Fig. 11. Convergence of the K_0

Fig. 12. Change of elastic modulus from measuring points

Fig. 13. Change of K_0 from measuring points

라 정해에 수렴하는 과정을 나타낸다.

탄성계수의 값이 각각 5,000, 20,000, 40,000 kPa 인 경우에 대하여 계측지점의 수의 변화에 따른 역해석의 수렴경향 및 오차율을 분석한 결과, Fig. 12에서 보듯이 계측지점 수가 증가할수록 탄성계수의 역해석 결과는 오차율이 감소하는 것을 알 수 있다. 또한, 측압계수의 값이 각각 0.25, 1.00, 1.50인 경우에 대하여 계측지점의 수의 변화에 따른 역해석의 수렴경향 및 오차율을 분석하였다. 분석결과, Fig. 13에서와 같이 계측지점의 수가 증가할수록 역해석 결과의 오차율은 감소하는 경향을 알 수 있었다.

끝으로 대상모형에 대한 수치해석을 통하여 지하구

조체의 탄·소성 거동에 큰 영향을 미치는 점착력(c)과 내부마찰각(Φ) 등의 지반의 미지매개변수를 추정하였다. 해석대상지반은 탄성해석과 동일한 형태를 사용하였으며, 역해석하고자 하는 점착력과 내부마찰각을 변화시키면서 터널의 변위에 미치는 영향을 분석하였다. 점착력의 경우는 10 kPa 에서 150 kPa 로 변화시켰으며, 내부마찰각의 경우는 10°에서 50°까지 변화를 주었다. 기타 지반물성치는 Table 5와 같다.

먼저, 해석대상 지층에 대한 점착력을 추정하여 원지반의 점착력을 10에서 150 MPa로 바꾸어 가면서 수치해석을 수행하여 얻은 변위 결과를 현장의 계측 변위로 가정하여 수치해석 시 적용하였던 지반의 점

Table 5. Material properties for analysis

Density (γ)	Poisson's ratio (ν)	Lateral stress ratio (K_0)	Friction angle (Φ)	Cohesion (c)	Elastic modulus (E)
16.5 kN/m ³	0.30	0.50	10-50°	10-150 MPa	5,000 kPa

Fig. 14. Convergence of the cohesion and friction angle

착력을 역해석 하였다. 점착력 추정값은 Fig. 14(a)~(c)에서와 같이 반복연산 7~17회에서 수렴되었다. 또한, 해석대상 지층에 대한 내부마찰각을 추정하여 원지반의 내부마찰각을 10에서 50°로 바꾸어 가면서 수치해석을 수행하여 얻은 변위 결과를 현장의 계측 변위로 가정하여 수치해석 시 적용하였던 지반의 내부마찰각을 역해석 하였다. 내부마찰각 추정값은 Fig. 14(d)~(f)에서와 같이 반복연산 13~14회에서 수렴되었다.

3. 역해석을 이용한 터널설계정수 평가

3.1 현장 계측자료 분석

터널 계측변위로부터 역해석의 입력변위를 결정하기 위하여 사용된 계측자료는 경부고속철도터널의 시공 중 계측결과를 이용하여 4개 지점에 대한 역해석을 수행하였다. 역해석의 입력 자료인 변위는 터널 굴착으로 발생된 측벽부의 내공변위 및 천단변위 계측결과를 이용하였으며(Fig. 15 참조), 경과시간 및

Fig. 15. Measuring location

Fig. 16. Measured displacement (crown settlement and convergence)

Table 6. Measured displacement in each point

Measured Point	Type	Crown Settlement	Convergence	Measured Point	Type	Crown Settlement	Convergence
00 km + 765	P-3	28.50 mm	29.60 mm	00 km + 875	P-4	26.30 mm	21.20 mm
00 km + 835	P-3	18.30 mm	14.80 mm	00 km + 935	P-5	19.40 mm	18.60 mm

굴착면 거리에 따른 천단변위와 내공변위의 계측 결과는 Fig. 16과 같다. Table 6은 지점별 계측결과이다. 계측된 변위는 해석대상 지반의 최적함수를 파악하기 위하여 비선형 회귀분석을 실시하였다. 이와 관련해 지수함수와 분수함수를 이용하여 터널 굴진 중 발생하는 천단 및 내공변위를 시간 및 굴착면에서 계측지점까지 거리의 함수로 나타내었고, 이로부터 터널굴진이 종료되어 터널이 완성되었을 때 발생할 최종수렴변위를 예측하였고 이 값은 역해석의 입력자료로 활용하였다. 지수함수로 나타낸 변위 u 는 2개의 미지계수를 이용하여 $a(1 - \exp(-bt))$ 로 표시하였다. 여기서 t 는 시간의 경과를 나타내며, a , b 는 실측한 변위를 입력하여 결정할 수 있다. 입력한 실측변위의 개수를 두 개 이상으로 하였고 범용 통계프로그램을 이용하여 미지계수를 결정하였다. 이 변위함수의 미지계수를 실측변위를 입력하고 결정한 후 최종 수렴변위를 예측하였다.

3.2 회귀분석(regression analysis)

역해석의 입력자료인 변위를 결정하기 위하여 계측이 수행된 터널현장에서 입수된 천단변위와 내공변위 계측결과에 대하여 회귀분석을 실시하였다. 회귀분석은 시간에 대한 지수함수, 거리에 대한 지수함수 및 거리에 대한 분수함수를 이용하였으며, 적용된 함수식은 식 (12)~(14)와 같다.

$$C(t) = a(1 - \exp(-bt)) - C_0 \quad (12)$$

$$C(x) = a(1 - \exp(-bx)) - C_0 \quad (13)$$

$$C(x) = a(1 - (\frac{b}{b+x})^2) - C_0 \quad (14)$$

여기서, $C(t)$, $C(x)$ 는 최종내공변위, x 는 막장거리를 의미한다. 식 (12)와 (13)은 지수함수로 탄성모델

Table 7. Fitting results of measured displacement

Measured Point		Crown Settlement				Convergence			
		A	B	C_0	r^2	A	B	C_0	r^2
00 km + 765	Function-1	26.95	0.05	1.59	0.997	28.33	0.04	1.31	0.995
	Function-2	34.42	0.05	-5.95	0.995	33.86	0.04	-4.36	0.991
	Function-3	43.92	22.98	-14.69	0.993	40.26	33.89	-9.78	0.994
00 km + 835	Function-1	18.37	0.027	0.75	0.993	16.68	0.01	4.32	0.963
	Function-2	33.41	0.026	-14.24	0.991	23.20	0.01	-2.57	0.969
	Function-3	50.14	39.81	-30.01	0.984	29.61	86.97	-7.88	0.916
00 km + 875	Function-1	30.75	0.029	-3.86	0.977	22.48	0.01	1.29	0.962
	Function-2	48.66	0.052	-22.59	0.935	21.88	0.01	0.83	0.954
	Function-3	73.36	19.29	-46.19	0.933	25.13	181.83	0.07	0.952
00 km + 935	Function-1	18.48	0.031	1.47	0.989	19.63	0.035	-0.37	0.979
	Function-2	20.20	0.029	-0.22	0.989	21.51	0.031	-2.17	0.973
	Function-3	22.34	53.36	-1.39	0.978	23.65	49.17	-3.35	0.962

에 적합하며, 식 (14)는 분수함수이며 탄소성모델에 적합하다(Kim and Park, 1993).

회귀분석은 STA.00 km + 765, STA.00 km + 835, STA.00 km + 875 및 STA.00 km + 935의 총 4개 지점의 계측결과를 이용하였으며, 각 지점에 대한 회귀분석결과는 Table 7과 같다.

분석결과, 시간에 의한 지수함수가 다른 함수식에 비하여 상관성이 우수한 것으로 판단된다. 이러한 결과는 본 검토구간의 기반암 특성이 압축강도와 지반 변형계수가 비교적 큰 지반으로 이 경우 암반에서 탄성모델로 가정된 지수함수가 가장 적합하다는 기존의 연구결과와 동일한 결과를 나타내고 있다. Fig. 17은 검토단면에서 수행한 천단변위에 대한 회귀분석 결과로 상관성이 90% 이상으로 분석되어 높은 상관성을 보이는 것으로 판단된다.

굴착면 도달 이전의 변위는 굴착면이 도달하기 전

부터 계측한 지중변위 등의 수렴치를 1로 정규화하거나, 3차원 유한요소 해석을 통하여 굴착면 이전 변위를 예측하는 방법 등이 있다. 본 연구에서는 기존의 연구 결과(Jeon, 2002)를 참고하여 총 발생변위에 대하여 25%의 초기 변형량을 추가하여 적용하여 Tabel 8과 같은 총 변위량을 산정하였다.

4. 역해석을 이용한 터널설계정수 평가결과

4.1 해석 대상구간

역해석 대상구간은 STA.00 km + 765, STA.00 km + 835, STA.00 km + 875 및 STA.00 km + 935의 총 4개 구간이며 Fig. 18(a)~(b)는 적용된 지반조건 및 유한 요소망의 예시이다.

Fig. 17. Result of regression analysis

Table 8. Total displacements estimated from exponential function

Measured Point	Crown Settlement (mm)			Convergence (mm)		
	Measured displacement	C_0	Total displacements	Measured displacement	C_0	Total displacements
00 km + 765	28.50	1.59	37.62	29.60	1.31	38.64
00 km + 835	18.30	0.75	23.81	14.80	4.32	23.91
00 km + 875	26.30	-3.86	28.04	21.20	1.29	28.11
00 km + 935	19.40	1.47	26.09	18.60	-0.37	22.79

Fig. 18. Ground condition and mesh for analysis

4.2 해석방법

수치해석 시 지반 모델은 Mohr-Coulomb 탄소성 모델을 적용하였으며, 연직응력은 지중에 의해 계산하였다. 모델의 경계조건으로 좌·우측경계는 수평변

위를 하부 바닥부는 수평과 연직방향을 구속하였다. 지보재인 숏크리트와 락볼트는 각각 beam 요소와 cable 요소로 모델링하였으며, 적용된 지보패턴 및 재료의 특성값은 다음 Table 9와 같다. Fig. 19는 해석에 적용된 표준단면이다.

Fig. 19. A typical section of tunnel

Table 9. Material properties applied to the numerical analysis

	Density (γ) (kN/m ³)	Elastic modulus (E) (MPa)	Poisson's ratio (ν)	Cohesion (c) (MPa)	Friction angle (Φ) (°)
Soil	19	30	0.35	0.02	30
Weathered Rock	21	500	0.30	0.05	30
Soft Rock	25	4,000	0.25	1.00	38
Hard Rock	26	12,000	0.24	3.00	43
Shotcrete	24	21,000	-	-	-
Rockbolt	78.5	210,000	-	-	-

Fig. 20. Back analysis result in each site

Table 10. Comparison between the field measurement and back analysis result

Measured point	Numerical Analysis	Field Measurement	Elastic modulus from back analysis	Back Analysis Result	Correlation ratio of back analysis and field measurement(%)
STA.00 km + 765	-0.96 mm	-37.62 mm	223 MPa	-35.16 mm	93.5%
STA.00 km + 835	-1.07 mm	-23.81 mm	345 MPa	-20.24 mm	85.1%
STA.00 km + 875	-3.03 mm	-28.04 mm	284 MPa	-28.01 mm	99.8%
STA.00 km + 935	-3.13 mm	-26.09 mm	308 MPa	-25.93 mm	99.3%

4.3 터널설계정수 평가결과

해석대상 지반에서 계측된 천단변위 값을 이용하여 역해석을 수행한 결과, Fig. 20과 같은 결과를 얻었다.

역해석을 수행하여 얻은 지반변형계수를 새로운 지반정수로 입력하여 동일한 지점에 대하여 재해석을 수행하였다. Table 10과 Fig. 21은 검토 대상지점의 설계단계에서 예측한 천단변위값, 현장 계측변위값 그리고 역해석에서 산정한 지반변형계수를 반영하여 재해석한 결과값들을 비교하였다.

분석 결과, 천단변위에 대한 수치해석 결과는 현장 계측결과와 상이한 값을 보이고 있는 것으로 분석되

었으나, 역해석 결과를 반영한 재해석결과는 현장계측결과와의 85.1~99.8%로 평가되어 유사한 결과를 보이고 있다. 따라서 설계단계에서 예상했던 수치해석 결과는 현장계측결과를 반영하여 재검토가 필요한 것으로 판단된다.

5. 결론

본 연구에서는 터널 설계정수 평가를 위한 역해석 프로그램을 개발하였고, 현장사례 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

Fig. 21. Comparison between the field measurement and numerical analysis result

- 유한차분법과 직접법을 조합한 역해석 기법을 통해 대상구조체의 지반특성 정수를 평가하고 수정함으로써 터널 구조체의 거동을 더욱 합리적으로 해석할 수 있다.
- 역해석 프로그램의 신뢰성 검증을 위하여 평면변형률 탄성조건의 원형공동 이론해인 Kirsch해와 수치해석에서 변위를 실측변위로 가정하여 역해석 결과와 비교한 결과, 오차율은 1% 미만으로 나타났다.
- 수치해석에서 얻은 변위를 실측변위로 가정하고, 역해석 기법을 이용하여 수치해석에서 지지값으로 가정하고 탄성계수와 측압계수를 추정한 결과, 오차율이 1~2%로 나타나 프로그램의 신뢰성을 확인할 수 있었다.
- 계측지점 수에 따른 탄성계수와 측압계수의 역해석을 수행한 결과에서 계측지점의 수가 증가할수록 역해석 결과의 오차율이 감소하는 경향을 알 수 있었으며, 정확한 역해석을 위해서는 2점 이상의 계측결과를 이용하는 것이 바람직하다.
- 지하구조체의 탄·소성 거동에 큰 영향을 미치는 점착력과 내부마찰각에 대한 역해석을 수행하여 역해석 알고리즘의 적용성을 확인하였다. 또한, 현장 적용성 검증을 위하여 역해석을 수행하여 얻은 지반변형계수를 새로운 지반정수로 입력하여 동일한 지점에 대하여 재해석을 수행한 결과, 현장계측결과와 유사한 결과(85.1~99.8% 범위)를 나타낸다.
- 분석결과에서 나타난 바와 같이 설계단계에서 예

측했던 검토 대상구간의 변위값은 실제 현장 계측 결과와 정량적으로 평균 17.8배의 차이를 보이고 있다. 이는 설계단계의 예측결과가 실제 지반조건이나 시공 상황을 정확히 반영하지 못하기 때문인 것으로 판단된다. 현장 계측결과를 반영한 역해석 결과는 계측결과와 평균 4.5%의 오차율로 현장 적용성이 확인되었다. 따라서 설계단계에서 예측된 변위는 시공단계에서 반드시 재확인되어야 할 것이며, 이를 위해 현장 계측결과를 이용한 역해석을 이용하는 것이 바람직하다.

감사의 글

본 연구는 서울과학기술대학교 교내 학술연구비 일부 지원으로 수행되었으며, 이에 깊은 감사를 드립니다.

참고문헌

1. Bieniawski, Z.T. (1978), "Rock mass classification in rock engineering applications", Proc. Symp. on Exploration for Rock Eng., Balkema, Rotterdam, Vol. 12, pp. 97-106.
2. Bieniawski, Z.T. (1989), "Engineering rock mass classifications", John Wiley & Sons, pp. 51-72.
3. Clerici, A. (1993), "Indirect determination of the modulus of deformation of rock masses-case histories", Proceeding Conference Eurock 1993, pp. 509-517.
4. Heuze, F.E. (1980), "Scale effects in the determination of rock mass strength", Rock Mechanics, Vol. 12, pp. 167-192.
5. Hoek, E., Brown, E.T. (1988), "The hoek-brown failure criterion - a 1988 update, Inrock engineering for underground excavations", Proceedings 15th Canadian Rock Mechanics Symposium, pp. 31-38.
6. Hong, J.P. (1991), "Numerical analysis by computer - revision", MunWoonDang, pp. 319.
7. Jeon, Y.S. (2002), "Estimation of parameters for tunnel design by back analysis", Ph.D. Thesis, Mining and Minerals Eng., Chonnam National Univ.
8. Kim, G.W. (1993), Revaluation of 「Geomechanics Classification of Rock Masses」, Proceeding of the '93, KGS National Conference, pp. 33-40.
9. Kim, H.Y., Park, E.S. (1993), "Theory and analysis method of tunnel convergence", TUNNEL & UNDERGROUND SPACE, Journal of Korean Society for Rock Mechanics, Vol. 3, pp. 80-95.
10. Kim, Y.J. (1996), "Development of a back analysis program for tunnel analysis and its application", Master's degree, Civil Eng., Sung Kyun Kwan Univ.
11. Sakurai, S. (1997), "Lessons learned from field measurements in tunnelling", Tunnelling and Underground Space Technology, Vol. 12, No. 4, pp. 453-460.
12. Trueman, R. (1988), "An evaluation of strata support techniques in dual life gateroad", Ph. D. Thesis, Univ. of Wales, Cardiff.